出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.111-122、2004年3月

# 身近な事象の数学化についての授業研究

## ―透視図法とアナモルフォーズ画法を用いて―

筑波大学大学院修士課程教育研究科
大西　直

章構成



要約

本研究は、透視図法やアナモルフォーズの画法を題材として用いた。「異文化体験」や「解釈学的営み」の観点から、原典を解釈することを通じて得た他者の「異文化」を体験することで、「自らの数学文化」を自覚すること、また、その「異文化」と画法に内在する事象の数学化を通じて得た「自らの数学文化」を比較することで「自らの数学文化」の価値を変容すること、そして身近な事象の数学化により、数学的なものの見方や考え方のよさを認識することができた。

キーワード：変換、画法幾何、異文化体験、自文化、数学的な見方・考え方

### １．はじめに

高等学校学習指導要領解説(1999)、数学科の目標の中に、「数学的なものの見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる」ことが掲げられ、この中の「数学的活動」の一つには「身近な事象を取り上げそれを数学化」することが挙げられている。しかしながら、本研究授業を行うにあたり事前アンケートを実施したところ、「数学は役に立つと思いますか」という問いに対して「そう思わない」と答えた生徒の多くが、その理由として「日常生活には役に立たないから」「四則演算以外は使わないから」「大学受験には必要だけど…」という旨の回答をしていた。つまり数学を与えられた問題を解く道具としてしか認識していなく、数学的なものの見方や考え方のよさを認識できていない現状があった。

礒田(2001)は「数学における異文化体験が、無意識に潜む自らの数学文化を自覚させ、その文化を発展させる文化的視野の覚醒への好機」であると述べている。その中で、異なる解法によっても解が一致するような問題が、「数学の実用的価値や数学の問題解法の多様性と解の一致性、そしてそれぞれの解法のよさを吟味する」ことを可能にすると述べている。また、礒田(2002)は、解釈学的営みという観点からも、他者の立場を想定して解釈する際に、自らの考え方が明らかになるとしていることから、他者(異文化)が自らの考え方(自文化)を浮き彫りにする契機であると述べている。

これらのことを踏まえ、本研究では、透視図法やアナモルフォーズの画法を、原典を通して解釈することを「異文化体験」とし、その画法に潜む事象を数学化する過程を通し

て、「無意識に潜む自らの数学文化を自覚」させることと同時に、「数学的なものの見方や考え方のよさを認識」できることを目指す。さらに「異文化の解法」と「自文化の解法」を比較することで、「数学の実用的価値や数学の問題解法の多様性と解の一致性、そしてそれぞれの解法のよさを吟味」できることを目指した。

## ２．研究目的・研究方法

### (1).研究目的

本研究では、生徒が「事象を数学的に考察し処理する能力を高め、数学的なものの見方や考え方のよさを認識」できること、また、原典の解釈を通した「異文化」と数学化を通した「自文化」を比較することで、自らの数学文化を自覚し、その数学文化に対する価値観が変容することを目的とする。ただし、「原典」とは翻訳文献までを含めることとする。

上記の目的を達成するために以下の課題を設定する。

課題１：身近な事象として芸術の一分野である透視図法や、その逆法としてのアナモルフォーズ画法を取り上げ、それに内在する事象を数学化することを通して、生徒が事象を数学的に考察し処理する能力を高め、数学的なものの見方や考え方のよさを認識することができるか。

課題２：当時の人が用いた「作図」や「道具」による解法と、数学化の結果導かれる「関数」による解法を比較することによって、生徒の「関数」に対する価値観の変容が見られるか。

### (2).研究方法

透視図法とアナモルフォーズ画法を題材としたテキストを開発し、それを用いて授業実践を行う。透視図法とアナモルフォーズ画法を取り上げたのは、「道具」「作図」「関数」の三側面から同じ事象を考察できる題材だからである。授業前後のアンケート、ビデオによる授業記録に基づき考察する。

## ３．透視図法・アナモルフォーズの教材化

本授業研究では、上記 2 つの研究課題を達成するために透視図法とアナモルフォーズ画法についての教材化を行った。開発したテキストは 3 冊(各時間一冊)からなる。以下それぞれのテキストについて説明をする。

