『微分法』の妥当性を示す解釈学的営み

―ロピタルの原典 ‘無限小解析 ”を通してー

筑波大学大学院修士課程教育研究科
青木ちひろ

章構成

要約

本研究では、生徒の数学観がどのように変容していくか観察する事を前提として、題材とした原典、ロピタルの “ 無限小解析 ” における問題の解法を解釈することで、生徒が数学的な予定調和を体験し、また微分法のよさ・すばらしさを実感して、今後、更なる数学に対する考え方を飛躍させせることができる授業を展開することが目的である。結果として、生徒は歴史を追体験することによって、数学をより身近なものとしてとらえることができたといえる。

キーワード：数学史、変容、自然科学、解釈、微分法、よさ、妥当性

1. はじめに

平成 11 年に告示され、今年度から施行される新しい高等学校学習指導要領（数学科）の目標の中に “ 数学的活動を通して創造性の基礎を培うとともに～ ” という部分が追加された。さらに科目として『数学基礎』というものが加わったわけだが、この科目の目標では “ 数学と人間とのかかわりや、社会生活において数学が果たしている役割について理解させ、数学に対する興味・関心を高めるとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し数学を活用する態度を育てる。” となっており、内容の一つとして、【数学と人間の活動】・・・“ 数量や図形についての概念等が人間の活動に関わって発展してきたことを理解し、数学に対する興味・関心を高める。” といったように数学史を取り入れた教育の必要性を示唆するような文章となっている。

このことを念頭におくと、数学史を学習の中に導入することの重要性が指摘され、その授業をもとにして生徒がいかに数学観を変容することができるか、よさを体感できるかということが課題としてあげられると考えた。

よって、数学史の題材としてロピタルの「無限小解析」を選び、ここでキーワードとなる “ 微分法 ” をとりあげることで、本研究の目的を達成しようと思う。

数学史を用いた授業を行うときの留意点として、Jahnke(2000)が述べている “ 教師が数学史を教室に持ち込むならば、教師はこのような歴史家のパースペクティブについて理解すべきであり、この二重の環を意識し、その中で回れるような、歴史上の問題を参

照すべきである。そうすることによってのみ、教師も生徒も仮説を形成し、異なる時間と異なる文化において、生存した他者のみになって考える準備ができるだけの教材に対する確かな自由権を獲得することができる。”という考えと、礒田(2000)が述べる“数学を、単にそこにあるものとしてでなく、数学を形成において考え、その形成のメカニズムを明らかにすることが数学史の主眼である”という考えをもとにしていることとする。

2. 研究の目的・方法

本研究の目的は、通常の授業では深く入り込むことのできない数学史という観点に視野をおき、そこで登場する人物が一体歴史上でどのような研究を行ってきたのかを、ここで題材とする微積分学という分野において理解し、微分法のよさ・すばらしさ・妥当性を実感して、数学的な予定調和を体験することで、さらなる生徒の多彩な考え方・発想の転換を引き出すとともに、物理現象を的確にとらえるには、関数の数学的見方や考え方が有効だと認識できるようにすることである。

この研究目的にしたがって、以下の課題を立てることにより、目的が達成されたかどうか以後の議論で明らかにすることとする。

課題①：数学史を用いた授業を行うことによって生徒の数学観の変容をみることができるか。

課題②：自然科学における数学の立場を生徒がどのように捉えているかを知る。

課題③：微分法のよさ、すばらしさを体感することができるか。

研究方法として、数学史上における原典をもとに教材を開発し、それをもとに授業を実践した。また、授業を行う前に事前アンケート、事前課題を行い、授業中はテキストとワークシートを使い、授業後は事後アンケートを行った。そして、これらに加えて授業の様子を撮影したビデオも用いて、本研究の目的が果たされているかどうかを考察した。

