

2002年10月28日(月)

授業資料

研究授業1日目



2年 組

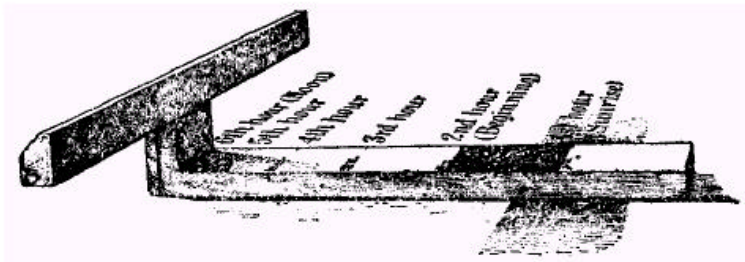
名前

授業者：筑波大学大学院教育研究科 高見香織

1. 日時計について

日時計 (sun - dial) とは、太陽光による物体の影の形、大きさ、位置などで時刻を知る装置のことをいう。歴史的には、物体の影の長さや位置によって一日のある時点を指定することから始まるようで、エジプトのオベリスク (ピラミッドの近くにある尖塔) もこのように使われたものらしい。古代エジプトから 16 世紀までの約 4000 年間は、日時計が時間測定の主役であった。

日時計の影を投ずる物体 (棒) のことをグノモン (gnomon) という。



左図：

紀元前 16 世紀の持ち運びができるエジプトの日時計。棒に刻まれた線に落ちる影をみて時刻を読み取る。

【 HISTORY OF MATHEMATICS by D.E.SMITH 】

スイダスによると、アナクシマンドロス (紀元前約 611 - 610 年生れ) がグノモン (垂直針のある日時計) を紹介し、' 一般に幾何学の素描または輪郭を示した、とされている。おそらく、ここで用いられている ' 幾何学 ' という語は、' 測地術 ' という原意においてである。彼がギリシアにもちこんだといわれるグノモン (日時計) に、彼は至日、時間、季節、春秋分を示したそうである。ヘロドトスによれば、ギリシア人はグノモンの使用をバビロニア人から学んだとされている。

(資料 1)

祭司たちの語るところでは、この王 (ラムセス 2 世) はエジプト人のひとりひとりに同面積の方形の土地を与えて、国土を分配し、これによって毎年年貢を納める義務を課し、国の財源を確保したという。河の出水によって所有地の一部を失う者があった場合は、当人が王の許に出頭して、そのことを方向することになっていた。すると王は検証のために人を遣わして、土地の減量分を測量させ、爾後は始め査定された納税率で (残余の土地について) 年貢を納めさせるようにしたのである。私の思うには、幾何学はこのような動機で発明され、後にギリシアへ招来されたものであろう。現にギリシア人は日時計 (ポロス) 指時計 (グノーモン) また一日の十二分方をバビロン人から学んでいるのである。

(岩波文庫「ヘロドトス 歴史 (上)」訳：松平千秋 より)

(資料2)

アナクシマンドロスについて

アナクシマンドロスは天文学では、非常に独創的で大胆ないくつかの仮説を提出した。

<彼の仮説>

地球はタンバリンのように二つの円い底(その一つにわれわれが住んでいる)をもった平たい円柱形で、その厚さは底の直径の3分の1に等しい。この地球は、なんの支柱もなく宇宙の真ん中に吊るされている。それは、極所やその他の取りかこんでいる天体から等距離にあるために、平衡を保っているからである。太陽と月と星とは、地球と同心の、圧縮された不透明な空気の環のなかに包まれ、火で満たされている。われわれが見るのは、孔(いわばガスの出口)から輝いている火なのである。太陽の環は地球の大きさの27倍または28倍であり、月の環は19倍である。すなわち、太陽と月とへの距離は、(おそらく)地球の円い面の半径で見積られている。恒星と惑星とは、太陽や月よりも地球に近い。これは、大きさと距離とについて思索した最初の記録である。