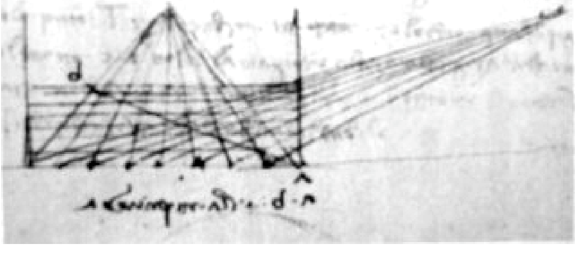

図 1：ダ･ヴィンチの押絵

1 時間目では、現実に見える世界をどのように描くか、また、そこにはどのような数学が内在しているのかという視点から、アナモルフォーズの考え方のもととなる透視図法についてのテキストを開発した。原典として、レオナルド・ダ・ヴィンチ(Leonardo Da Vinci)の「パリ手稿」とアルブレヒト・デューラー(Albrecht Durer)の「Unterweysung der Messung(測定法教則)」を取り上げた。ダヴィンチの「パリ手稿」を解釈するに当たっては、

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.111-122、2004年3月

実際に教具(図5)を用意することでダヴィンチの考えに想いを馳せられるよう配慮し､｢異文化体験｣をすることをねらいとした。デューラーの押絵からは、道具によって透視図を得る方法を学習した。

2時間目では、透視図法の逆法としてのアナモルフォーズ画法を教材化した。アナモルフォーズとは、ある一点から見たときにだけ意味を持った絵が見えるように描かれた絵や図形のことで､ある一点からのみ見えるような絵を描くため、もととなる絵(正像)を、あらかじめとっておいた目盛りに移すことで､アナモルフォーズを得ていた(図 3)。アナモルフォーズにはダイレクトアナモルフォーズ(直接絵図が見えるもの)と、反射光学的アナモルフォーズ(鏡を媒介として間接的に絵図が見えるもの)があり、本授業では前者から台形アナモルフォーズを、後者から円すいアナモルフォーズを取り上げ、｢正像からアナモルフォーズを得るためには目盛りをどのようにとればよいか｣という問いを設定することによって、P.アコルティ(図 3)や J.F.ニスロン(図 10)から作図による方法を解釈し、また、その画法に内在する事象を数学化することで、関数を導いた。

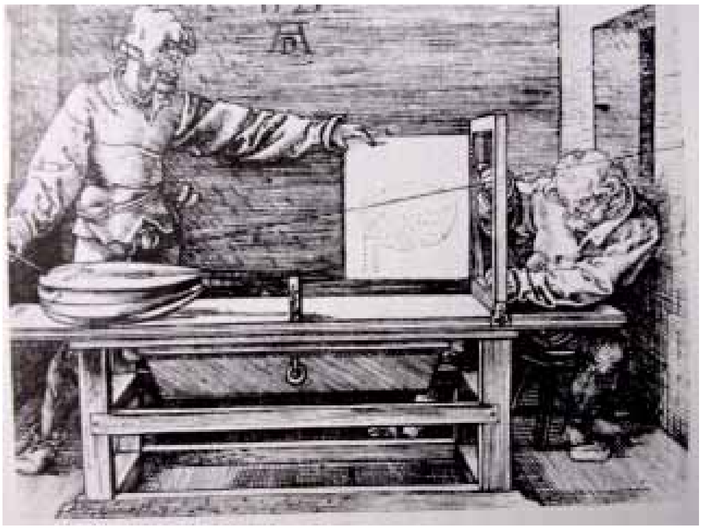

図 2：デューラーの押絵

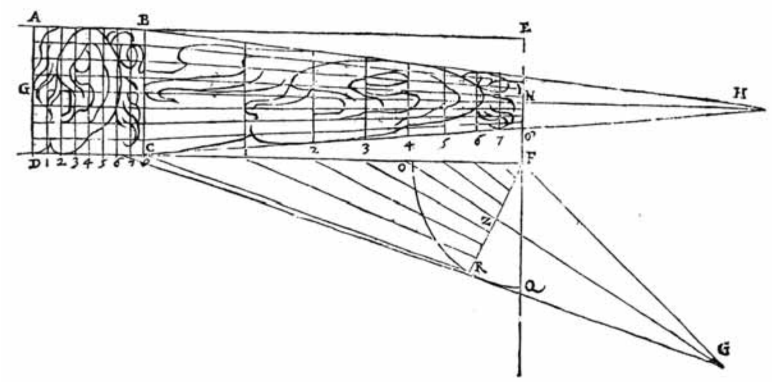


図 3：P.アコルティ「引き伸ばされた耳」1625 年

2時間目を受けて、3時間目では、ミッシェル・パレ(Michelet Parre)が考案したパンタグラフを教具として用意した。道具を用いた場合においては、アナモルフォーズを描くために目盛りを求める必要性がないことを認識し､2時間目と合わせて､作図による方法､関数による方法、道具による方法をそれぞれ比較し、それぞれのよさ・悪さを認識できるよう配慮した。その結果､｢自文化｣としての｢関数｣に対する価値観が変容することを期待した。