3. おもりの問題の教材化

⑴ 授業のねらい

この授業では、ロピタルの原典－無限小解析－の中の一つ、“L’Hopital’s WeightProblem”（Maanen,1991,p.44-47）を取り上げて授業展開をしていく。たいていこの問題を見ると、物理の力学を用いた解法を推測する。しかし、そのようなアプローチの仕方ではなく、あえて数学を用いたらどのような解法になるかを示し、かつその解法が数学史上だと、まだその当時はっきりと確立されていなかった微分法という１パターンの解法だけ終わらせているのではなく、幾何を用いて微分法の確信性を確かめているということの理解をはかりたい。

⑵ 教材化

この授業で取り上げた教材は、微分積分学の最初の教科書とされているロピタルの“無限小解析”の原典に記述されている、ある１つの問題‘L’Hopital’s WeightProblem”

（Maanen,1991,p.44-47）である。この問題は、幾何学的な解法と微分法による解法の２パターンが存在する。そして、この解法を実際に施行してみると、まったく異なる解法からまったく同じ解答が得られるという実に不思議な体験をすることができる。

この教材は、Maanen(1991)が、For the Learning of Mathmatics の中で実践した問題であり、礒田（2000）はこの教材について、以下のように述べている。

『ロピタルは微分法による解法の妥当性を示すために、幾何学的にも解答しえるこの問題を、意図的に取り上げたに相違わないという仮設が、強化されるのである。すなわち、ロピタルは微積分を知らない当時の人々に、微分のよさを説得するために意図的に幾何的に解ける問題を取り上げたと解釈されるのである。』

この先行研究の考察を参考にしながら２時間分の教材開発を行った。

教材開発をする上で、生徒に伝えたいことは、“まったく異なる解法からまったく同じ解答が得られるという実に不思議な体験ができるということ”と“微分法のよさ・妥当性”であるため、この２つの事柄を常に念頭におきながら開発に精進した。

その結果、１時間目の教材には、原典を用いた部分は微分法による解法だけを示し、実際に微分法で生徒が解けるように道筋を作る形にした。そして、２時間目の導入がスムーズにいくよう、幾何学的解法を推測できるような内容にした。

２時間目の教材は、基本的には１時間目の教材作りと同じ方針であったが、この２つの結果を別の角度からも確認できるように、テキストには作図ツール（CabriGeometry Ⅱ）の軌跡を出した図とグラフツール（GRAPES）のグラフを対照してみることができるように載せた。これは、授業中のパワーポイントの中にも提示した。また、別解として物理的解釈が解析と幾何～代数という２通りの異なる立式結果から得られた関係式の一致という形で妥当性を示した。そうすることで諸表現の調和的アプローチによって異なる表現を通した解の一致は理論の結びつきを明らかにし、このことで微分のよさをさらに引き出せるような教材構成にした。

4. おもりの問題の授業概要

⑴ 授業環境

①日時　　2002年12月12日（木）8:30～9：20
　　　　　2002年12月19日（木）11:30～12:20

②授業対象学級　　国立大学附属高等学校　2年3組

③準備　コンピューター（windows)、プロジェクター、Microsoft Power Point、作図ツール(CabriGeometryⅡ)、グラフツール（GRAPES)、小型カメラ、事前課題、事前アンケート、テキスト、事後アンケート、ワークシート、事前課題解答、参考資料

⑵ 授業展開

まず、この授業に入る前に生徒たちには事前課題と事前アンケートをお願いしてあった。事前課題の

必要性としては、生徒たちは数学Ⅲを既習していないため、この問題を指導するにあたって多少数学Ⅲの知識を要することから、練習問題程度の合成関数に関する計算問題を事前課題とした。

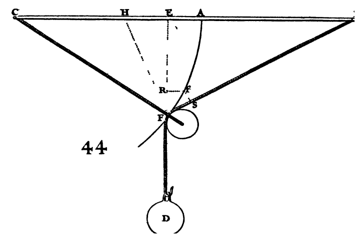
【1時間目】―“L'Hopital's WeightProblem”微分を使った解法―

［写真①：問題の状況説明風景 A］

［写真②：問題の状況説明風景 B］

問題部分の原典（フランス語）

60. SOIT une poulie F qui pend librement au bout d'une corde CF attachée en C, avec un plomb D ſuſpendu par la corde DFB qui paſſe au deſſus de la poulie F, & qui eſt attachée en B, en ſorte que les points C, B ſont ſitués dans la même ligne horizontale CB On ſuppoſe que la poulie & les cordes n'ayent aucune peſanteur; & l'on demande en quel endroit le plomb D ou la poulie F doit s'arrêter.



