

授業資料

～ 計算を簡単にやっちゃおう(1 時間目)～

Deg. 0		+1-		Sines
mi	Sines	Logarith	Differen. Logarith	
0	0	infinite	infinite	.0 1000000.00
1	291	8142567	8142568	.1 1000000.059
2	582	7449419	7449421	.2 999999.898
3	873	7043952	7043956	.4 999999.657
4	1164	6756275	6756274	.7 999999.356
5	1454	6533131	6533130	1.1 999998.955
6	1745	6350810	6350808	1.6 999998.654
7	2036	6196659	6196657	2.2 999998.053
8	2327	6063128	6063126	2.8 999997.452
9	2618	5945345	5945342	3.5 999996.751
10	2909	5839986	5839814	4.3 999995.950
11	3200	5744676	5744671	5.2 999995.049
12	3491	5657665	5657658	6.2 999994.048
13	3781	5577622	5577615	7.3 999992.847
14	4072	5513514	5503506	8.4 999991.746
15	4363	5434521	5434513	9.6 999990.545
16	4654	5369984	5369973	10.9 999989.244
17	4945	5309360	5309148	12.3 999987.843
18	5236	5252202	5252188	13.8 999986.342
19	5527	5198136	5198120	15.4 999984.741
20	5818	5146843	5146836	17.0 999983.140
21	6109	5098054	5098045	18.7 999981.339
22	6399	5051534	5051514	20.5 999979.238
23	6690	5007083	5007060	22.4 999977.637
24	6981	4964522	4964499	24.4 999975.636
25	7272	4923703	4923676	26.5 999973.235
26	7563	4884483	4884454	28.7 999971.434
27	7854	4846743	4846712	30.9 999969.233
28	8145	4810376	4810343	33.2 999966.832
29	8436	4775286	4775250	35.6 999964.131
30	8726	4741385	4741347	38.1 999961.030

Deg. 89

Deg. 0		+1-		Sines
mi	Sines	Logarith	Differen. Logarith	
30	8726	4741385	4741347	38.1 999961.030
31	9017	4708596	4708555	40.7 999959.229
32	9308	4676848	4676805	43.4 999956.628
33	9599	4646077	4646031	46.1 999953.927
34	9890	4616225	4616176	48.9 999951.126
35	10181	4587239	4587187	51.8 999948.225
36	10472	4559009	4559014	54.8 999945.224
37	10763	4531671	4531613	57.9 999942.123
38	11054	4505004	4504943	61.1 999938.922
39	11344	4479030	4478965	64.4 999935.721
40	11635	4453713	4453645	67.7 999932.320
41	11926	4429022	4428950	71.1 999928.919
42	12217	4404915	4404850	74.6 999925.418
43	12508	4381396	4381318	78.2 999921.817
44	12799	4358408	4358326	81.9 999918.116
45	13090	4335936	4335850	85.7 999914.215
46	13380	4313958	4313868	89.6 999910.114
47	13671	4292453	4292360	93.5 999906.013
48	13962	4271401	4271304	97.5 999901.712
49	14253	4250783	4250682	101.6 999898.411
50	14544	4230583	4230477	105.8 999894.910
51	14835	4210781	4210671	110.1 999890.009
52	15126	4191365	4191150	114.5 999885.608
53	15416	4172317	4172198	118.9 999881.107
54	15707	4153627	4153504	123.4 999876.606
55	15998	4135279	4135151	128.0 999872.105
56	16289	4117263	4117130	132.7 999867.304
57	16580	4100664	4100527	137.5 999862.503
58	16871	4082175	4082032	142.4 999857.702
59	17162	4065082	4064935	147.3 999852.701
60	17452	4048276	4048124	152.3 999847.700

Deg. 89

授業者：寒河江 雄一郎

(筑波大学大学院修士課程教育研究科 1 年)

2 年 2 組 番

氏名

0 時代背景

大航海時代（15世紀～17世紀の前半）、船の位置（緯度・経度）を知るための航海術（天文航法）が発達していた。そこでは、精度の高い観測値（大きな桁数の数）のかけ算・わり算をすることが必要とされた。当時、三角関数が知られており、三角関数の表も作られていた。