## ４．透視図法・アナモルフォーズの授業概要

### (1)授業環境

①日時：2003 年 10 月 27,28,29 日(65 分×3 回)

②対象：埼玉県立高等学校 2 年生

③準備：コンピュータ(Windows)、Microsoft Power Point、プロジェクター、作図ツール(Cabri Geometry Ⅱ)、透視図を描くための器具(図 5)、反射光学的アナモルフォーズを描くための器具(ミッシェル・パレのパンタグラフ)、授業テキスト、事前アンケート、授業記録用のデジタルビデオカメラ

**(2)授業展開**

【1 時間目】透視図法に関する原典の解釈と、透視図法に内在する事象の数学化

ねらい：「透視図における奥行きをどのように表すか」という問いに対して、ダヴィンチやデューラーの原典の押絵を解釈することで、作図による解法や道具による解法という「異文化」を体験し、かつ透視図法に内在する事象を数学化する過程を通して「自文化」である関数のよさを認識することが出来る。また、数学的活動を通して数学的な考え方や見方のよさを認識することが出来る。

導入：　台形アナモルフォーズ(図 4)を見せ、「これはどのような絵でしょうか。」と問いかけ、少し時間を与える。右斜めもしくは左斜めから覗いてみると「絵図」と認識できる画像が浮き出てくることに気づき、生徒たちは歓声をあげた。

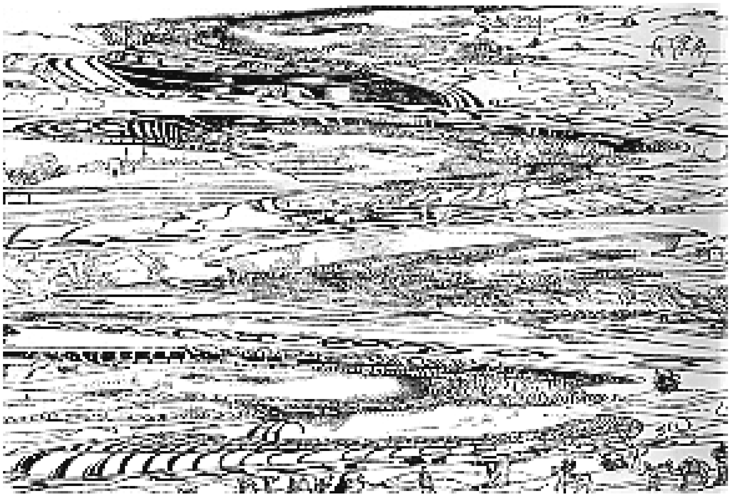

図 4：エアハルト・シェーンの判じ絵，1525 年

prospettiva(透視図)とは、平らで十分に透明なガラスの後ろ側から見て、そのガラスの表面に,ガラスの向こう側にある一切の事物を写し取ることに他ならなくて、これらの事実は、目を頂点とするピラミッドで捉えられ、そのピラミッドは、上述のガラスの位置において切断されるのである」――A手稿１ｖ

このような絵がどのようにして描かれたかを知るために 3 時間の授業をすることを伝え、授業に対する興味・関心を高めることをねらいとした。

透視図法とは何かを説明するため、レオナルド･ダ･ビンチ(Leonardo Da Vinci , 1452-1519)の押絵(図 1)とパリ手稿からの文章を取り上げた。「目を頂点とするピラミッド」､「ガラスの位置において切断」とはどのような意味かを解釈するために、透視図を書くための器具を使い､ガラス面越しに見える正方形格子図をガラス面上にペンでなぞった(図 5)。

ここで､「平面における奥行きと、ガラス面　に書かれた透視図(縦の間隔)にはどのような関係があるでしょうか｣という問いを設定し、透視図法の中に潜む事象を数学化することを試みるため、図 6 のように、この事象をモデ

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.111-122、2004年3月

ル化した。

視点、ガラス面、平面、視線を考え、図6のように、それぞれの距離をx，y，d，hとすると、三角形の相似より

$x : y = (x+d) : h$

が成り立ち、$y = h - \dfrac{dh}{x+d}$ を得ることができる。この式を右図の線路の場合に適用してみると、等間隔の枕木がどのように画面に写るかということが分かる。また、これは $y = \dfrac{1}{x}$ から対称移動、平行移動を経て得られる関数であることから、反比例の式になっていることが分かる。このように、透視図法に内在する「奥行きの表し方」という事象に注目し、それを数学化したところ、反比例の関係を満たす「関数」を導くことが出来た。つまり、作図や道具を用いずとも、自文化である「関数」で透視図を描けることが分かった。