まず、今回取り上げた原典の著者であるロピタルについての人物紹介から授業を始めた。そして歴史的背景を追っていくことによって、明らかとなる微積分に深く関わった人物、ベルヌーイとライプニッツについても紹介した。さらに原典が微積分学の最初の教科書であることを強調するような説明を行った。この過程を一通り終えた後、原典である“無限小解析”から取り上げた問題がどのような趣旨であるか、英訳をもとに考えた。

教師と生徒の対話1)

教師：黒板の前に出てこの状況を説明してください。文章を追いながらね。

（生徒、パワーポイントの画面を見ながら説明する。）［写真①］

教師：内容は理解できた？

生徒1：一通り理解できた・・・つもり。

教師：はい、ありがとう。じゃあもうひとり聞いてみようかな！！

生徒2：えっと・・・。（ちょっと説明に戸惑う様子）

教師：じゃあ、一緒に確認してみよう。（確認する）大丈夫？

生徒2：（うなずく）［写真②］

問題の趣旨を解釈できたところで、生徒に①：おもり D が静止している状態とはどのようなときか？②：①の状態を具体的に求めるにはどのような手段を使うか？という2つの問いについて考えた。この流れをもとに1時間目の目的である微分法を使った解法を導入していった。

生徒には積極的に考えられるように時間を十分に取った。また多くの生徒から意見を聞くために発言の機会を多く設けた。

（問題部分の英訳）

Let F be a pulley, hanging freely at the end of a lope CF which is fastened at C, and let D be a weight. D is hanging at the end of the rope DFB, which passes behind the pulley F and is suspended at B such that the points C and B are on the same horizontal line. One supposes that the pulley and the ropes do not have mass; & one asks at what place the weight D or pulley F will be.

（問題部分の日本語訳）
図１で F はＣ で固定され、CF が自由に動くようにつるされたプーリーであり、D を重りとする。重り D は、CB が水平になるように固定され、B から F のプーリーを回って DFB とピンとなるようにつるされている。プーリーとロープに重さがないとすると、重り D ないしはプーリーF の位置を求めよ。