アナクシマンドロスにはまた、ギリシャ最初の天文学者でもあるミレトスのタレス((B.C.624 - 547年): エジプトに行き、そこからギリシャに幾何学をもたらしたといわれている)のように、天空をあらわすために球をつくったという功績も帰せられている。

【参考文献:『復刻版 ギリシア数学史』T.L.ヒース 著、平田寛・菊池・大沼 訳】

1 日の昼の時間を等間隔に区切って時刻尺度の基準としようとする目的の日時計でもっとも古いものは、半球形の窪みに、その中心点の物体の影を写す方式のものがある。これをスカペ(鉢の意味)式という。この方式は古代ギリシャに存在し、紀元前280年頃の天文学者、サモスのアリストアルコスの発明といわれるが、彼はこの形式の日時計に理論的基礎を与えたのみだと考えられている。原理的には、天球上の太陽の位置を半球面に投影する考え方なのでわかりやすいが、実際の遺跡の日時計では精密でないものが多い。

(資料3)

アリストアルコスについて

アルキメデスより約25歳年長であるアリストアルコスは、紀元前280年に夏至の観測を行った。彼は、ラムプサコスのストラアトンの門人で、ストラトン同様、物理学的諸科目、視覚、光、色彩について著述した。また、彼は現存する著作“太陽と月の大きさと距離について”において、数学を天文学に応用していることから、ギリシャ人には“数学者アリストアルコス”として知られている。

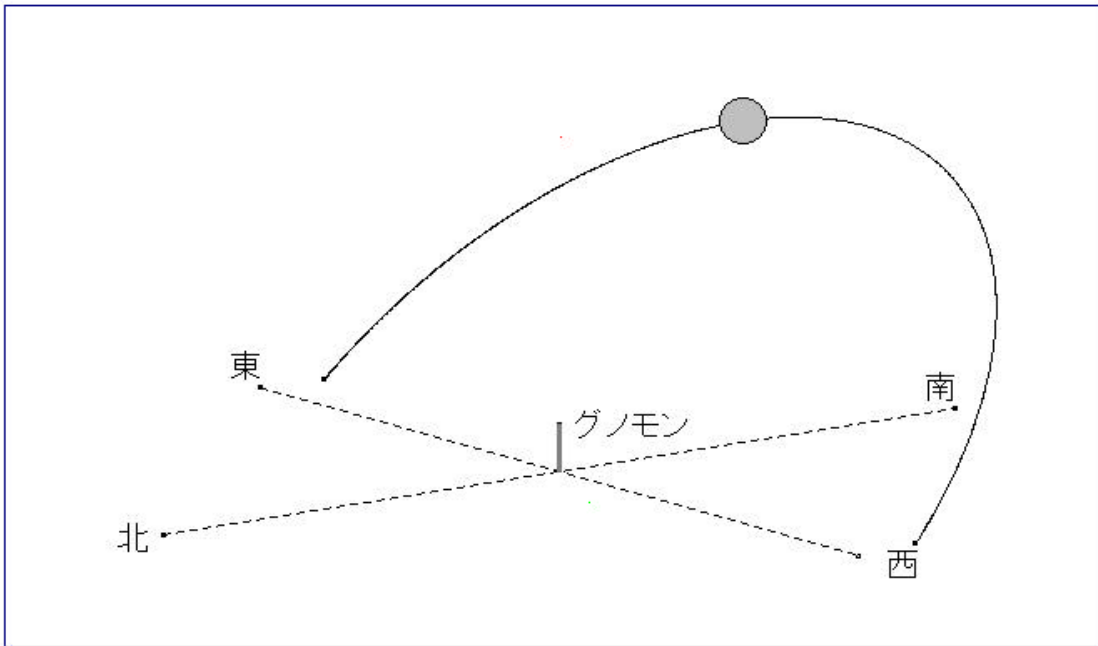
【参考文献:『復刻版 ギリシア数学史』T.L.ヒース 著、平田寛・菊池・大沼 訳】