図5：ガラス上に正方形格子図の透視図を描いている様子

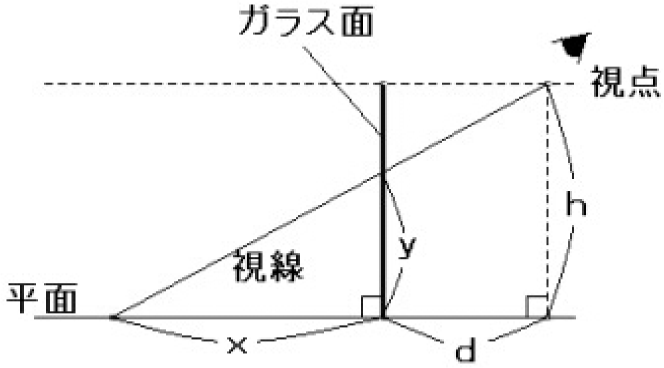


図6：透視図法のモデル化(側面図)

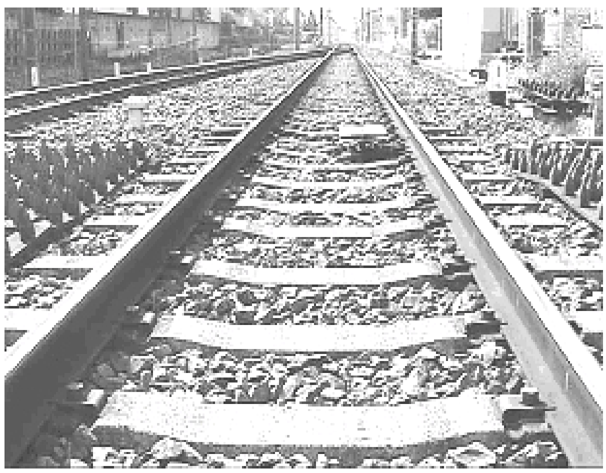

図7：線路(等間隔の枕木はどのように写るか)

【2時間目】

ねらい：前半では台形アナモルフォーズ、後半では円すい鏡アナモルフォーズを題材にし、「アナモルフォーズの目盛りをどう取るか」という問いを設定し、その解法として作図による解法という「異文化」を体験し、さらに透視図法に内在する事象を数学化する過程を通して「自文化」である関数による解法のよさを認識することが出来る。また、数学的活動を通して数学的な考え方や見方のよさを認識することが出来る。

【前半】

アクリル板に描いた正方形格子図を使って、ある一点から見たときに正方形格子図が浮かんでくるような図を描く作業をした(図 8)。

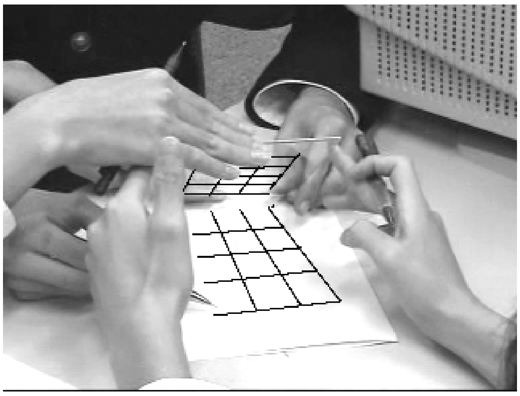

図 8：アナモルフォーズを書く様子

その後、平面に描かれる図は台形であることを説明し、「台形の目盛り(奥行き)とアクリル板上の正方形格子図の目盛りにはどのような関係があるだろうか」という問いを設定し、ここでも台形アナモルフォーズに潜む「目盛りをどうとるか」という事象を数学化するために、モデル化した(図 9)。$\tan\alpha = \frac{x}{a}$，$\tan\beta = \frac{l}{h}$，$\tan(\alpha+\beta) = \frac{y+l}{h}$，これらを $\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$ に代入することで、$y = -\frac{h^2}{b} - l + \frac{ah(l^2-h^2)}{l} \times \frac{1}{-lx+ah}$ を得ることができる。計算過程、結果共に複雑ではあるが、この式も $y = \frac{1}{x}$ から対称移動、平行移動を経て得られる式であることから、反比例の関数であることが分かった。したがって台形アナモルフォーズに内在する「目盛りをどう表すか」という事象に注目し、それを数学化したところ反比例の関係を満たす「関数」を導くことができた。