［写真③：力学で考える生徒］

微分の計算風景

手段をメモする様子

［写真④：生徒と教師のやり取り］

以下は生徒と教師のやりとりの一部である。

教師と生徒の対話２）

教師：それでは考えたところで聞いてみようかな。静止している状態はどんなとき？

生徒３：BC に対して垂直になったとき。

教師：なるほど。じゃあ、他の意見も聞いてみようかな。思ったこと、意見でいいよ。

生徒４：無重力のとき。

教師：無重力のときか、いいね～。じゃあもっと聞いてみようかな。

生徒５：CE：EB が１：１。

生徒６：えっと、別の子と一緒に考えたんですけど、F から C と B に向けた左右に分かれた力と合力が、D に向かう力と等しければつりあう。［写真③］

教師：お～。なるほど。力学で考えたってことだね。

生徒６：（うなずく）

教師：じゃあもう少し時間をあげるから、②も考えてみて。分からなかったらどんどん聞いてね。

（数分後）

教師：それでは、力学で考えたって言ってくれた人に②も聞いてみようかな。どうやって考えるの？

生徒６：ちょっと、手段まではわからない。

教師：そっか。じゃあ、さっき垂直って言ってくれた人にも聞いてみようかな。

生徒３：実験する。［写真④］

教師：いいね。あと、１：１で求めるんじゃないかって言ってくれた人。

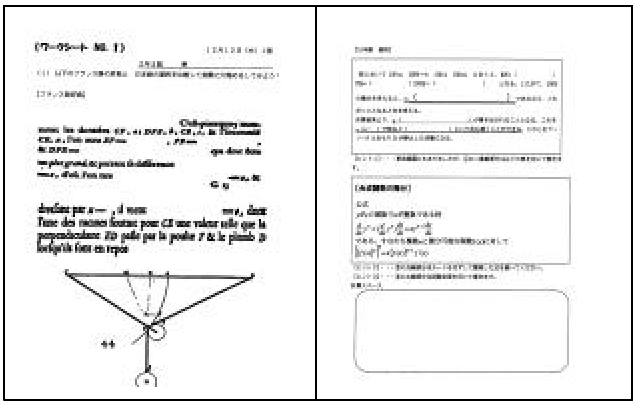
生徒５：三平方の定理を用いてやればでるんじゃないですか？

教師：三平方の定理を用いて D の静止した位置を求めようっていう手段だね。

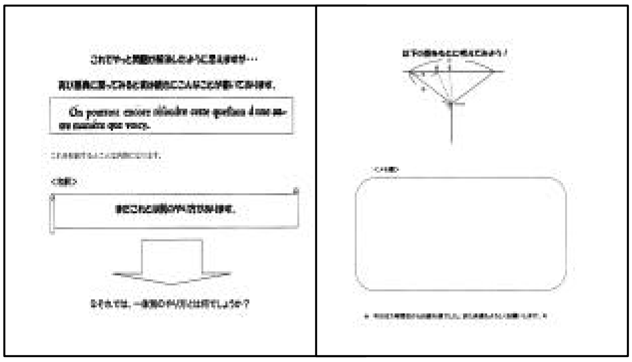
生徒５：（うなずく）

このようなやり取りが行われた後、実際にロピタルはどのようにしてこの問題を考えたのかということを確認するために、再び原典に戻ることにした。

［写真⑤：生徒の活動風景］



《実際のワークシート》



《テキストの一部》

その際に、生徒は原典をそのまま解釈するのではなく、原典のところどころを穴埋めする形式にした。また、そのままでは解釈しづらいと思われたので、日本語による要約もテキストに付け加え、原典と日本語の要約とを比較することによって、生徒の理解を図ることにした。この部分はワークシートを用いて確認をした。

ワークシートで確認した結果を、生徒が黒板で説明することによって、活動場面を増やした。［写真⑤］

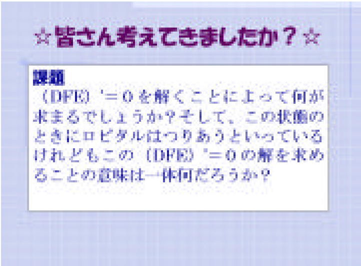
ワークシートの部分に載っている原典解釈をすることによって、ロピタルの解法が微分法であったということを確認した。ワークシートができたところで、続きの原典に戻ってみることにした。すると、この研究の最も重要なつなぎの部分である言葉が書かれていることに到達した。生徒にその重要性を知ってもらうため、テキストでは左のようなテキストの導入により、生徒が考えるきっかけを作った。

この導入は、２時間目に行おうとしている幾何学的な解法を生徒が推測できるようにする目的があった。

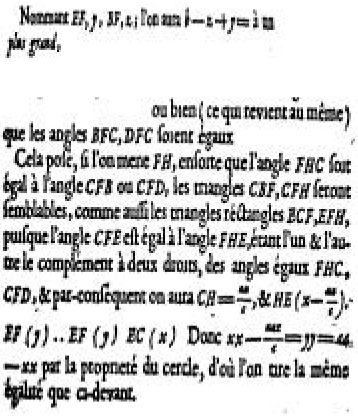
１時間目は、微分法以外にロピタルはどのような解法を示していたか考えることを次回までの宿題として、授業を終えた。

【２時間目】―“L’Hopital’s WeightProblem”幾何を用いた解法―

今回の授業は前回の授業から一週間間があいてしまったということもあり、まずはじめに一回目の授業の復習から入ることにした。復習方法は教師が説明をしながら生徒はテキストをたどっていくという方法を取った。１時間目の授業の復習ができたところで、前回の授業で宿題にしてあった問題についは、生徒との議論形式をとることで確認した。