参考（三角関数表の一部）

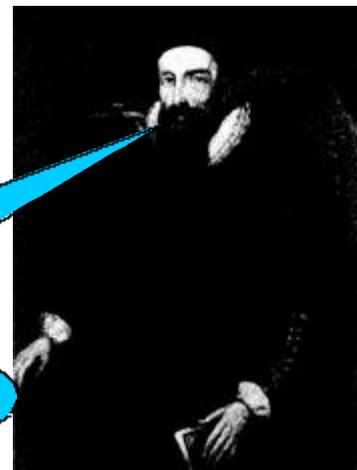
204		30°										60' 0"	
	sin	tang		sec	cosec		cotg		cos				
0' 0"	0.500000	42	0.577350	65	1.154701	32	2.000000	168	1.732051	194	0.866025	24	60' 0"
10	0042	42	7415	65	4733	32	1.999832	168	1857	194	6001	24	50
20	0084	42	7480	64	4765	32	9664	168	1663	194	5977	24	40
30	0126	42	7544	64	4798	33	9496	168	1469	194	5953	24	30
40	0168	42	7609	65	4830	32	9328	168	1275	194	5928	25	20
50	0210	42	7674	65	4862	32	9161	167	1082	193	5904	24	10
1 0	0.500252	42	0.577738	64	1.154895	33	1.998993	168	1.730888	194	0.865880	24	59 0
10	0294	42	7803	65	4927	32	8825	168	0694	194	5856	24	50
20	0336	42	7868	64	4959	33	8657	167	0500	193	5831	24	40
30	0378	42	7932	65	4992	32	8490	168	0307	194	5807	24	30
40	0420	42	7997	65	5024	32	8322	167	1.730113	193	5783	24	20
50	0462	42	8062	65	5056	32	8155	167	1.729920	193	5759	24	10
2 0	0.500504	42	0.578126	64	1.155089	33	1.997987	168	1.729726	194	0.865734	24	58 0

1 人物紹介

ジョン・ネーピア（John Napier, 1550-1617）

- ・ スコットランドのマーチストン城で生まれる。
- ・ 彼があるものを考え始めたのは 1595 年ごろといわれている。

私は何を発見したのでしょうか？



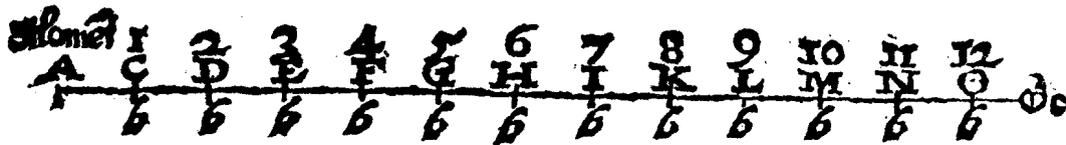
2 Descriptio

定義

次ページからの文章は、Napier が刊行した著作の英訳の主要な部分です。これを読んで、Napier の考案したあるものについて探ってみよう。



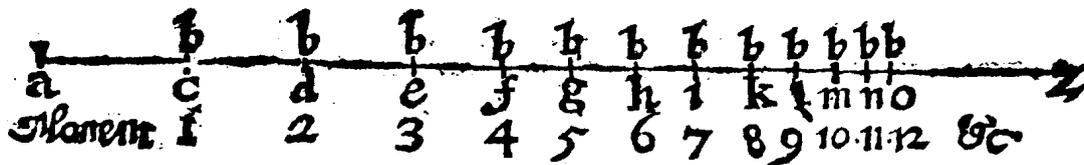
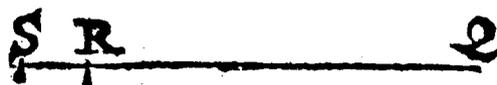
LINE is said to increase equally, 1. Definition when the poynt describing the same, goeth forward equall spaces, in equall times, or moments.



線分は等しく増加する。定義 1 同じものを表わす点が、同じ時間または瞬間に等しい長さだけ進んでいくとき。

2. Definition.

A Line is said to decrease proportionally into a shorter, when the poynt describing the same in equall times, cutteth off parts continually of the same proportion to the lines from which they are cut off.