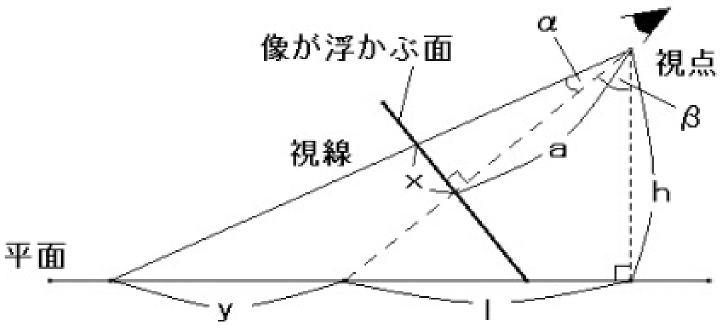


図 9：図 8 をモデル化(側面図)

【後半】

図 10 は円すいアナモルフォーズの側面図である。これをモデル化した(図 11)。図 11 中において(真)は観察者の視点、

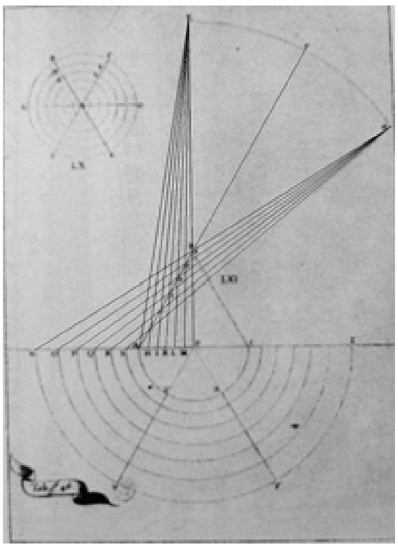

図 10：J.F.ニスロン,円すいアナモルフォーズの幾何学

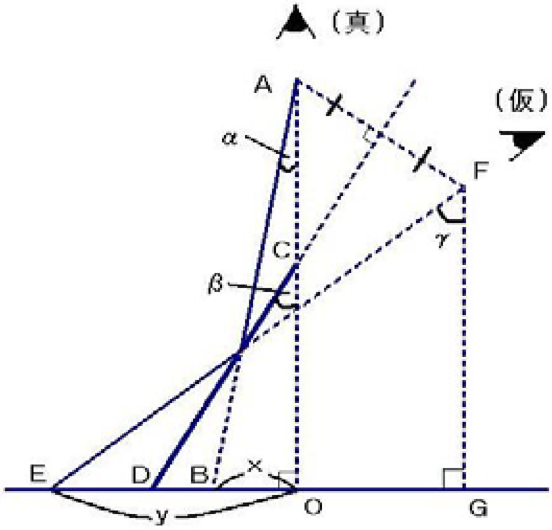


図 11：図 10 のモデル化

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.111-122、2004年3月

(仮)は反射の法則から導かれる仮の視点である。

AO=I,CO=h,OD=r,OG=a,FG=b,OB=x,OE=y とし、∠α,∠β,∠γにおいて $\tan\alpha, \tan\beta, \tan\gamma$ (ただし $\gamma = 2\beta - \alpha$) を利用すると、$\tan(2\beta - \alpha) = \dfrac{\tan 2\beta - \tan\alpha}{1 + \tan 2\beta \tan\alpha}$ より、$y = \dfrac{(r^2 - h^2)}{2hr} + \dfrac{b}{2hr} \times \dfrac{(r^4 + h^4)}{2hrx + (h^2 - r^2)} - a - r$ を得ることができる。かなり複雑ではあるが、この関数も $y = \dfrac{1}{x}$ から対称移動や平行移動などを経て得られるものであることから、反射光学的アナモルフォーズにも反比例という関数が内在していることが分かった。

【3 時間目】

ねらい：本時でも「異文化」を体験するため、2 時間目で学習した「作図による解法」や「関数による解法」と比較できるように、「道具による解法」を実際に道具を使うことによって体験した。

使用した道具は、ミッシェル・パレ(Michelet Parre)のパンタグラフ(図 13, 15, 16)である。まずカブリを使って、このパンタグラフがどのような動きをするのかを確認した後、「なぜこのパンタグラフでアナモルフォーズを書くことが出来るのだろうか？」という問いを立て、証明をした(第 5 章:数学的解説参照)。

