出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（12）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.132-147、2005年3月

歴史的道具に関する数学史を用いた授業研究
―道具「アストロラーベ」を用いて長さと角度を比較する授業―

筑波大学大学院修士課程教育研究科
富田　大輔

章構成

要約

本研究では、歴史的道具『アストロラーベ』に関する原典解釈・道具操作を取り入れた授業実践により、生徒に数学の有用性に対する実感及び、『高度』という用語を通して角度・長さという計量への理解の促進が認められた。

キーワード：数学史、アストロラーベ、原典解釈、高度

１．はじめに

現行の高等学校学習指導要領解説数学編では、高等学校における数学教育の意義として、「数学を学習する意義、数学的な見方や考え方のよさ、数学の美しさ、文化や社会生活において数学が果たしている役割などを理解させることにより、数学への興味・関心をもたせ、学習への意欲を高めること」が大切と述べている。

しかし、平成 13 年度小中学校教育課程実施状況調査報告書―中学校・数学―(国立教育政策研究所教育課程研究センター,2003)によれば、数学は「学年が進むにつれて、役に立たないと思う生徒が増えてくる」(p.245)との報告がなされている。また、算数・数学の学習に対する児童・生徒のニーズ傾向に関する研究(筑波大学教育学系,2004)でも、学年が上がるに連れ、「普段の生活や社会に出て役立つよう、算数・数学を勉強したい」という回答が減少している。これより、数学の学習内容の高度化・抽象化に伴い、子どもは数学に対する意義・有用性を見出し難くなる傾向があるといえる。今研究では、これを受け、生徒が実際に自分自身で観察・操作等を行うことを含む数学的活動を体験することで、「文化や社会生活において数学が果たしている役割」を理解するような開発教材を提示する。

礒田（2001）は、「数学的な考え方の自覚から、数学を人の営みと認める次元まで、異文化体験による文化的視野の覚醒という一つの文化的営みとして、共通の視座から記述し得る」（2001,p.9）とし、その方法として、「自文化の過般化が通用しない体験によるカルチャーショックを前提に、他者の身になって考えてみる、他者の世界において考えてみるという解釈学的営みに従事することである。」

（2001,p.9）と述べている。本研究では、これらの文章における異文化体験として「歴史的道具『アストロラーベ』や天球モデル、及び、それらに関する原典解釈による追体験」を取り入れた授業実践により、生徒が古代の文化とそれを支えている数学の原理を、自分たちが学んでいる現代の数学を通して理解することで、数学の文化的役割を理解するといった方法により授業実践を行う。

また、数学の文化的役割の認識を促す方法論として数学史における原典解釈を用いた先行授業研究として、例えば、本福(2004)が挙げられる。今研究では、先行研究との相違点として、『高度（altitude）』という言葉が「地上からの高さ（長さ,length）」・「仰角（角度,angle）」という 2 種類の計量を意味することに注目し、『高度』測定用の歴史的道具『アストロラーベ』により、互いの計量の特徴・有用性を生徒が理解する授業実践を行う。

２．研究目的・方法

（１）研究目的

アストロラーベに関する原典解釈やアストロラーベをはじめとするハンズオン教具の使用により、生徒が自ら体験し発見を行うという数学的活動を行い、「文化や社会生活において数学が果たしている役割」を理解できるか、また、角度と長さという二種類の図形に関する計量の特徴を相互比較により認識することができるかを考察する。

（２）研究方法

上記の目的を達成するため、具体的に以下の課題を設定する。

課題１：アストロラーベに関する原典解釈や道具操作による追体験により、生徒が「文化や社会生活において数学が果たしている役割」を理解できるか。

課題２：『高度』という言葉に含まれる『角度』、『長さ』という２つの計量を認識し、アストロラーベにおいて、それらの計量がそれぞれの特徴にそって用いられていたことを理解できるか。