定義 2 線分がしだいに短かなものになるように比例的に減少するというのは、同じ時間に、同じものを表わす点が、そこから切り離されていく線分と同じ比をもつ部分を継続的に切り離していくとき。

3 Def. *Surd quantities, or unexplicable by number, are said to be defined, or expressed by numbers very neere, when they are defined or expressed by great numbers which differ not so much as one unite from the true value of the Surd quantities.*

定義 3 無理量、もしくは数によっては説明不可能なものが、非常に近い数によって定義される、あるいは表現されるというのは、それが、真の無理量の値からせいぜい 1 以下しか変わらないような、非常に大きな数によって定義されるときである。

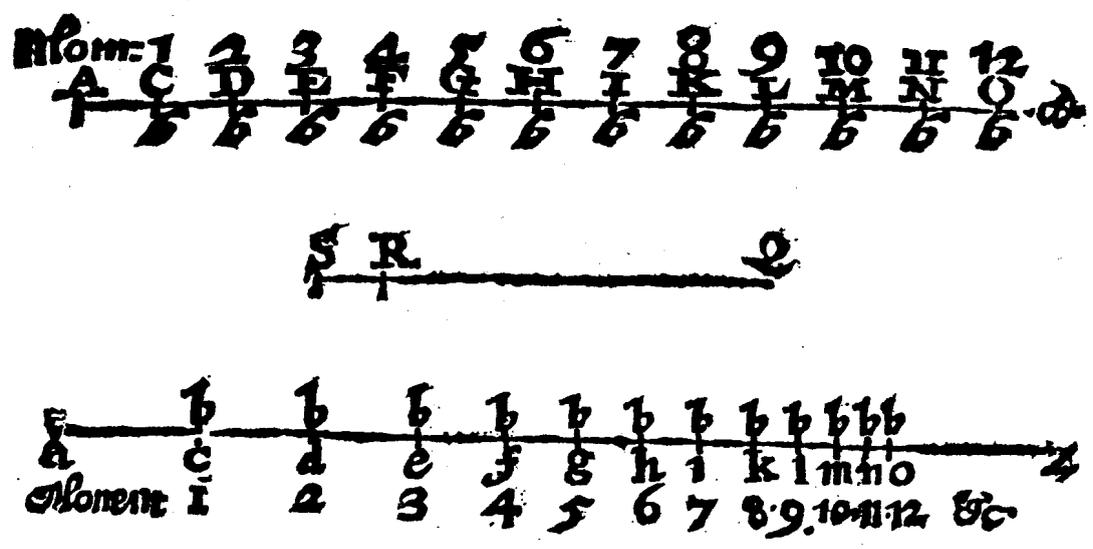
4 Def. *Equal-timed motions are those which are made together, and in the same time.*

定義 4 等しい時間の運動とは、一緒に等しい時間で動くものである。

5 Def. *Seeing that there may be a slower and a swifter motion giuen then any motion, it shall necessarily follow, that there may be a motion giuen of equal swiftnesse to any motion (which wee define to be neither swifter nor slower.)*

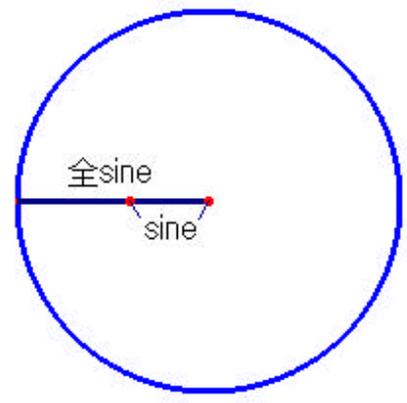
定義 5 ある運動よりも、一層ゆっくりした運動も、また一層速い運動も与えられ得るということを知るときには、そのことからその運動に等しい速さをもつ運動も与えられ得るということが結論できる（それをわれわれは速くも遅くもない運動という）。

6 Def. The therefore of any sine is a number very acutely expressing the line, which increased equally in the meane time, whiles the line of the whole sine decreased proportionally into that sine, both motions being equal-timed, and the beginning equally swift.

