出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.43-54、2004年3月

解釈学的営みとしての数学授業に関する一考察

～角の三等分問題を題材として～

筑波大学大学院修士課程教育研究科

仁田原　史明

章構成

要約

本研究は、数学史的な話題としてギリシア時代の数学の三大難問のひとつである角の三等分問題を取り上げ、礒田(2002)の述べる解釈学的営みに基づき教材化・授業実践を行った。特に、角の三等分器を作成した数学者に注目し、その道具の構造・作成過程を生徒が考察する場面を作り出した。その結果、多くの生徒から数学に対する興味・関心の高まりと数学に積極的に取り組む姿勢が確認された。さらに、角の三等分問題に関わった数学者の考えに共感を示す場面も見られた。

キーワード：数学史、解釈学的営み、角の三等分、角の三等分器

１．はじめに

平成８年７月の中央教育審議会第一答申では、「ゆとり」の中で「生きる力」をはぐくむことを提言し、その具体例として、「自分で課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決資質や能力」の育成をあげている。また、数学科の目標を「数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方の良さを知り、それらを進んで活用する態度を育てる」としている。しかし、現在の学校数学の実践では、数学の時間数・内容が削減されており、特に授業の時間的な制約のため、生徒は考える場面を十分に持つことができず、公式を覚えて問題を解くという単一的な学習に偏っている。この状況の中、生徒が積極的に取り組み、数学的活動の楽しさや数学的な見方や考え方の良さを感じることは難しいといえる。

平成15年度から実施される新学習指導要領では､生徒の特性などの多様性を踏まえ、個に応じた指導を展開できることを目標としてあげ、数学の科目に「数学基礎」が新設された。この「数学基礎」では、数学史的な話題を取り上げることを示唆し、「数学と人間のかかわり」を理解することで、数学に対する興味・関心を高め、さらに数学的な

見方や考え方のよさを認識し数学を活用する態度を育てることを目的としている。この「数学基礎」は、まさに、前述した問題点の解決に対して有用な科目であると筆者は考える。

本研究では、数学史を用いた授業実践を考える。Maria(2000)は、数学史を授業で扱う意義として、数学史は学習者に動機を与え、興味を引くために非常に価値があると述べている。また、数学史をどのように授業で扱うかについて、礒田(2001,2002)は、「数学基礎」において「数学と人間のかかわり」を知る数学的活動は、数学を人間の営みとして捉える数学的活動であるとし、この数学的活動において、解釈学的営みから捉えることが重要であると述べている。つまり、「当時の人は、どのように考えていたのだろうか」という問いから、その時代の「他者の立場」に立つことができ、当時の文化に対して自分の文化の通用しない体験を伴ったカルチャーショックをうけることが、自文化の「自己理解」につながると考えている。さらに、礒田によれば、「他者の立場」、「自己理解」は、解釈者が被解釈に対する「共感」によって規定でき、解釈の対象にできるものを真正の歴史資料である一次文献とその時代の道具であるとしている。

この考えを基に、本研究では、「数学と人間のかかわり」を理解するため数学史の話題を扱い、解釈学的営みを授業の中心に位置付け、原典、道具を解釈の対象とて授業実践を行う。また数学史の題材は、ギリシア時代の三大難問の１つである角の三等分問題を取り扱う。先行研究では、礒田・土田(2001)が、数学史の指導において、解釈学的営みに注目している。また、大谷(2001)は、解釈学的営みの授業実践として、角の三等分問題を取り上げ、ギリシア時代の数学者ヒッピアスに注目し、角の三等分問題に対して考え出されたヒッピアス曲線についてのギリシア時代の議論に焦点をあてている。これに対して、本研究では、解釈学的営みにおいて、道具の理解を中心とした授業実践という点で違いが見られる。さらに野口(2001)は、主にギリシア時代の三等分器を題材にし、その使い方・構造について議論している。ここでは、ギリシア時代以外の三等分器については、作成者のどのような考えから作られた道具であるかについて解釈学的営みとして十分議論されていない。本研究は、ギリシア時代から 1000 年以上経過した、パスカル、ケンペの考えた三等分器に注目し、古代ギリシア時代の数学と比べる活動、道具の構造を数学的に理解し、２つの道具を比較する活動、この２点に扱う内容の違いがあると考える。よって、解釈学的営みとしてこの 2 つの活動を授業実践の中心に位置付け、生徒の考える場面を十分に作り出すことによって、生徒が積極的に取り組み、数学的活動の楽しさや数学的な見方や考え方の良さを感じることを目的として有効であるかを確認するために授業実践を行った。