以上の課題が達成できたかどうかを、以下の方法により考察する。

「数学史における原典解釈を利用したオリジナル教材を用いた授業研究を行い、授業前後のアンケート、ビデオによる授業記録を用いて変容を調べる。」

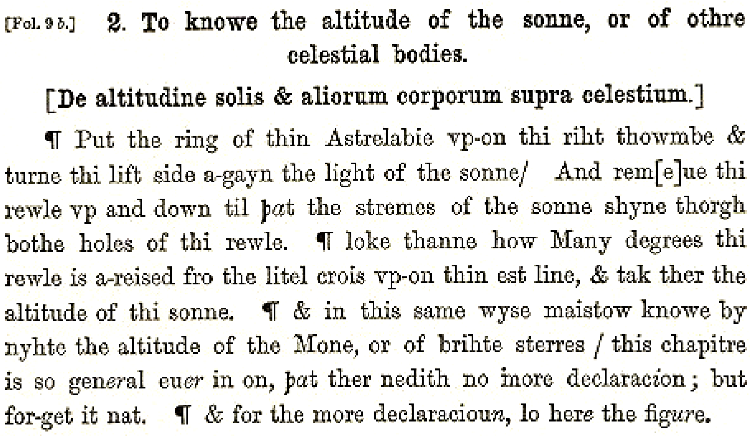
３．『アストロラーベ』の教材化

アストロラーベ（写真１）は、星や太陽等の高度を測定し、その結果を用いて現在の時刻や暦を調べる道具として用いられた。また、大航海時代付近においては、航海時に位置を観測するための道具としても活躍した。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（12）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.132-147、2005年3月

アストロラーベの作者は不明で、また、その使用法を記した教科書も様々なものがあるが、そのなかでも、1391 年に著述家ジェフェリー・チョウサーがルイス少年のために書いたアストロラーベの教科書『A treatise on the Astrolabe』は以前の教科書をまとめ、非常にわかりやすく記したものとして有名である。礒田

写真１　アストロラーベ（パリ国立技術博物館）



[Fol. 9 b.] **2. To knowe the altitude of the sonne, or of othre celestial bodies.**

[De altitudine solis & aliorum corporum supra celestium.]

¶ Put the ring of thin Astrelabie vp-on thi riht thowmbe & turne thi lift side a-gayn the light of the sonne/ And rem[e]ue thi rewle vp and down til þat the stremes of the sonne shyne thorgh bothe holes of thi rewle. ¶ loke thanne how Many degrees thi rewle is a-reised fro the litel crois vp-on thin est line, & tak ther the altitude of thi sonne. ¶ & in this same wyse maistow knowe by nyhte the altitude of the Mone, or of brihte sterres / this chapitre is so general euer in on, þat ther nedith no more declaracion; but for-get it nat. ¶ & for the more declaraciou*n*, lo here the fig*ure*.

図２　『A treatise on the astrolabe』の一部

（2001,2002b）は、原典解釈機会を取り入れるならば、解釈学的営みや、異文化体験を通じて、数学を人の文化的営みとして理解し、数学間の変容を促すことができると述べている。このことから、授業ではこの本『A treatise on the Astrolabe（図２）』を原典として用いた。

この本は、古英語で書かれており、また、作業手順だけで数学的理由が書かれていないため、生徒はアストロラーベの使い方を、原典を読むと同時に実際にアストロラーベを用いて、その使用法の中にある数学的原理を発見しないと、その使用法が理解できない仕組みになっている。このことより、この原典中における文章の意味を、生徒が実際に道具を用いて考えることは、礒田(2003,p.249)の、「道具を実際に利用してみることで、人は、その道具の開発者・利用者がなぜそれを用いたのか、彼らが実際どのように考えたかを知るきっかけをえることができる」ことを自然な流れで実践できる教材であると考えられる。