＜前回出した宿題＞



Nommant EF, y, BF, z ; l'on aura $b - z + y =$ à un plus grand,

ou bien (ce qui revient au même) que les angles BFC, DFC soient égaux

Cela posé, si l'on mene FH, ensorte que l'angle FHC soit égal à l'angle CFB ou CFD, les triangles CBF, CFH seront semblables, comme aussi les triangles réctangles BCF, EFH, puisque l'angle CFE est égal à l'angle FHE, étant l'un & l'autre le complément à deux droits, des angles égaux FHC, CFD, & par-conséquent on aura $CH = \frac{aa}{z}$, & HE $(x - \frac{aa}{z})$. EF (y) .. EF (y) BC (x) Donc $xx - \frac{aax}{z} = yy = aa - xx$ par la propriété du cercle, d'où l'on tire la même égalité que ci-devant.

【穴抜きの原典】

EF= y　BF= z とする。b－z＋y の値は最大の長さになることが前提である。そのとき、線分 FH を、角 FHC が角 CFB または角 CFD と等しくなるようにとる。そのときに①（△　　　）と（△　　　）は相似である。また、角 FHC と角 CFD は等しいのでそのときの余角である角 FHE と角 CFE も等しくなることから、②（△　　　）と（△　　　）は相似になる。以上のことから

CH=（　　　　　）（∵①より）

③ HE(　　　　):EF(　　　)=EF(　　　):EC(　　)。（∵②より）

ゆえに、④（　　　　　）＝（　　）＝（　　　）となる。

【幾何部分原典和訳】

教師と生徒の対話３)

教師：宿題を前回だしたけど、それについて考えてきた？

生徒８：いやまったく・・・。

教師：じゃあ、今考えてみて。みんなも一緒に考えてみて。考える時間をあげるから。

（他の生徒にあてる）

教師：考えてきた？

生徒９：(首を振る)

教師：微分＝０ってどういうこと？今まで自分が習ってきたことでもいいし、自分の思ったことでいいよ。

生徒９：グラフが書ける。

教師：お～、いい意見だね。じゃあどんなグラフが書けそう？

生徒９：(首をかしげる)

教師：じゃあそこをもう少し考えてみてね。じゃあもっと他にも聞いてみようかな。

生徒１０：分かりません。

教師：それじゃあ、これなんじゃないかって意見はある？

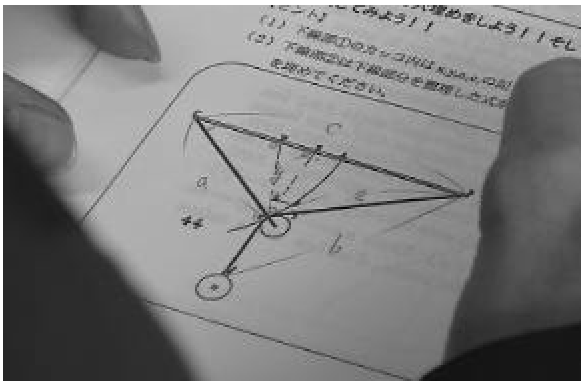
生徒全員：(意見なし)

教師：それでは、色々な意見が出たところで早速本題に入ろう。

この確認において、当時、微分法がすべての人に認められていなかったので、正当性を明らかにするために微分法のあとに幾何学で同じ問題を解きなおしているということを生徒が理解できるようにした。

確認後、１時間目と同様に原典解釈をした。２時間目の原典も、そのまま抜粋したものをテキストに載せるのではなく、穴埋め方式のものを載せることで生徒の活動を多く設けた。

[写真⑥:問題を共有しあう場面 A]



<生徒の手記>

［写真⑧：カブリとグレープスで確認している場面A］

［写真⑨：カブリとグレープスで確認している場面B］

［写真⑦：問題を共有しあう場面B］

また、2 時間目は幾何によって問題を解釈していく方法だったため、図形を解釈する時と原典を解釈する時間を十分とることで、生徒が問題を共有できるようにした［写真⑥・⑦］。