２．研究目的・研究方法

研究目的：解釈学的営みの立場から数学史的な話題を扱うことにより、生徒が積極的に取り組み、数学的活動の楽しさや数学的な見方や考え方の良さを感じることができることを示す。

本研究の目的を達成するために、以下の課題を設定した。

課題１：角の三等分問題を通して、当時の数学を現在と異なった文化として捉ることができるか。

出典:中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行:筑波大学数学教育学研究室、pp.43-54、2004年3月

課題２：原典解釈を用いた三等分器作成の過程や２つの三等分器の比較から、ケンペの考えのよさを感じ取ることができるか。
課題３：数学史を題材とした解釈学的営みの授業実践により、生徒が積極的に取り組み、数学的活動の楽しさを感じることができるか。

研究方法：本研究では、授業事前に数学に対する意識調査のためのアンケート実施し、授業後には、事前アンケートと同様な内容を含んだアンケートを実施した。また、授業時には、生徒の様子を観察するためのビデオ撮影を行った。これらを基に、課題の考察を行う。

３．教材開発

（１）教材化

古代ギリシア時代に、アテネを中心に数学が文化として発展した。このギリシア時代の数学は定木とコンパスを有限回使用して作図するという数学（今でいう初等幾何）として発展する。その背景として、実在するものが真実であるというこの時代のギリシア人の考え方が影響していたと言われている。このギリシア時代の数学の大問題として、ギリシア三大難問が挙げられる。この三大難問の１つに角の三等分問題が存在した。この角の三等分問題に対して、多くのギリシア人が取り組んだが、ギリシア人の定める定木とコンパスを有限用いて作図するという数学では解くことができなかったが、様々な数学者が取り組んだ結果、いくつかの解法（曲線・三等分器・直角定木など）が考え出された。しかし、これは定木とコンパスを有限回用いて作図するという条件に反していた。最終的に、1837 年ピエール・ローラン・ヴァンツェル(1814~1848)によって、角の三等分問題に対して、定木とコンパスを有限用いて作図することは不可能であることが証明された。

本研究では、角の三等分問題を取り上げ、エティエンヌ・パスカル(1588~1651)、アルフレッド・ケンペ(1849~1922)の作成した角の三等分器に注目した。パスカルの角の三等分器は、パスカルの考案した蝸牛線(リマソン)を基に考えることができる。授業では、生徒にパスカルの三等分器を先に配布してから、その構造を考察する場面を作り出す。また、三等分器の構造と蝸牛線(リマソン)を比較する。一方、アルフレッド・ケンペの角の三等分器は、生徒が作成する。ここでは、ケンペの三等分器作成過程を解釈学的営みとして捉えるために、ケンペの著書、『How to draw a straight line』（A.B.Kempe,1877）を参考にした。この原典から、以下２つの Kempe の考えに注目した。

① ユークリッド原論（古代ギリシアの数学）に対するケンペの考え(p1~p7)
② 「傾斜はねあげ装置」から「角の三等分器」の作成に至る考え(p37~p45)

生徒は、配布された傾斜はねあげ装置の構造を考察し、上述したケンペの２つの考えを解釈することで、傾斜はねあげ装置(角の二等分器)からケンペの角の三等分器を作成する。そして、最後に、このパスカルとケンペの２つ角の三等分器を比較することにより、ケンペの考えについて考察する。特に本研究では、生徒が自ら積極的に考察することを重視するために、生徒が考察する時間を十分に取れるように配慮した。