以上から、アストロラーベを題材とした授業を行うことによって本研究の目的・課題が達成できたかを議論する。

４.『アストロラーベ』の数学的解説

(1)アストロラーベの裏面

アストロラーベの裏面は、対象物の高度を測るための測量機械としての役割を担っている。

①「高度＝角度」の測り方

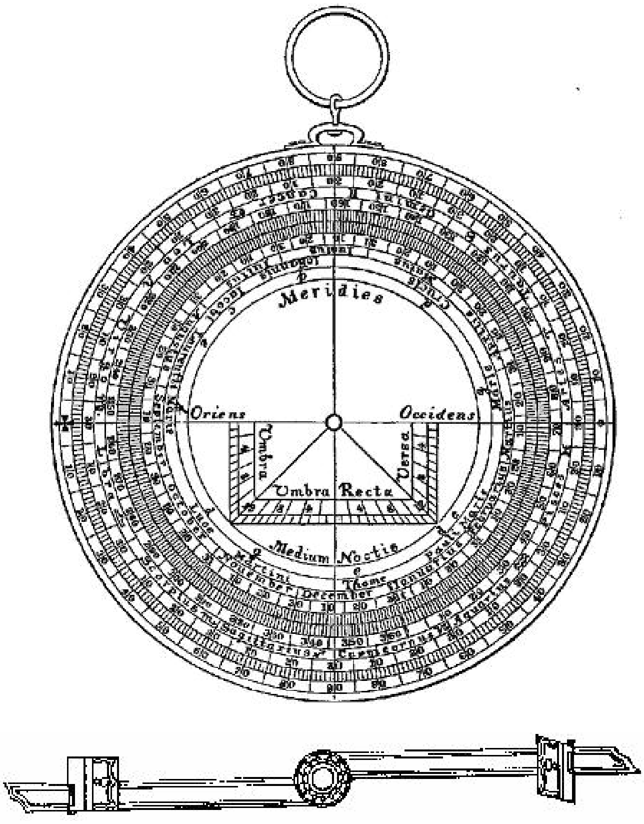


図３　アストロラーベ（裏面）と指方規

写真４　アストロラーベ裏面の基本的な使い方。太陽や月、塔のてっぺん等の対象物と自分を結ぶ線分と平行に指方規（定木）を合わせる。

写真５　指方規が指している円盤の淵上にある目盛りが、対象物の『高度（＝仰角）』

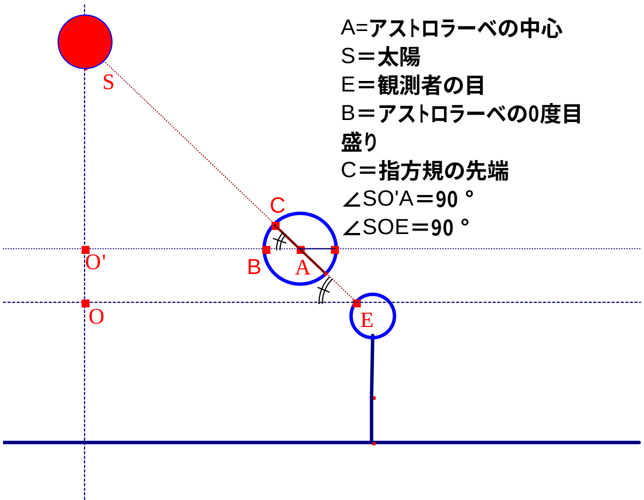


図６　指方規を太陽光線と一致させれば、同位角より「指方規の傾き＝仰角」である

アストロラーベの裏面には、分度器のように、円盤の淵上に 360 個の目盛りがついている。また、指方規と呼ばれる定規が円盤上を回転できるように、円盤の中心に乗っている。(図３)アストロラーベを吊るすようにして持ち、指方規を太陽光線と平行に傾けると（写真４）、指方規の端が指している円盤の淵の目盛りが太陽の「高度＝角度」となっている。(写真５）これは、仰角とアストロラーベの成す角度とが同位角により一致するためである（図