この解釈により、微分法による解法と幾何による解法が一致したということで、微分法の妥当性を理解し、微分法のよさも体感できた。

しかし、１時間目の生徒の様子から、状況を把握することに困難が生じ、いまいちよさを感じることができないことを想定し、最終確認の段階で作図ツールとグラフツールによる結果を映すことで、さらなる理解を図ることにした。

授業のまとめとして、ロピタルはこの問題において、幾何学を微分の妥当性を示すための根拠として用いたことを確認し、また、力学の解法も参考に紹介することで２時間の内容を終えた。

５ 議論

ここでは、研究目的であげた課題について、生徒からのアンケートをもとに議論を進めていくことにする。

補足として、アンケートは、授業が終わったあとに事後アンケートとして行ったが、生徒たちが授業を受ける前と後が比較しやすいように（授業を受ける前）／（授業を受けたあと）というような二項目を両隣に並べる形式をとった質問も中にいれ、変容をよくわかるようにした。

課題① 数学史を用いた授業を行うことによって生徒の数学観の変容をみることができるか。

アンケートの内容

Ⅰ：数学という学問に対するイメージを教えてください。

＜Ⅰに対する生徒の回答（一部抜粋）＞

【授業を受ける前】	【授業を受けたあと】
（生徒 A） 難しいもの。	（生徒 A） やはり難しいもの。
（生徒 B） 数字がいっぱい、難しい。	（生徒 B） 便利。
（生徒 C） 複雑。	（生徒 C） いろいろな場面に応用できるも
（生徒 D） 学科の中で、一番実用的な価値に貧しいもの。（算数は必要だが、数学は何のためにやっているのか理解を見出しにくい）	（生徒 D） 変化なし。
（生徒 E） 一つの学問。	（生徒 E） 正しく使えば有効なもの。
（生徒 F） あまり役に立たない学問かと思っていた。	（生徒 F） そうでもないことが発覚した。
（生徒 G） ひらめきも重要な科目。	（生徒 G） ある事柄には色々なアプローチの仕方がある。

アンケートの内容

Ⅱ：あなたにとって数学とは何ですか？

＜Ⅱに対する生徒の回答（一部抜粋）＞

【授業を受ける前】	【授業を受けたあと】
（生徒 H） 苦行。	（生徒 H） 少しは面白くなってきたかも。
（生徒 I） 他人。	（生徒 I） 友人。

（生徒 J）
公式とか定理とかを覚えて、あらゆる問題をこなさなければならず、大変なもの。

（生徒 J）
論理的思考を必要とするもの。

今回は、授業時間が２時間ということもり、変容を見出すことはかなり難しいのではないかと想定していた。しかし、アンケートの結果をみても分かるが、“ 変わらない ” といった感想を持つ生徒がいる反面、明らかに変容が見られる生徒がいたことも事実である。例をあげると、アンケートから生徒Ｆは授業を受ける前は数学という学問をひらめきが必要だと考えていたようである。つまり、一つの方向でしか問題を見る視点がなかったことが伺えるが、授業後は見る視点を変えることによって、他にもアプローチが考えられる場合もあるということに気づくことができた。また、生徒Ｋのアンケート結果を見てもらいたい。斎藤(2002)の先行研究で、“ 原典の追体験・数学的活動を行っていく中で学生は微分積分学の存在感や、応用･広がり等、考え方を膨らませることができた ” という報告からも考察できるように、数学がただ公式を覚えて当てはめるという、形式的な学問と捉えているような生徒が、数学史という題材を用いることによって、この学問は思考が大切なのだということを感じることができたと思われる。以上のことから、数学史を用いた授業を行うことによって、数学に対するさらなる数学観の変容が期待できると考えられる。