（２）角の三等分器の構造解説

① パスカルの三等分器

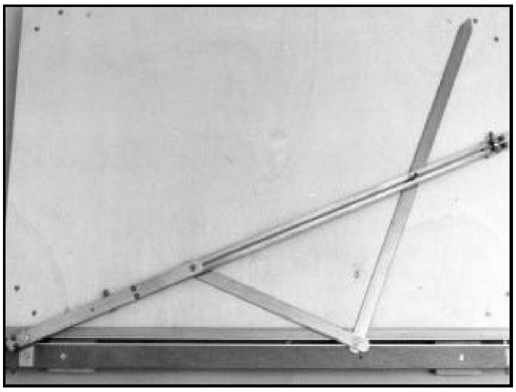

図１.パスカルの三等分器①

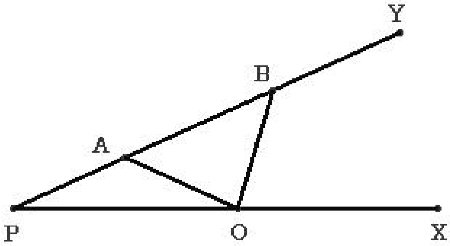

図２.パスカルの三等分器②

【３等分角】∠APO **が**∠BOX **の３等分になっている。**

【道具】点 O,**B は動点、点 A は固定点**　PA=AO=OB

条件より、△AOP **と**△OAB **が２等辺三角形であることがわかるので、三角形の外角の性質を用いて導くことができる。**

② ケンペの三等分器

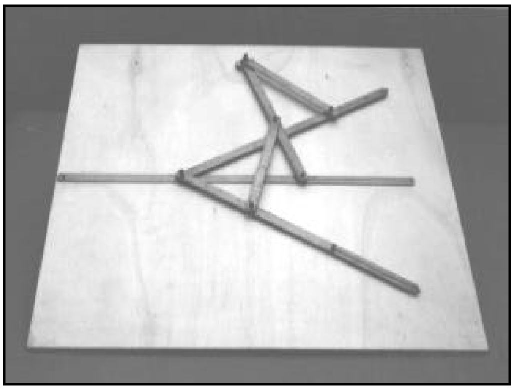

図３.ケンペの傾斜はねあげ装置①

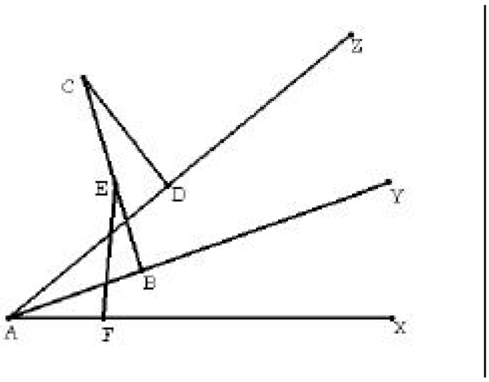

図４.ケンペの傾斜はねあげ装置②

【角】∠FAB＝∠BAD

【道具】AF＝EB，AB＝EF＝CD，AD=BC，AF：AB＝2：3

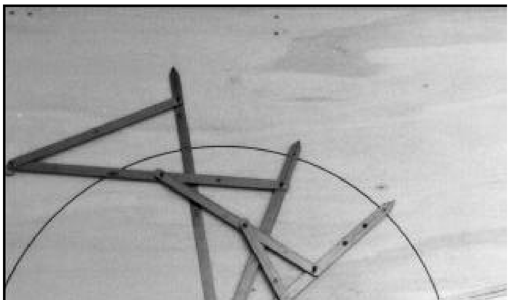

図５.ケンペの角の三等分器

条件より、２つの交叉四角形ABEF,ADCBが、交叉平行四辺形となることがわかる。この2つの交叉平行四辺形において、∠ABE＝∠CBA **より、１つの対応する角が等しいことから交叉平行四辺形**ABEF、ADCBが相似となることにより導くことができる。さらに、もう1つ同様にして相似な交叉平行四辺形を組み合わせることにより、3つの交叉平行四辺形がそれぞれ相似になり、角の三等分器が作成できる。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.43-54、2004年3月

４．授業概要

（１）授業環境

①対象

・ 茨城県立高等学校
第一学年 A 組、男・女 21 名

②日時

・ 2003 年 12 月 9,11,12 日（一授業 55 分×3 回）

③準備

・ コンピュータ（Windows）、Microsoft Power Point、作図ツール（Cabri GeometryⅡ）、プロジェクター、デジタルビデオカメラ、授業テキスト、事前・事後アンケート

（２）授業展開

〈１時間目〉

・授業内容：古代ギリシア時代の定木とコンパスを有限回使用して作図するという数学を、生徒自身が追体験する。さらに、角の三等分問題が生まれた背景を古代ギリシア数学の流れの中で追体験する。

１時間目は、角の三等分問題の起源となる古代ギリシア時代の数学を取り扱う。古代ギリシア時代の数学は、現代の代数的な数学とは異なっており、定木とコンパスを有限回使用して作図するという数学であった説明を行う。これは、古代ギリシア人の、実在するものだけを認めるという考え方が影響していたといわれている。ここで、生徒に古代ギリシア人の使用していた道具に注目し、次のような問いかけをした。