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.132-147、2005年3月

６）

②「高度＝長さ」の測り方

アストロラーベの裏面には、一辺に12等分された目盛りが刻まれてあるような２つの正方形が存在する。この正方形の下/横の辺の目盛りのことをそれぞれ、umbra recta/umbra versaと呼ぶ。（図７）これらの目盛りを使うと、対象物との距離から、対象物の高さを求めることが出来る。例えば、塔からの距離が20フィートのところで指方規を塔の頂点の方向に合わせたとき、umbra rectaの４目盛りを指しているとする。このとき、以下のようにして、塔の高さがわかる。

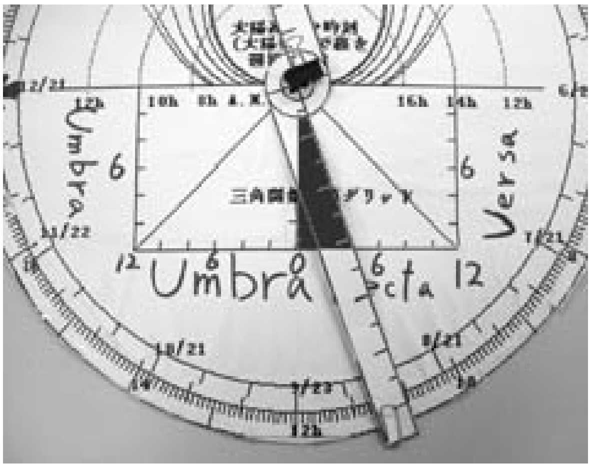


写真７　umbra rectaが４の目盛りを指している状態。黒く反転した三角形が、塔と自分のなす三角形の縮図

＜解説＞

塔をＴＢ、写真７黒く反転した三角形をΔＯP'Ｕとすると、

$\Delta TPO \backsim \Delta OP'U$

となり、

$TP:PO=OP':P'U$

$OP=BG=20$フィートより、

$TP:20=12:4$

$TP=60$フィートとなる。

これに、アストロラーベの地上からの高さを加えたものが、塔の高さとなる。

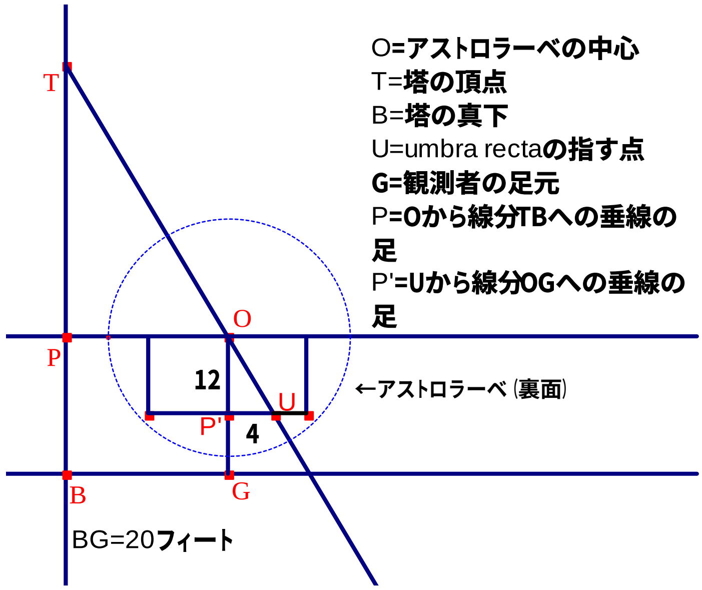


図８　塔とアストロラーベのモデル図

(2)アストロラーベの表面

表面には裏面で計測した高度を応用するための星図が描かれている。

①天球とステレオ投影

古代から現代まで天文学で採用されている天体モデルに天球というものがある。これは、宇宙を球と見立て、恒星はその球の表面に張り付いていると便宜的にみなすモデルである（写真９）。この考えは、夜空を眺めたときに見える画像を見えるがまま単純にモデル化したものになっている。そのモデルを用いて天体を平面化するステレオ投影と呼ばれる投影法が、アストロラーベの表面に描かれている天球図（天球の平面図）に用いられている。数学的には立体射影と呼ばれる三次元球面から一点Pを除いたものから、二次元ユークリッド平面への写像A：$S^2/\{P\}\rightarrow R^2$を意味する。ステレオ投影は、