その後、生徒４人が一組になり、筆者が用意したパンタグラフを使い、アナモルフォーズを描く活動を行った(図 13)。そのときの生徒同士の対話が以下の通りである。

図 12：円すいアナモルフォーズを見る様子

【生徒同士の対話】

生徒 1：複雑な図形はかけないなあ

生徒 2：四角形で我慢しよう

生徒 1：円と近すぎると描けないね、こっちまでいかないもん。

生徒 1：(失敗したから)もう一回しよう、簡単なので。三角形にしよう！

生徒 2： (なぞる図形が)円周から離れてったら、自分も円周から離れるってイメージして。

生徒 3：(描き終えて)今度はちゃんと描けてそ

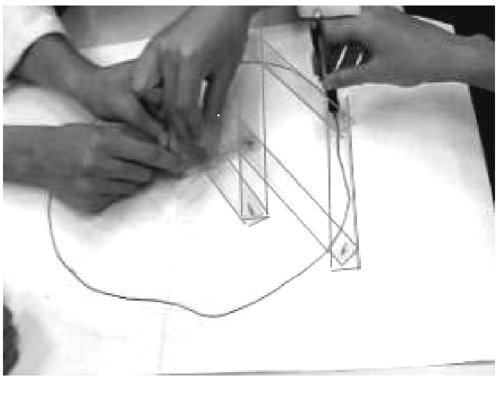

図 13：パンタグラフを使用して
アナモルフォーズを書く様子

う！

生徒 1：(円すい鏡を上から見ながら)今度はうまくいった！

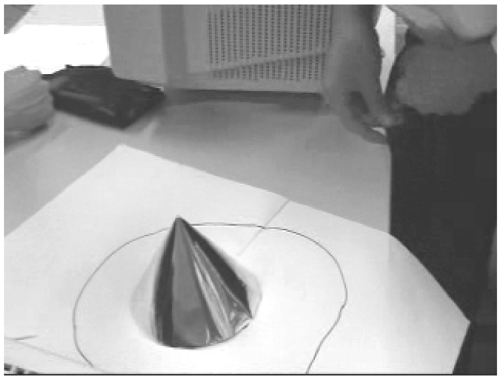

図 14：完成したアナモルフォーズを見る

【作業中：教師と生徒との対話】

教師：この道具のよさって何かな？

生徒：目盛りを取らなくていいってところ？あ、昨日の面倒くさい関数を使わなくてもいい。

教師：そうだね。じゃあ、悪さは？

生徒：限界がある！円周(底円)の近くの図が描けない！

## ５．ミッシェル・パレのパンタグラフの数学的解説

図 16 において、線分 OD は使用する円すい鏡の底円の半径、四角形 ABCD、DEFG は菱形で、点 B が線分 OD 上を動くと、それに連動して点 F も動く。ここで、AB//GC//FE,BC//AE//GF より、△ABD∽△GDF(∵2 角が等しい)である。したがって、BD/DF の値は常に一定である。

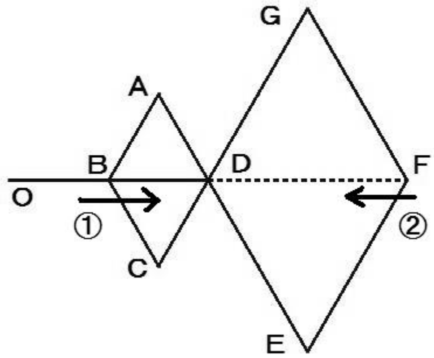


図 15：パンタグラフ

図 17 は、点 O を円すい鏡底円の中心に固定し、点 B で底円内の三角形をなぞったときに、点 F が奇跡を描いている様子である。

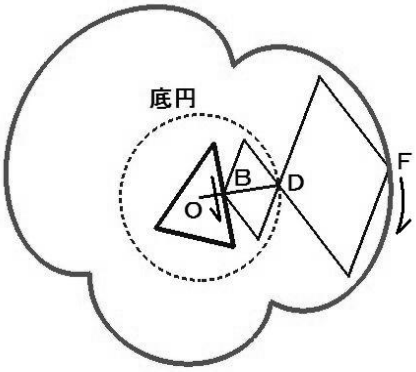


図 16：パンタグラフが描く
アナモルフォーズ

ここで視点を変え、円すい鏡の側面図から、光の道筋を考える(図 18)。J.F.ニスロンの考え(図 10)と異なるのは、視点を無限遠点にとることで、(あらゆる)視線が全て鉛直方向におりるとしたところである。

点 B,D,F はそれぞれ図 15,16 の点と対応している。つまり点 B は底円内の絵図のある点で、点 F は描かれるアナモルフォーズのある点である。今、図のように∠OPD=αとすると、∠BRD=α(∵同位角)、∠PRQ=α(∵対頂角)であり、また、線分 PD は円すい鏡の側面であるので、反射の法則より∠PRQ=∠DRF=αである。次に△RBF に注目すると、線分 RD は∠BRF を二等分するので、RB：RF=BD：DF(…①)である。