写真１．定木と定規？

【対話１】

教師：このコンパスと定木という道具で、何か気づきますか？

生徒：・・・（ザワザワ）

（省略）

生徒：定木の木が今とは違います。今は規則の規です。

ギリシア時代の定木とは、現代の用いている定規とは異なっており、メモリがなく直線を引くために用いられていた。生徒は、自分の用意していた定規と比べることで確認した。次に古代ギリシア時代を象徴する出版本として知られている、ユークリッド原論の存在を示した。これは、2・3 時間目に扱うパスカル・ケンペの時代にも再出版されるほど十分な完成度をもった著書である。生徒には、ギリシア時代の数学を２つの問題（加法・減法、平行線の作図）を通して追体験する場面を与えた。それから、このギリシア時代の数学の三大難問（円の平方化問題、立体倍積問題、角の三等分問題）を紹介する。この三大問題に対して、古代ギリシア人や数学者が熱心に根気よく取り組んだ姿勢を紹介した。その中から角の三等分問題を取り上げ、角の三等分問題が生まれた背景を２つ

挙げた。
① 辺が九の倍数の正多角形を円に内接するとき
② 線分の二等分・角の二等分可能から線分の三等分・角の三等分へ
本授業では、②の背景を古代ギリシア時代の数学（定規とコンパスを有限回使用して作図する）を用いて確認する。特に、線分の三等分の問題に対して、例えば、三角形の重心を利用した取り組みなど生徒の特色のある解答が生まれた。授業の最後に、宿題として角の三等分線の作図を生徒に与えた。生徒は、角の三等分線の作図が古代ギリシア時代の数学（定規とコンパス）では、解けないという事実を未知な状態で挑戦することとなる。

〈二時間目〉
・授業内容：パスカルの角の三等分器の構造を考察する活動、パスカルの蝸牛線と比較する活動を通して、パスカルの三等分器の構造を明らかにする。

２時間目は、はじめに前回宿題としていた、角の三等分線の作図について考察した。ある生徒Ｆは、角の三等分線の作図ができたと主張した。写真は、生徒が作成した解答である。この解答について生徒に、黒板で説明をしてもらった。

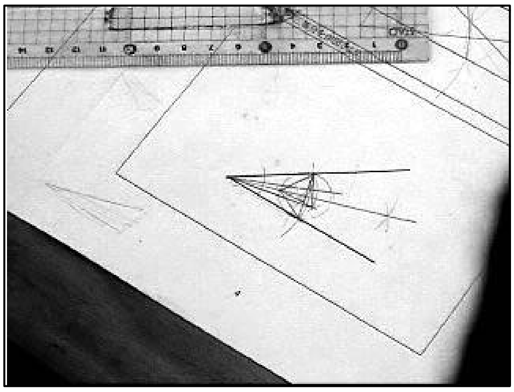
写真 2.生徒の解答

【対話 2】
教師：これは、定木とコンパスを有限回使って書いたの？
生徒：はい（即答）

この解答に見られる作図は、すべてギリシア時代の数学として認めることができるものであった。さらにこの解答では、古代ギリシア数学として、1つの線分からその線分を一辺とした正三角形が作図可能、与えられた 2 点から、その 2 点間の線分を対角線とする正方形が作図可能、この２つ考えを用いたものであった。しかし、この生徒の解答は、角の三等分線の作図を実現したものではなかった。その考察の後、角の三等分線の作図は、古代ギリシア時代の数学（定規とコンパスを有限回使用）では、作図できないということをピエール・ローラン・ヴァンツェル(1814~1848)証明していることを説明した。そして、角の三等分問題に取り組んだエティエンヌ・パスカルの紹介を行った。

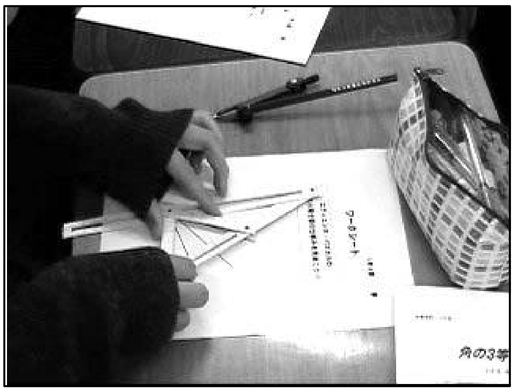
写真 3. 構造の把握（角に注目）

生徒に、方眼紙で作ったパスカルの角の三等分器を配布し、教師は生徒に、「どこの角がどこの角の三等分角となっているでしょう」という問いかけをした。それに対して、写真 3 のように、ほとんどの生徒は三等分器の「角」に注目し、三等分器にあらわれる