天球面上の点を、その点と天球の南端（天の南極）とが作る線分と赤道面との交点へと移す写像である。これより、赤道面が投影面となる（図１０）。

写真９　天球のモデル。半球の間に投影面（星図面）を挟んでいる。

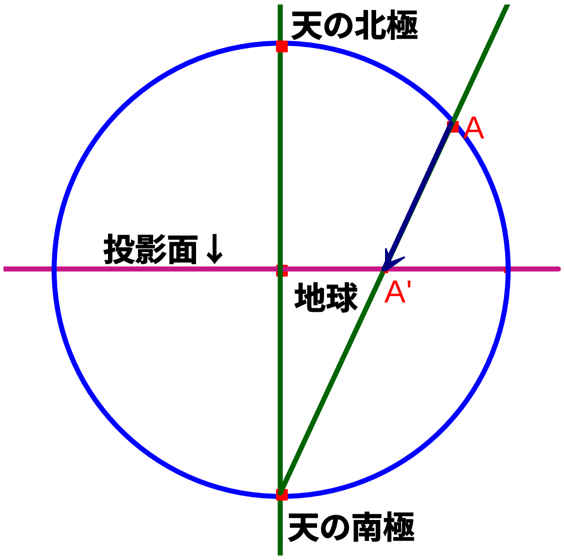


図１０　写真９の断面図のモデル。ステレオ投影とは点Ａから点A'への写像である。

②ステレオ投影の等角性

このステレオ投影と呼ばれる投影法は、等角性を備えた投影法である。（数学的には、立体射影が等角写像であることに対応する。）ここでの等角性とは、球面上の２直線がなす角度を、その接線がなす接平面状の角度と定義したとき、球面上の角度と投影先の角度は等しいという意味である。授業ではこのことを、「球面上の微小直線を平面上の直線と同一視する（図１１）と約束すれば、その時、球面上の微小範囲おける角度は、投影後も変わらない」と説明した。

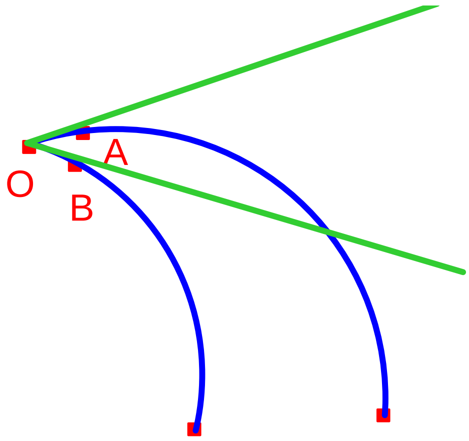


図１１　微小区間なら、曲線と接線は同一視可能

＜等角性の証明＞（図１２）

P:天の南極、Q:球面上の点、π:赤道面（投影面）、V, W:Q の微小近傍内における球面上の点、Q' ,V' ,W' :それぞれ Q ,V ,W の投影後の点とする。

(主張)∠WQV=∠W'Q'V'

(証明)π':P を通り、π に平行な平面、A,B:それぞれ、半直線 QW, QV と π'との交点とする。

すると、４点 A, P, Q', W'と４点 B, P, Q', V'はそれぞれ同一平面上にある。ゆえに、∠W'Q'V'=∠APB、これより∠WQV=∠APB を示せば十分。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（12）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.132-147、2005年3月