2. グノモンの影の軌跡

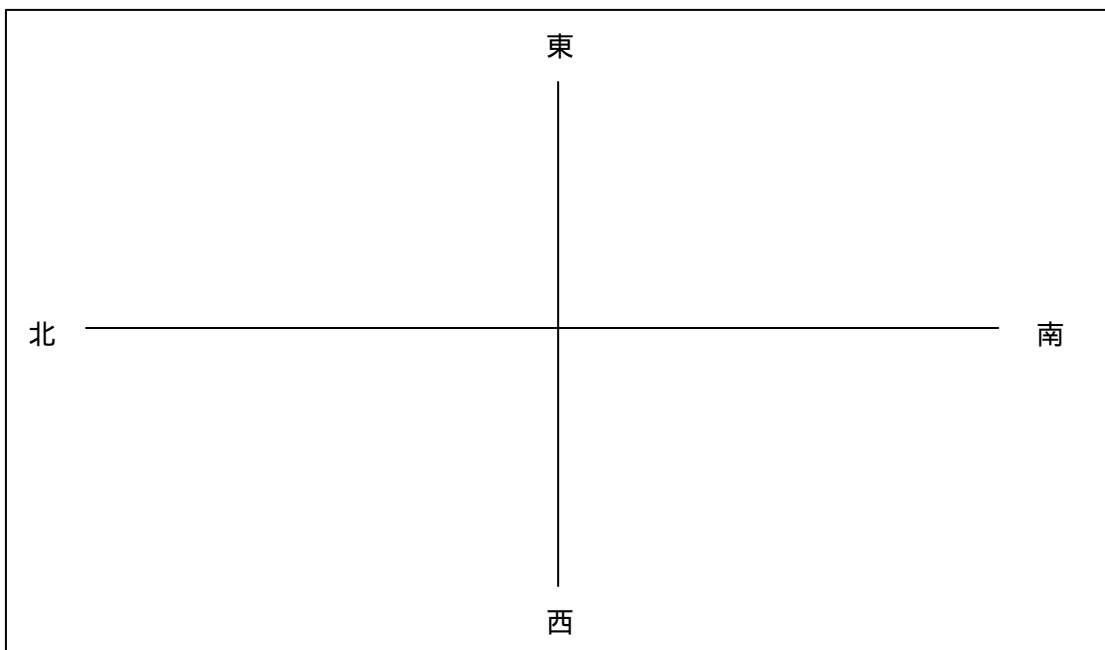
地面に垂直なグノモンが地面に描く影の軌跡について考えてみましょう。

問：垂直棒の先端に太陽光があたってできる影はどのような線を描くのでしょうか？

書き込み図1



書き込み図2：真上から見た図



3 . 太陽の影の動き

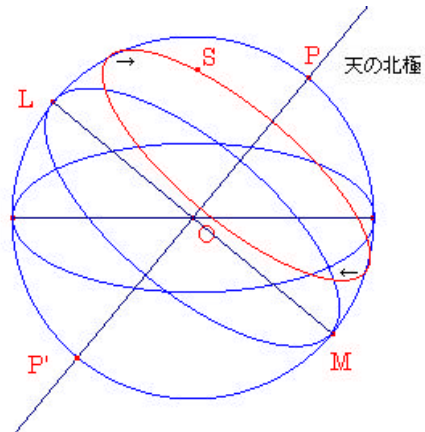
ギリシア（北緯 38 度：北半球の中緯度にあるところ）で、地面に垂直に棒を立て、太陽の光によってできる影の動きについて

太陽の動きをもとに考えてみましょう。

（資料 4）

地面に固定した天球を考え、O を観測者、P を天球の北極、P' を天球の南極とし、LM を赤道とする。太陽 S は赤緯 ± 23.4 度の間を 1 年で南北に往復する。しかし 1 日くらいの時間で考えれば、太陽の赤緯の変化はわずかであるので、日周運動によって太陽は赤道 LM に平行な 1 つの小円の上を運動する。