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.43-54、2004年3月

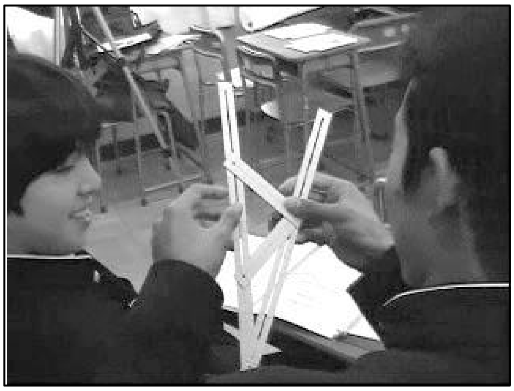

写真 4．構造の把握
（線分の動きに注目）

「角」について考察をはじめた。一方、三等分器にある線分の「長さ」について、考え始める生徒も見られた。次に、教師は生徒に、「この三等分器の構造を考えよう」という問いかけをする。すると、はじめは生徒の活動に戸惑っていたが、しだいにほとんどの生徒が三等分器の「長さ」に注目し始める。それから、教師は生徒に、「この角の三等分器の構造を証明しよう」と指示を与え、生徒はこの三等分器に見られる２つの二等辺三角形に注目して代数的な証明を行った。ここでは、ほとんどの生徒が、この三等分器の証明を解答することができた。この一連の流れでの角の三等分器の構造把握において、生徒が自ら「角」「長さ」「等しい長さ」を考え、積極的に角の三等分器の構造把握に取り組む姿勢がみられた。さらに、この三等分器の基となっているパスカルの蝸牛線（リマソン）と道具の比較を行った。ここでは、教師は生徒に、「どこの曲線に対して、この道具がどのように関係していますか」という問いかけをした。これに対して、写真４のように生徒は角の三等分器の「固定される点」と「動く点」に注目し、角の三等分器をぐるぐると回し、それぞれの等しい線分の動的な変化を確認する活動が見られた。最後に、この蝸牛線は軌跡なので、古代ギリシア時代の数学（定木とコンパスを有限回使用）として認めることができないことを強調した。

授業の最後は、もう１つの角の三等分器作成者であるアルフレッド・ケンペ(1849~1921)の紹介を行った。ここでは、生徒がケンペの著作「How to draw a straight line」から、ケンペのユークリッド原論（ギリシア数学）に対する考えを考察し、発表してもらった。このケンペの考えとは、「コンパスで円は作図できるが、定木は定木自体が直線であるという保障はないので直線を作図することはできない。したがって、円運動だけで、ギリシア数学を考える必要があり、それによって難問を新たに解くことができるかもしれない」というものである。これは、ケンペの円運動を直線運動へ変換するというリンケージでの取り組みと、角の三等分器作成を関連づけるものであった。

〈三時間目〉

・授業内容：ケンペが考案した傾斜はねあげ装置（角の二等分器）の構造を把握する。さらに、生徒は原典を解釈することにより、ケンペの考えを読み取り角の三等分器を生徒が作成する。最後に、パスカルとケンペの三等分器の比較を行う。

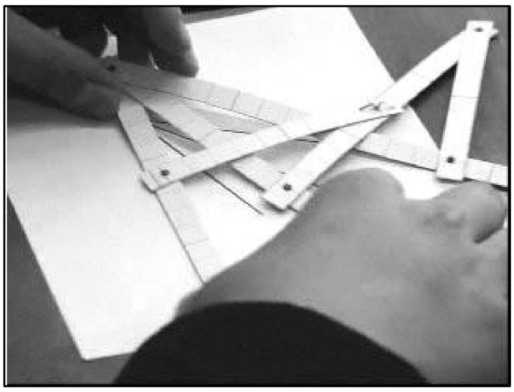

写真 5．構造の把握（角に注目）

３時間目は、前回のケンペの考えに従い、円運動だけで角の三等分器の作成を考える。まず、ケンペの作成した傾斜はねあげ装置（角の二等分器）を生徒に配布する。このケンペの作成した傾斜はねあげ装置は、ある直線に関して対照となる２点