今、RB=RF・cos2αだから、①より、(RF・cos2α)：RF=BD：DF　∴BD/DF=cos2αである。

※授業ではα=30°となる円すい鏡を用いた。したがって、BD/DF=cos60°、つまり BD:DF=1:2

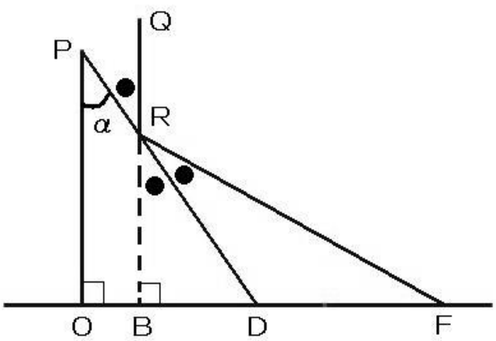


図 17：側面図

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.111-122、2004年3月

となるようなパンタグラフを用意した。

## ６．考察

２で挙げた研究課題についてここで議論する。

課題１：身近な事象として芸術の一分野である透視図法やアナモルフォーズを題材としてそれに内在する事象を数学化することを通して、数学的なものの見方や考え方のよさを認識できるか。

この課題について考察するにあたり、授業後に行った生徒へのアンケート(授業の感想、数学を勉強する意味はあると思うか等)の回答の一部を以下に示す。

- 日常に隠れている数学を発見することで人生を楽しめる。
- 一つの物事に対面したとき、数学的観点から見ることができるようになると、その物事に対しての理解が深まると思った。
- 一つのことに対しても、様々な観点から考られることが分かった。
- 日常で目にするものを数学的な見方で見ることができると分かった。
- 数学がただ計算するためだけのものではなく、様々な分野(今回は絵)に利用できることが分かった。
- 目盛りを得るという一つのことでも、色々な方法で解けたのが楽しかった。

これらの回答からも分かるように、生徒は日常に潜む事象を数学化したことや、透視図法やアナモルフォーズの画法の各々の事象について「道具」「作図」「関数」という様々な考察の観点を持ったことで、数学的なものの見方や考え方のよさを認識したと言える。

課題２：数学化の結果現れる「関数」と、当時の人が用いた「作図」や「道具」を比較することによって、生徒の「関数」に対する価値観の変容が見られるか。

授業後に行った生徒へのアンケート(「作図」と「関数」のそれぞれの良いところ、悪いところを挙げよ)の回答の一部を以下に示す。

| | 作図 | 関数 |
|---|---|---|
| 良いところ | 大まかな目盛りが簡単にとれる。 | 作図に比べ、どんなに細かい点も正確に求まる。 |
| 悪いところ | 得られた目盛りへ正像を移すには、一点ずつ移していくしかないので、手間がかかる。 | 式を得るのが大変。難しい。 |

これらの回答から、異文化としての作図と自文化としての関数を比較することで、それぞれの良さ、悪さを認識していることが分かる。また、本研究でもう一つの「異文化」として取り上げた道具に関しても、【教師と生徒の対話】から生徒たちが道具のよさや悪さを認識していることが分かる。

このことを踏まえて、授業後に行った生徒へのアンケート(関数に対してどのようなイメージを持っていましたか？そして現在はどのようなイメージを持っています

か？また、それはなぜですか？)の回答の一部を以下に示す。

- 分数関数などの今まで日常とはほとんど無関係に思われていた数学が、以外に身近な遠近感や奥行きと関係があると分かって、数学を勉強している意義が少し分かった気がするから。
- 自分たちの知っている関数で、アナモルフォーズや透視図の原理が説明できてしまい、ためになったから・様々なものを関数で表せると知り、より身近に感じるようになった。
- 関数にすると物事が分かりやすく表現できることもあるが、その関数に直すのが難しい。
- 実際の授業やテストでしか関わることがないと思っていたが、関数が数学以外の分野でも役に立つことを知った。

事前･事後アンケートより、関数に対してのイメージが否定的に変容した生徒は全体の 5%、肯定的に変容した生徒は全体の 27%で有意差はあった(有意水準 5%)が、関数に対するイメージが変容しなかった生徒は全体の 66%を占め、変容した生徒との間には有意差は見られなかった。ただし、関数に対してのイメージが変容しなかった生徒たちの多くが、｢関数が身近な事象を表すことができると分かったが、やはり難しい｣という感想を述べていることから、授業で用いた関数がこれほど難解でなければ関数に対してのイメージが肯定的に変容したのではないかと考える。