【参考文献：星の位置と運動 - 新地学教育講座 11 古畑正秋監修 東海大学出版会 1977】



問 地面に垂直に立てたグノモン（日時計）の棒の先端を O とする。O と太陽とを結ぶ線の集まりはどのような図形を描くだろうか？



当時の円錐を用いた興味深い考え方

ユークリッドの『光学』：ギリシア原典で現存する著作

【引用文献：ユークリッド原論 訳・解説 中村幸四郎 他 共立出版】

注：引用文献の『ユークリッド原論 - 縮写版 - 』の中に、ユークリッドの現存する著作の1つとして『光学』があることが紹介されており、そこからの抜粋である。

(資料5)

3. 『光 学』

この書名の「オプティカ」(ὀπτικά) という言葉は「オブシス」(ὄψις) に由来しており、「オブシス」とは目から直線的に投射されて対象に当たり視覚を生じる“視線”のことであるから、これは対象から目に入射してくる光線の学としての「光学」ではなく、むしろ正確にはこのような「オブシス」を論ずるものとして「視論」とでも訳すべきものかもしれない。これがユークリッドの真作であることは、伝えられた手写本の内容のくずれなどから長い間疑われてきたが、ハイベルクがフィレンツェでより古い整った形のマニュスクリプトを見いだして以来、真作であることが認められるようになった。これは七つの定義(内容的にはむしろ公準)と60の命題からなるが、今その定義と命題 II をを訳出して例示しておこう。

定 義

次のことがらが仮定されよ。

1. 眼から発出する直線は、ある大きさの量の上にひろがって進行する。
2. 視線によって包まれる図形は円錐であり、その頂点は眼にあり、その底は見られるものの限界である。
3. 視線がそこにおちるものは見られ、視線がそこにおちないものは見られない。
4. より大きな視角で見られたものはより大きく見え、より小さな視角で見られたものはより小さく見え、等しい視角で見られたものは等しく見える。
5. より高い視線によって見られたものはより高く見え、より低い視線によって見られたものはより低く見える。
6. 同様に、より右側の視線によって見られたものはより右側に見え、より左側の視線によって見られたものはより左側に見える。
7. より多くの視角で見られたものは、より正確に(=はっきりと)見られる。

まとめ

グノモンの先端の影の軌跡は、太陽とグノモンの先の点を結ぶ直線が太陽の円運動によってつくる_____を地面が_____となつて切り取り、その平面にできる切り口の曲線を描く。

円錐を頂点を通らない平面で切断して得られる切り口の曲線を
円錐曲線という。

4 . 円錐を切断することによってできる曲線についての探求

(資料6)

アポロニウス Apollonius (B.C.262 年 ~ B.C.190 年)

ヘレニズム時代のはじめの 1~2 世紀、同時代人や先人および後継者たちのほとんどをはるかにしのぐ優れた数学者がユークリッド、アルキメデスそしてアポロニウス (Apollonius of Perga) の 3 人であった。B.C.300 年頃から B.C.200 年頃までをギリシア数学の “ 黄金時代 ” と呼ぶことになったのも、かれらの業績によっている。

ヘレニズム時代全体を通じアレクサンドリアの町は西欧世界の数学の中心地だったが、アポロニウスはパンフィリア (小アジア南部) のベルガに生まれた。古代にはアポロニウスという名の人物は大勢いたので (パウリーヴィッソーヴァ (Pauly - Wissowa) の『古代科学全書』には 129 人のアポロニウスの伝記がのっている)、ベルガのアポロニウスと呼ばれている。かれの正確な生年と没年はわからないが、プトレマイオス 世エウエルゲテスとプトレマイオス 世ピロバトルの治世時に活躍したといわれる。別の記録ではプトレマイオス 世フィラデルポスの財務長官をしていたそうで、アルキメデスより 25 歳から 40 歳くらい若かったともいわれている。在命期間は B.C.262 年から B.C.190 年までといわれるが、その生涯についてはほとんど知られていない。かれは自分をアルキメデスの競争相手と思っていたらしい。