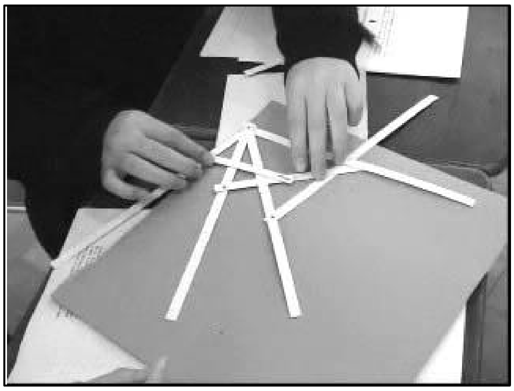

写真 6．ケンペの三等分器作成

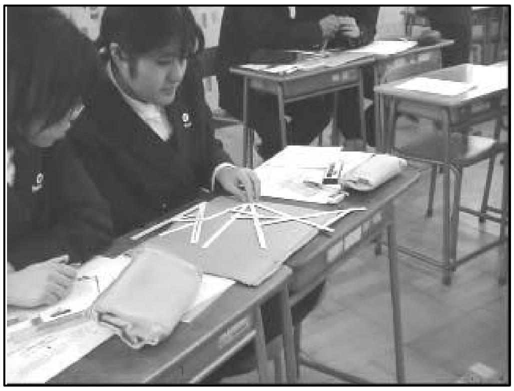

写真 7．角の三等分器の比較

【対話 3】
教師：パスカルとケンペの三等分器の違いはなんでしょう。
生徒：・・・・
教師：角を等分すると言う視点からこの２つの三等分器みると、どっちが有用ですか？
生徒：ケンペの三等分器
教師：なんで？
生徒：ケンペのほうは、いろいろと組み合せて作れるから。

をとることができる道具である。ここで、教師は生徒に「この道具は何をするための道具でだろうか」と問いかける。すると生徒は、２時間目の学習と同様にしてすぐに角の二等分器であることを「角」に注目することで確認した（写真 5）。教師はつづけて、「この構造を考えよう」とうながす。生徒は、この道具の「長さ」着目し、考察をはじめた。しかし、この傾斜はねあげ装置は複雑な構造となっているために、生徒は構造把握に戸惑いを見せる。それを確認した後、教師は生徒にケンペの考えを参考にするためにケンペの著書である原典「How to draw a straight line」の解釈を指示する。この原典では、傾斜はねあげ装置を２つの相似な交差平行四辺形からできると考えることによって、この道具が角の二等分器と考えることができ、角の三等分器の作成では、３つの相似な交差平行四辺形が必要であるということが述べられている。このケンペの考えに対して、生徒からは、「そうかっ」「あ～」などとケンペの考えに共感する声が確認できた。この考えを基に、教師は生徒に「この考えを参考に角の三等分器を作成しよう」と進めた。生徒は、角の三等分器がどのような形になるのか、そのためにどのような「長さ」を設定しなければならないのかを考察しはじめる。それぞれの生徒は、どのような長さの交叉平行四辺形を考えるべきなのか、さらに傾斜はねあげ装置とその交叉平行四辺形をどのように組み入れるのか、この 2 点について考察する活動が見られた。その際には、道具をいろいろな形にして、「ここところが等しいよね」などと生徒同士で議論する姿がみられた（写真 6）。そして、最後に作成したケンペの三等分器とパスカルの三等分器について比較を行った（写真 7）。その結果、【対話 3】でみられるような、生徒の考えを確認できた。これは、ケンペの三等分器は、相似な交叉平行四辺形を組み合わせることにより、n 等分器まで作成することができ、角を分割するという点においては、パスカルの三等分器よりも優れていることを生徒が、ケンペの角の三等分器を作成することによって、ケンペの考えのよさを把握し、そのよさが道具によって示されていることを実感していることが確認できる。

５．考察

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.43-54、2004年3月

（1） 課題１に対する議論

課題１：角の三等分問題を通して、当時の数学を現在と異なった文化として捉ることができるか。

事後アンケート抜粋（生徒の記述）
【古代ギリシア時代の数学について】
①数学を文字や数字だらけと考えていたが、大元をたどれそれだけではなかった。
②定木とコンパスを有限回しか使えませんよというのにびっくり。
③今までは数字や文字がたくさんでてきたけれど、図形で考えるものが多かった。
④古代ギリシアの数学は、パズル感覚だった。
⑤当然のように定木が直線だと思っていたけど、いざ疑問を持つと…
⑥古代ギリシア人は、日常で数学を使おうとしたことに驚いた。