## ７．おわりに

本授業研究は、透視図法とアナモルフォーズを題材とすることで、数学的なものの見方や考え方のよさを認識すること、また、異文化体験をすることによって、｢無意識に潜む自らの数学文化を自覚し｣、｢数学の実用的価値や数学の問題解法の多様性と解の一致性、そしてそれぞれの解法のよさを吟味する｣ことを目的として行った。事後アンケートに対する生徒たちの回答や、授業中の対話などにより、日常(ものの見え方)に数学が潜んでいることを感じ、数学的なものの見方や考え方のよさを認識したことが分かった。また、｢道具｣や｢作図｣による解法という｢異文化｣を体験することで、自らの数学文化である｢関数｣のよさ、悪さを自覚し、関数に対して価値変容が起こったことが分かった。

ただし、｢関数｣についてのイメージが変わらなかった生徒や否定的になった生徒の回答には、｢難しすぎる｣というものが多かった。確かに本授業で扱った｢関数｣は文字が多く、式変形が複雑であったため、今後の課題としては、より簡潔な関数を扱うことが挙げられる。より簡潔な｢関数｣であれば肯定的な価値観を持つことができるのではないかと考える。

## 謝辞

研究授業の実施に際し、埼玉県立春日部高等学校の早乙女勤先生、渡辺正弘先生、金子豊先生、増田大作先生をはじめとする数学科の先生方には、準備の段階より貴重なご意見と多大なるご尽力をいただきました。厚く御礼申し上げます。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.111-122、2004年3月

## 注）

本研究は、平成 15 年度科学研究費、特定領域研究(2)課題番号 15020214「数学用機械と JAVA による移動・変換と関数・微積ハンズオン教材の WEB 化研究」（研究代表者礒田正美）において開発された歴史的道具を前提にして、平成 15 年度科学研究費、基盤研究(B)(2)課題番号 14380055「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・指導法開発研究」（研究代表者礒田正美）の一環として行われた。

## 引用・参考文献

1) 文部省(1999). *高等学校学習指導要領解説　数学編.* 実教出版
2) 礒田正美(2001). 異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察－隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて－，*筑波数学教育*，20，pp.39-48
3) 土田知之(2002). 学校数学における数学史教材の開発に関する研究，*筑波数学教育研究*，21，pp.109-110
4) 礒田正美(1987). 数学学習における数学史の利用に関する一考察，*筑波大学付属駒場中・高等学校研究報告*，26，pp157-174
5) 礒田正美(2002). 解釈学からみた数学的活動論の展開－人間の営みを構想する数学教育学へのパースペクティブ－，*筑波数学教育*，21，pp.1-10
6) ユルギス・バルトルシャイティス(1992)　*バルトルシャイティス著作集 2　アナモルフォーズ－光学魔術－*(高山宏訳)．東京：国書刊行会
7) 田端毅(2003). 道具に見る数学と文化：第Ⅰ部　第 6－8 回　鏡と覗き窓から生まれた数学の世界(1)－(3). *「教育科学/数学教育」9 月号*(pp.99-103)*，10 月号*(pp.89-93)*，11 月号*(pp.94-98)．東京：明治図書
8) 礒田正美，福田匡弘(2003)．道具に見る数学と文化：第Ⅰ部　第 4-5 回　画家の視点から生まれた数学の世界(1)，(2)．*「教育科学/数学教育」7 月号(pp.87-91)，8 月号(pp.89-93).* 東京：明治図書
9) Jan van Maanen(2000). Non-standard Media and other resources. In J.Fauvel & J.V.Maanen(ed.), *History in Mathematics Education*, (pp.329-370). Boston: Kluwer Academic
10) 礒田正美，原田耕平(2003). *絵を見てできる数学実験.* (pp.56-65). 東京：(株)講談社

## 参照

11) 礒田正美，大西直，田端毅(2004)．道具に見る数学と文化：第Ⅰ部　第 12 回　光と影から生まれた数学の世界．*「教育科学/数学教育」3 月号*(pp88-92)．東京：明治図書

## Web Reference

12) 丸野悟　http://130.158.186.230/forAll/project/2001/maruno-fl/maruno-index.htm

http://math-info.criced.tsukuba.ac.jp/Forall/project/history/2003/anamorphose/anamorphose_index.htm

13) 福田匡弘

http://130.158.186.230/forAll/project/history/2002/perspective-fl/pespective-index.htm

14) Perspectiva Artificialis

http://www.macchinematematiche.unimo.it/Sito_Macchine/mostra4/sezioni/prospettiva.htm