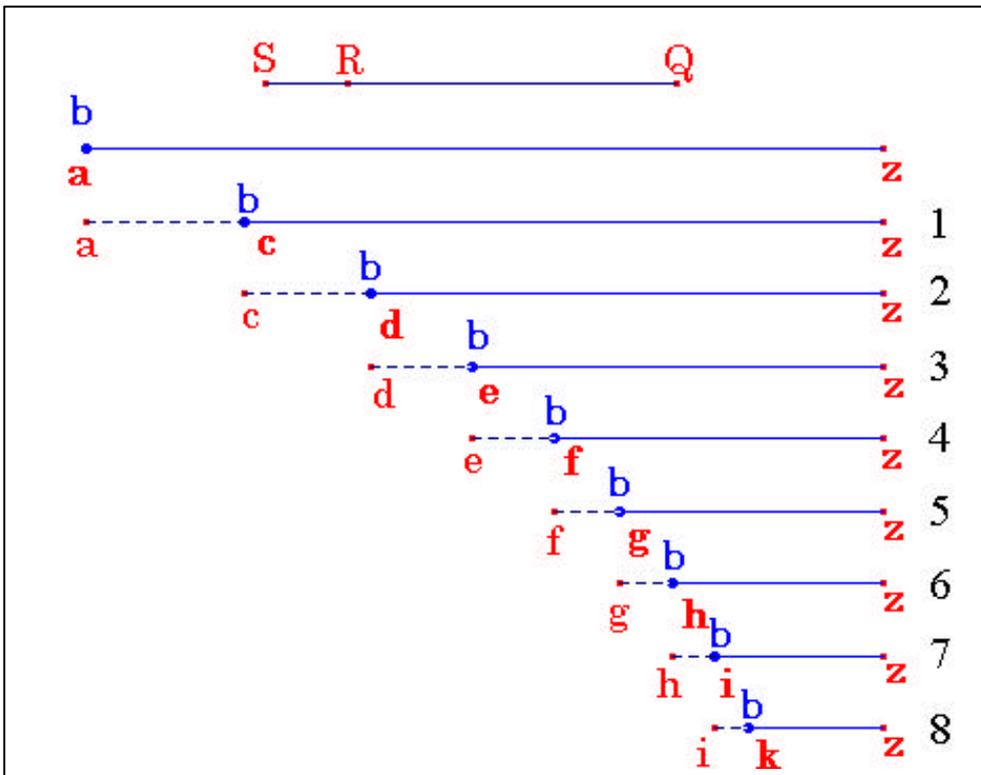
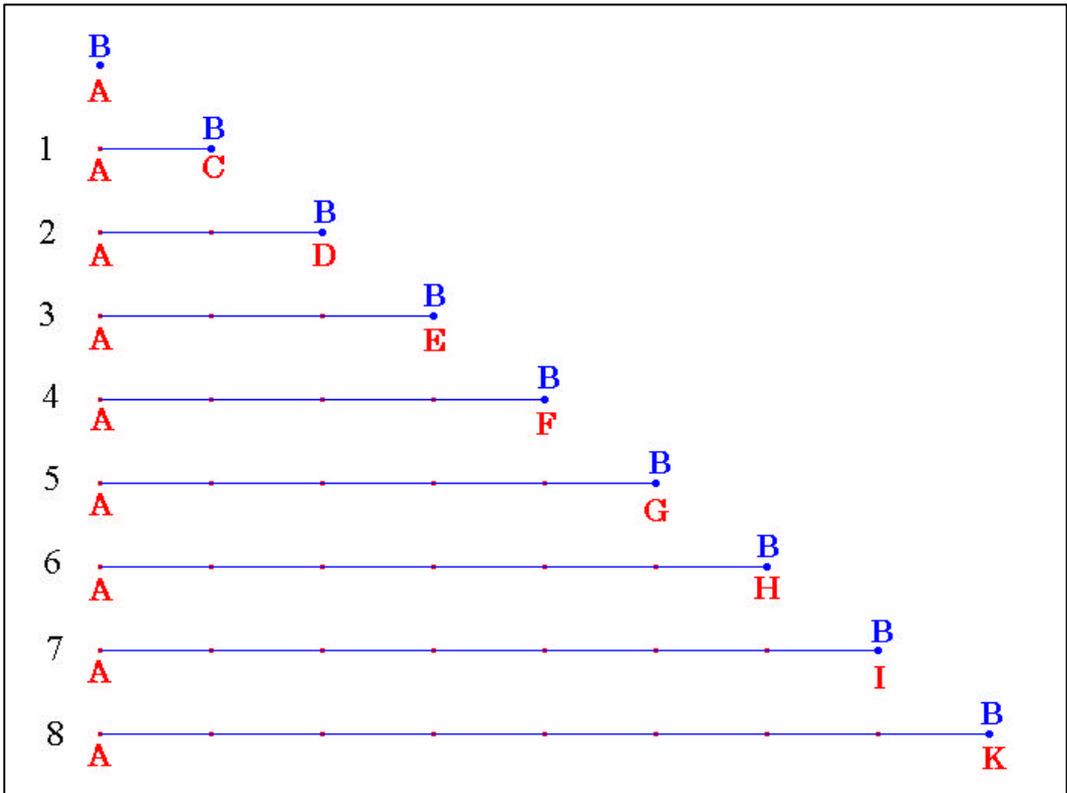