【参考文献 数学の歴史2 ボイヤー 訳：加賀美鐵雄 他】

(資料7)

アポロニウスの『円錐曲線論』

『円錐曲線論』は 8 巻から構成され、487 を越える命題を含んでおり、それらはすべてギリシアの天才たちの特徴でもある厳密に演繹的な方法で証明されている。最初の 4 巻は 12 ~ 13 世紀のギリシア語手稿によって我々に伝えられている。続く 3 巻はアラビア語でのみ残っている。第 8 巻は失われたが、17 世紀にハレーによってパッポスから復元された。

【引用文献：数学を築いた天才たち 上 講談社 BLUEBACKS】

5 . アポロニウスの円錐の定義

基本的な性質について (一部)

定義 : 英語

(資料 8)

FIRST DEFINITIONS

1. If from a point a straight line is joined to the circumference of a circle which is not in the same plane with the point, and the line is produced in both directions, and if, with the point remaining fixed, the straight line being rotated about the circumference of the circle returns to the same place from which it began, then the generated surface composed of the two surfaces lying vertically opposite one another, each of which increases indefinitely as the generating straight line is produced indefinitely, I call a conic surface, and I call the fixed point the vertex, and the straight line drawn from the vertex to the center of the circle the axis.

2. And the figure contained by the circle and by the conic surface between the vertex and the circumference of the circle I call a cone, and the point which is also the vertex of the surface I call the vertex of the cone, and the straight line drawn from the vertex to the center of the circle the axis, and the circle the base of the cone.

3. I call right cones those having axes perpendicular to their bases, and oblique those not having axes perpendicular to their bases.

4. Of any curved line which is in one plane I call that straight line the diameter which, drawn from the curved line, bisects all straight lines drawn to this curved line parallel to some straight line; and I call the end of that straight line (the diameter) situated on the curved line the vertex of the curved line, and I say that each of these parallels is drawn ordinatewise to the diameter (*τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον κατῆχθαι*).¹

【引用文献 : CONICS by APOLLONIUS OF PERGA

(GREAT BOOKS OF WESTERN WORLD) Translated by R.Catesby Taliaferro】

定義：日本語訳

定義

1. もし、1本の直線がその点と同じ平面にない円周の点から描かれ、どの方向へも延長でき、また、その点が固定され、その直線が描き始めた点に戻ってくるまで円周上を動くとき、つくられた表面を円錐面と呼ぶ。それは、互いに垂直に反対の位置にある2つの表面から構成される。それらのうちの各々は、それらを描く直線が無限につくられるとき、無限につくられる。固定された点を**頂点**と呼び、この点から円の中心まで描かれる直線を**軸**と呼ぶ。

2. 円と頂点と円周の間の円錐面によって囲まれた図形を**円錐**と呼ぶ。そして、表面の頂点である点を“**円錐の頂点**”という。また、頂点から円の中心へ描かれたまっすぐな線を**軸**という。そして、円を**円錐の底面**という。

3. 円錐について、底辺に対して直角の軸をもつものを直円錐、底辺に対して直角でない軸をもつものを斜円錐と呼ぶ。ひとつの平面上のどのような曲線においても、与えられた直線に平行な曲線に引いたすべての直線を二等分する、この曲線から引いた直線を**直径**という。曲線上におけるこの直線(直径)の先端を**曲線の頂点**という。

4. ひとつの平面上のどのような曲線においても、与えられた直線に平行な曲線に引いたすべての直線を二等分する、この曲線から引いた直線を**直径**という。曲線上におけるこの直線(直径)の先端を**曲線の頂点**という。各々の平行線は直径に対して**縦線方向**となる。

(訳・下線：授業者)

問 この定義にある「1本の直線」、「円周上の点」、「頂点(固定された点)」は、日時計を考えたとき、何に対応しますか？

1本の直線・・・

円周上の点・・・

頂点(固定された点)・・・