課題② :自然科学における数学の立場を生徒がどのように捉えているかを知る。

アンケートの内容

Ⅲ：自然科学における数学の立場についてどう思いますか？

＜Ⅲに対する生徒の回答（一部抜粋）＞

【授業を受ける前】

（生徒Ｌ）
微妙。

（生徒Ｍ）
実践され、貢献することが割と少ない学問。

（生徒Ｎ）
よく分からない。

【授業を受けたあと】

（生徒Ｌ）
結構重要なときもある。

（生徒Ｍ）
他の科学分野を包括的に底支えするもの。

（生徒Ｎ）
幅広い分野に応用していけるだろうと思った。

多くの生徒は、自然科学という意味を漠然と捉えている様子がアンケートの結果から想像できた。上の結果から、生徒は自然科学における数学の位置付けを特に考えたことがないことがわかる。この項目について特に変容を求めているつもりではなかったのだが、予想以上に生徒は、この授業によって自然科学における数学の存在を重要であると捉えはじ

め、さらに他分野への飛躍につながるというように、数学に対する視点を変えていた。この変容から考察できることは、普段の授業段階ではあまりはっきりしない自然科学における数学の立場、さらに数学のよさを、数学の歴史を追体験することで明確なものと捉えることができたと考えられる。

課題③ 微分法のよさ、すばらしさを体感することができるか。

アンケート内容

Ⅳ：微分に対するイメージを教えてください。

＜Ⅳに対する生徒の回答（一部抜粋）＞

【授業を受ける前】	【授業を受けたあと】
（生徒 O）	（生徒 O）
数式ばかりでつまらない。	適用範囲が意外に広い。
（生徒 P）	（生徒 P）
便利。	とっても便利。
（生徒 Q）	（生徒 Q）
微小。	無限大。
（生徒 R）	（生徒 R）
よく分からないけど一つの計算方法。	いろいろな場面で使える。
（生徒 S）	（生徒 S）
接線の方程式を求める方法。	物理学との関係もあるんだな～。

アンケート内容

Ⅴ：ロピタルは“微分法の適用範囲は広大である”といっていましたが、あなただったら今後微分をどのような場面で使いますか？

＜Ⅴに対する生徒の回答（一部抜粋）＞

- 数量を求めるとき
- 普段の生活
- 大学受験（これに似た意見多数）
- 身の回りの現象を考えるとき（勉強とかではなくて）
- 微分の問題
- 多分今後生活していくうえで必要になることはないと思う。けど、授業で使う。
- 計算問題。グラフを書くとき。
- 物理学
- 微積分が有用な場面
- 面積の計測
- グラフの挙動
- わからない

（注：アンケートに答えた生徒の表記は、Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴで重複している場合もある。）

まず、Ⅳに対する生徒のアンケート結果において全員分は載せていないが、この設問が最もアンケート項目の中で多種多様な意見を得ることができた。履修の対象が微分を終えたばかりの高校２年生だったため、たいがい接線や計算法としてのイメージを持つ生徒が多かった。しかし課題としている、『生徒が“よさ”を体感する』手段として数学史を用いたことにより、単なる漠然とした生徒の微分に対するイメージを変えることができたといえる。さらに、ある生徒は著者が求めていた“よさ、素晴らしさ”を知ることだけでなく、多方面における微分の有用性を見出していた。これは、ⅣとⅤの結果から推測することができる。

しかし、Ⅴの結果を見ると、Ⅳの結果から、微分の“よさ”は大いに伝わったように思えるが、実際、どのような場面で適用していくのかといったことに対する生徒の考えは、あくまでテストや計算法といったような手段としてでしか微分を使うことができないと考えている生徒が多かったのである。このように、単なる手段としてしか見ることができない微分法の観点をどのように変えていったらよいのこということが、この研究によって今後の課題となった。

また、授業後のアンケートの中に“パソコンを使ったりして分かりやすかった”という感想が多かった。これは、磯田(1997)の先行研究で『諸表現による調和的アプローチでは、作図世界という異なる世界で得た結果が視覚的に合致することでその解の真実感が実感され、更なる探求ができた』と述べていることからも分かるように、テクノロジー利用の有用性が、この研究からも明らかにすることができたと思われる。