定義 6 したがって、任意の sine の とは、次の線分を非常に近く表現する数のことである。その線分は平均的な時間で等しく増加しており、一方、全 sine の方の線分は、比例的にその sine に向かって減少している。このとき両方の線分の運動は等しい時間で行なわれ、また、はじめは同じ速さをもっている。

(註) Napier は、ある長さの線分を、円をつかって考えていた。ここでの “ whole sine (全 sine)” は円の半径、すなわち決まった長さの線分を表している。“ sine ” は、今、ある長さの線分を表しているものとする。



参考
Napier が円の半径として 10^7 をとった。これは、レジオモンタヌスの三角関数表が 7 桁のものであったので、それにならったのだとされている。これをもとに表の計算は行われている。



3 Napier の著作

Napier によって、

『Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio』 (1614 年)

『Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio』 (1619 年)

という 2 つのラテン語の著作で発表された。

註 1) 『Constructio』は、息子 Robert によって

Napier が亡くなった 2 年後に編纂された。

註 2) 今回用いた文章は、『Descriptio』の英訳本

『A DESCRIPTION OF THE ADMIRABLE
TABLE OF LOGARITHMES』である

Napier は先の定義をもとに対数表を作成。

作成における計算はすべて手計算によるもの
だった。

対数表は『Descriptio』に、対数表作成の詳細
な過程は『Constructio』に記載されている。



Memo

おまけ (Napier に関する記述を読もう！何がわかるかな？)

《Construction》を編纂したロバート・ネピアが冒頭に“数学を学ぶ読者への挨拶”で次のように述べている。(ネピアはこの書の刊行2年前に亡くなっている)

「いまもつねに思い出の中に敬愛され続けている私の父は、数年前、対数の驚くべき Canon の使用を公のものとした；しかし父はその対数の本の7ペ - ジと最後のペ - ジに書き記したように、この創造の理論と方法については、この種の学問に精通した人たちの Canon についての意見と批判を確かめた上でなければ、印刷することはしないとしていた。

しかし、父がこの世から旅立ってから、私は間違いもないような確かさで、数理科学におけるもっとも熟達した人たちが、この新しい発見を非常に重要なものと考えており、そしてこの驚くべき Canon の作成法、あるいは少なくともそれを説明するようなものを、広く世のために明らかにしてほしいと望んでいることを知った。

そのため、著者がこの小さな著述に最後の校訂の手を加えなかったのは明らかなことではあったが、それでも私は彼らからの名誉ある要求を満足させ、またこのような研究をまだ習得していない人たち、また初めのところで立ち止まっている人たちの助けとなるようなことに対し、私のできるだけのことほしたいと思ったのである。」

「私はあなたにジョン・マール氏から聞いた忘れられない話を伝えておきます。あなたは御存知だとは思いますが、マール氏はすぐれた数学者であり幾何学者でもあった人で、ジェームズ王とチャールズ1世に仕えていました。