事前アンケートによると、生徒は現在の数学を、代数的なものとして捉え、与えられた数学(公式など)を暗記するという固定的な数学観をもつ傾向にあった。

事後アンケートにおいて、生徒は自文化の数学と異文化であるギリシア時代の数学の違いを捉えていることが確認できる。【対話 2】からも、生徒がギリシア時代の数学を十分に捉えていることがわかる。この古代ギリシア時代の「定木とコンパスを有限回使用」して作図するという数学に対して、生徒の感想として、「驚いた」と記す生徒が全体的に多かった。これは、自文化である数学と古代ギリシアの数学の違いに、カルチャーショックを感じていると捉えることができる。さらに、⑤や【対話１】から、生徒は、古代ギリシア時代の定木には、「めもり」がないという背景から、現在の定規と違いを認めることができたことが分かる。⑥では、数学とかかわる姿勢において、現在自分の中での数学の位置付けと古代ギリシア人の数学に対する姿勢の違いを感じるに至っていることが推測される。

以上より、生徒は本研究の事業実践において、課題 1 を達成したと考える。

（2） 課題２に対する議論

課題２：原典解釈を用いた三等分器作成の過程や２つの三等分の比較から、ケンペの考えのよさを感じ取ることができるか。

課題 2 に対して、以下の２つの授業内容を取り出して考察する。

Ⅰ．ケンペの三等分器作成過程

Ⅱ．パスカルとケンペの三等分器の比較

Ⅰ．ケンペの三等分器作成過程

ケンペの三等分器作成では、ケンペの考えを記した原典を用いて、傾斜はねあげ装置から角の三等分器の作成おこなった。ここでは、傾斜はねあげ装置の２つの交叉平行四辺形に注目するというケンペの考えを考察する。この考えに対して、生徒は以下のような感想を示した。

事後アンケート抜粋（生徒の記述）
①考え方をどんどん発展させていったことが分かった。
②自分には思いつきもしないような考えがたくさんあった。
③ケンペの考えはすばらしい。
④考え方自体は難しくないけど、そのアイデアに至るまでが大変だから、さすがケンペ。
⑤昔の人は頭が切れるなあと思った。
⑥考え方が複雑で、こんなものを作り出せた人がいたことに驚きました。

事後アンケートから、生徒がケンペの考えのよさに共感していることが確認できる。この考えのよさを次の課題で生徒が捉え得たかを検討した。

II．パスカル三等分器とケンペの三等分器の比較

ケンペの角の三等分器では、三等分器に交叉平行四辺形を加えていけばn等分器が作成できるので、任意の角を等分するという視点からみれば、ケンペの三等分器の方がパスカルの三等分器よりも有用であると考えることができる。これに対して、【対話 3】で見られるように、生徒はケンペの三等分器有用であるという考察を行うことができた。以上の結果より、生徒は課題 2 について達成できたと考える。

（３）課題３に対する議論

課題３：数学史を題材とした解釈学的営みの授業実践により、生徒が積極的に取り組み、数学的活動の楽しさを感じることができるか。

事後アンケート抜粋（生徒の記述）
【数学を歴史的に捉える視点】
① 角の三等分線についてだけでも、様々な人がその問題に取り組んでいたことに、その歴史の古さを感じました。私たちが普通に使っている公式もこうした先人の努力のたまものだということですね。数学の流れを歴史的にとらえていくことも、大切だと思うようになりました。
③ 数学を本格的に学ぶものにとっては、数学の考え方の変化などを知ることは必要。
④ 昔の人の考えを参考にしたり、理解することで新たな発見があるかもしれない。
⑤ 昔からいろいろな問題について考えられていきたことが分かった。
【授業感想】
⑥ 普段は、問題をひたすら解くという感じだが、今回は自分で発見する感じだった。
⑦ 考える数学の授業は楽しい。
⑧ 数学を違った視点で見てみると難しさが好奇心にかわって自らいろいろ考えていった。歴史的にとらえることや、新しく考えることは大切だなあと思った。
⑨ 道具を作成することにより、その仕組みが分かっていいと思った。
⑩ 実際に手元に道具があるので、分かりやすかった。
⑪ 数学は紙の上で計算するだけではなくて、道具って大切だなあと実感した。