6. おわりに

本研究では、３つの課題を主本に行ってきたが、数学史の原典を用いて研究授業を行うことの難しさを痛感した。それは、授業を実践するまでの準備段階から感じられた。教材化を行うにあたっても、自分がやろうとしている分野だけの知識だけではもちろんできるはずがなく、さまざまな知識を養いながら本研究の大本にたどりつくことで、初めて実践することができるのである。これにより、初めて課題である生徒の変容、生徒が自然科学における数学の位置付けをどのように捉えているか、微分法のよさを知ることができるかといった課題が達成される。また、２時間という短い授業時間で、この３つの課題を達成できるかという不安もあったが、議論からわかるように、短い時間でも目的を達成することができたといえる。しかし、もう少し時間が与えられた環境で授業を行うことができたら、違った結果が得られたかもしれない。

今年度から施行される学習指導要領から、数学史を用いた授業が本格的に始まるわけだが、今後、数学史を用いた教材研究をするにあたって、歴史をそのまま生徒に教授するために、一次文献を完全に教師が理解し、生徒が解釈する上で困難な状況に突き当たってしまったときに教育的研究の予備知識をしっかりもって、授業に取り組まなければならないということの意味を、本研究によりあらためて実感した。近い将来現場にでることを考えると、今回の研究は、これからに向けて大きく反映させられるだろう。

（謝辞）
本研究にあたって、ご指導・ご協力いただいた筑波大学附属駒場高校の牧下英世先生をはじめ、数学科の諸先生方に厚く御礼を申し上げます。

注）　本研究は平成１４年度科学研究費「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・指導法開発研究」（基礎研究Ｂ、研究代表者磯田正美 №.1438005）の一環として行われた。

引用・参考文献

【１】 文部省(1999). *高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編.* 東京: 実教出版.

【２】 磯田正美(1987). 数学学習における数学史の利用に関する一考察. *筑波大学附属駒場中高等学校研究報告, 26,* 161.

【３】 磯田正美(1997). 曲線と運動の表現史からみた代数，幾何，微積分の関連に関する一考察～幾何から代数、解析への曲線史上のパラダイム転換に学ぶテクノロジー利用による新系統の提案と関数水準と幾何の水準の関連～. *筑波数学教育学研究,16,*11-13.

【４】 磯田正美(2001). 異文化体験から見た数学の文化的視野の覚醒に関する一考察―隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて―. *筑波数学教育学研究,20,*45-46.

【５】 磯田正美(1997). テクノロジー利用による代数・幾何・解析の改革へのパースペクティブ～関数・微積 ForAll プロジェクト～. *筑波数学教育研究*室 95-97

【６】 塚原成夫(1996). 高校生の微積分理解に関する一考察. *第 29 回数学教育論文発表会論文集* 127

【７】 神長幾子(1985). 高等学校における微積分の背景―17 世紀の微積分学形成史の考察―.*筑波数学教育学研究* 76-85

【８】 杉山吉茂,澤田利夫,橋本吉彦&町田彰一郎(1999). *講座　教科教育　数学科教育(中学・高校)*(pp. 136-147). 東京: 学文社

【９】Jahnke, H. N. (2000). The use of original sources in the mathematics classroom. In J. Fauvel & J. V. Maanen (ed.), *History in mathematics education* (pp. 291-328). Boston: Kluwer Academic.

【10】斎藤康則(2002). 他教科との関連を踏まえた数学史の授業実践―Brachistochrone Ploblem を題材に―.*教育評価の転換と歴史文化志向の数学教育―ADDING IT UP: Helping Children Learn Mathematics―.中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(9).* 262-275

上記以外に引用・参考にした文献

【11】Hollingdale.S.(1993). *数学を築いた天才たち(上・下)*(岡部恒治監訳). 東京: 講談社.

【12】ヒース. T. L. (1998). *ギリシャ数学史*(平田寛,菊地&大沼訳). 東京: 共立出版.

【13】ハーン.A.J.(2002). *微積分と科学　解析入門 Part2*(市村宗武,狩野寛&狩野秀子訳). 東京: シュプリンガー・フェアラーク東京.

【14】ハイラー.E&ワナー.G.(2001). *解析教程(上)*(蟹江幸博訳). 東京: シュプリンガー・フェアラーク東京.

【15】JanA. Van Maanen(1991),L’Hopital’sWeightProblem,*For the Learning of Mathmatics,*Vol.11,No.2