ネピア卿が、あるいはマーチストン卿といった方がよいかもしれませんが、最初に彼の対数の著作を刊行したとき、ブリッグス氏は当時ロンドンのグレシャム・カレッジの天文学の講師でしたが、一読してその考えに驚き感嘆して、それを発見した高貴な人マーチストン卿に会いたいと矢も盾もたまらぬような気持ちになっていました。

ブリッグス氏は、前もってスコットランドに行く予定のあったマール氏に、2人の学者ネピア氏とマール氏が会うときに、自分もそこに同席できるように取り計らってほしいと伝えておきました。ブリッグス氏はネピア卿とエジンバラで会うことになりましたが、約束の日になってもブリッグス氏は姿を見せず、ネピア卿は彼が本当にやってくるのかどうか疑いはじめました。(註記：当時ロンドンからエジンバラへは船旅で、その海路は危険を伴うものであって、日数も定まらぬ長い旅であった。) たまたまある日ネピア卿とマール氏がブリッグス氏について話をしていて、ネピア卿が『ねえ、ジョン、ブリッグス氏はもう現われないよ』といったちょうどそのとき、門がノックされました。マール氏が急いで駆け下りると、そこには喜色満面のブリッグス氏が立っていました。マール氏は、ブリッグス氏を卿の部屋に伴いましたが、15分ほどは、卿とブリッグス氏は互いに敬意をもって見つめあっているだけでした。それからブリッグス氏が話しはじめま

した。

『閣下、私はあなたにお会いして、叡知と発見の閃めきに恵まれて、天文学にとってこれほどすばらしい助けとなった対数を、どのようにして最初に考えつかれたかを知りたくて、この長旅をしてここにやって参りました。閣下、あなたによって見出されましたが、一度わかってしまえばむしろやさしいことのようにさえ思えるこのことを、これまで誰も気づかなかったことが、私はむしろ不思議だったと思っています。』

ブリッグス氏はネピア卿によって手厚くもてなされました。そして、この後、毎夏、ネピア卿が存命の間、この尊敬すべき人ブリッグス氏は彼に会うためにスコットランドを訪問したのです。(註記：実際訪問したのは2回であった)

J. L. Coolidge The Mathematics of Great Amateurs
Oxford (1990, reprint) からの訳出 (『数の大航海』より)

「ここでこれから述べる対数は、あの有名なマーチストン男爵が彼の『Canon Mirificus』で示した対数とは違ったものであるということについては、どうか驚かないでいただきたい。というのも、私がグresham・カレッジの私の聴講生に向けて、ロンドンでそこに書かれている理論を詳しく講述した折にも、全 sine の対数として (Canon Mirificus のように) 0 をとることはよいとしても、全 sine の 10 分の 1、すなわち $5^{\circ} 44' 21''$ の値に対しては 10000000000 を対数としてとる方がずっとよいと注意していたからである。そしてこのことについて私はすぐに著者に書き送った。そしてその年の季節もよくなり、私のつとめていたカレッジも休暇期間に入ると、私はすぐにエジンバラへと旅立った。そしてエジンバラでは彼から心暖まる歓迎を受け、私はそこで 1 カ月も滞在し続けた。しかし私たちが対数を変えることについて話し合いをはじめると、彼はかなり前から同じ意見をもっていて、その完成を心がけていたのだと言った。さらに彼は言葉を継いで、もし彼の雑務や健康が許すなら一層使いやすいものをつくりたいのだが、それができるまでの間、自分はずでに用意したものを公刊することに踏みきったのだ、と言った。彼はそのことについて、対数を変えるとすれば、0 は 1 の対数とするように、10000000000 は全 sine の対数となるようにすべきであるという考えを述べた。私はこれがもっとも使いやすい対数であるということは認めざるを得なかった。そこで私は以前に準備していたものをすべて放棄して、彼の熱心な懇請にも応じ、このような対数の求め方について真剣に熟考することをはじめた。そして翌年の夏、私は再びエジンバラを訪れ、私がこの書で提示している対数の基本的な部分を彼に示したのである。私は同じことを三度目の夏にもするつもりであったのだが、それはかなわぬこととなった。実際、そのような私たちのことで彼にそんな時間をとらすことは、神をまことに喜ばすことになるのだろうか。」

ブリッグスの著書 Arithmetica Logarithmica
からの訳出 (『数の大航海』より)