本研究の授業実践における生徒の数学的活動の姿勢は、積極的なものであった。特に、

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.43-54、2004年3月

道具の構造の把握、道具の作成過程の考察する場面では、生徒自身がその道具について積極的に考察する姿勢が幾度となく確認できた。さらに事後アンケートの【歴史的に捉える視点】によれば、課題 1・２で達成されたと考えることのできる「異文化の理解」、「他者の立場」の実現から、数学において歴史を捉える視点の重要性を感じる生徒が多く見られた。これは、当時の数学者の考えに共感したことに対して、数学史を扱うことの重要性を生徒自身が感じていることが分かる。また、【授業感想】から、解釈学的営みの対象として扱った道具に対して、生徒の道具を操作するという数学的活動の知的好奇心、生徒の数学の内容に対する実感が確認できる。特に、⑥⑦⑧においては、生徒が道具の構造を把握する活動や道具を作成する活動を知的好奇心から主体的に取り組む姿勢をあらわしていると捉えているといえる.

以上より、本研究の授業実践において、課題 3 を達成したと考えることができる。

６．おわりに

本研究は、数学史的な話題として角の三等分問題を取り上げ、解釈学的営みに基づき教材開発・授業実践を行った。その結果、生徒が積極的に取り組み、考察するという態度が見られた。また、数学者の考えに共感する場面も見られた。

その一方､本研究での課題も明らかになった｡今回の授業実践では 2 人 1 組となって、生徒が道具について考察する場面を設定していたが、それぞれのグループによって結論に達する時間に大きな差がみられた。これに対して、本研究では授業者が主体となって誘導を行ったが、それぞれのグループの生徒に適切な考察場面を与えることができなかった。この課題に対して、生徒の積極的に考察できるような場面を増やすために、グループの人数を増やして、生徒同士が考察した内容について議論するなどの生徒主体の授業展開によって、道具の考察を行うような授業実践を考えていきたい。

謝辞

研究授業の実施に際し、茨城県立土浦第一高等学校の菊池紳一郎先生をはじめとする数学科の先生方には、準備の段階より貴重なご意見と多大なる御尽力をいただきました。厚く御礼申し上げます。

註)

本研究は、平成 15 年度科学研究費、特定領域研究(2)課題番号 15020214「数学用機械と JAVA による移動・変換と関数・微積ハンズオン教材の WEB 化研究」(研究代表者礒田正美)において開発された歴史的道具を前提にして、平成 15 年度科学研究費、基盤研究(B)(2)課題番号 14380055「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・指導法開発研究」(研究代表者礒田正美)の一環として行われた。

〈参考文献・引用文献〉

(1) 第 15 期中央教育審議会第一次答申(1996). 21 世紀を展望した我が国の教育の在り方について.

(2) 文部省(1999). 高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編. 東京：実教出版

(3) Maria G.Bartolini Bussi(2000). Ancient instruments in the modern classroom. John Fauvel,Jan van Maanen（eds）, History in Mathematics Education, pp343-350. Kluwer Academic Publichers.

(4) 礒田正美(2001). 異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察－隠れた文化としての数学間の意識化と変容を求めて－. 筑波数学教育研究, 20, 39－48.

(5) 礒田正美(1987). 数学学習における数学史の利用に関する一考察. 筑波大学付属駒場中・高等学校研究報告, 26, 157-174.

(6) 礒田正美(2002). 解釈学からみた数学的活動論の展開－人間の営みを構想する数学教育学へのパースペクティブ－. 筑波数学教育研究, 21, 1-10.

(7) 礒田正美・土田知之(2001). 異文化体験を通じての数学の文化的視野の覚醒；数学的活動の新たなパースペクティブ. 日本科学教育学会年会論文集, 25, 497-498.

(8) 野口敬子(2001). 道具を利用した数学史学習による生徒の数学間の変容に関する一考察－角の三等分問題を通して－. 中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(8)世界の教育課程改革の動向と歴史文化思考の数学教育－代数・幾何・微積 For All プロジェクトの新展開－. 130-142.

〈上記以外に教材開発で参考にした文献〉

(9)宮崎興二･藤井道彦･日置尋久･山口哲(2002). 不思議おもしろ幾何学事典. 朝倉書店.

(10)斎藤憲(1997). ユークリッド原論の成立：古代の伝承と現代の神話. 東京大学出版会.

(11)Benno Artmann（2002）. 数学の創造者：ユークリッド原論の数学（大矢建正訳）. シュプリンガー・フェアラーク東京.

(12)T.L ヒース(1998). 復刻版　ギリシア数学史(平田寛,菊池,大沼訳). 共立出版.

(13)スチュアート・ホリングディール(1993). 数学を築いた天才たち(上). 講談社.