また、AP, AQ はそれぞれ、P, Q における球の接線のため、AP = AQ...(1)
同様に、BP=BQ...(2)、PQ は共通...(3)より、ΔAPB≡ΔAQB.
ゆえに、∠APB＝∠AQB.
∠AQB＝∠WQV より、∠WQV=∠APB(終)

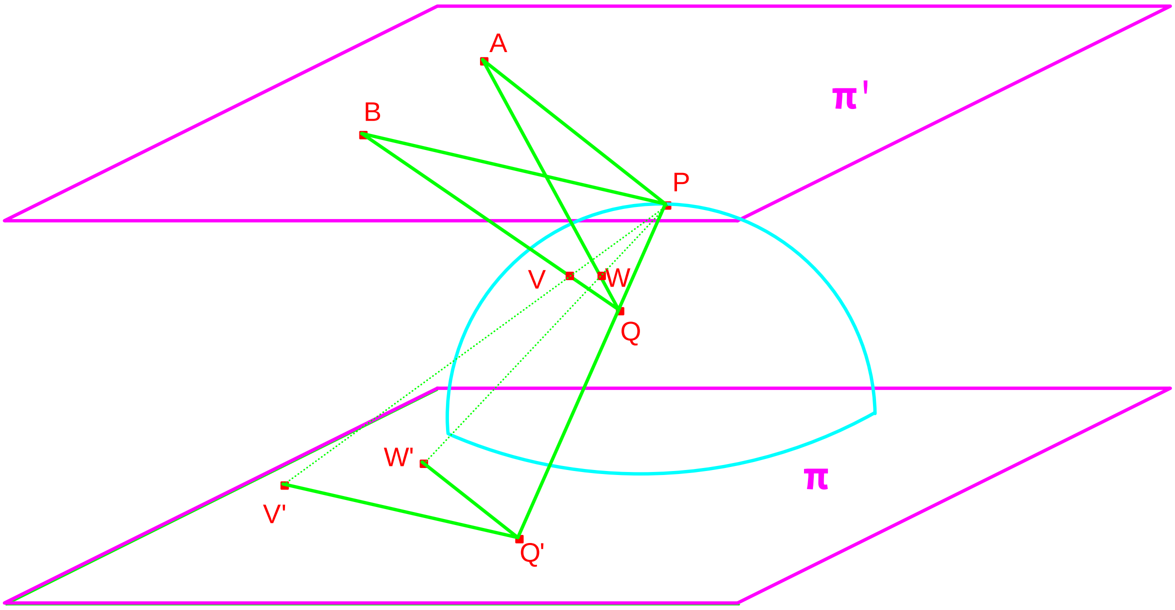


図１２　天球の南半球と投影面のモデル図（ここでは、証明を簡単にするために南が上側になっている）

５．アストロラーベを用いた授業の概要

（１）授業環境

① 日時：2004 年 10 月 21、22、25、26 日（65 分×3 回）

② 対象：埼玉県立高等学校 2 年生

③ 準備：コンピュータ(windows)、Microsoft Power Point、プロジェクター、作図ツール(Cabri Geometry plus/Cabri 3D)、アストロラーベ、天球モデル模型（透明半球＋OHP シート）、事前・事後アンケート、ワークシート、授業資料等

（２）授業展開

＜１時間目＞

【目標】

チョウサーの原典を通して、その中に書かれている道具の使用法を現代の数学を介して理解すると共に、『高度』という言葉が角度と長さという両方の意味で用いられていると同時に、その使い分けがどのようになされていたかを理解する。

【授業の流れ】

①導入：アストロラーベはどのように使うか？

授業の導入として、アストロラーベを使っている人々の絵（写真８）を生徒に見せて、これが何をしている絵なのかを質問した。絵だけではアストロ

ラーベがどのような道具なのかわからないという生徒の反応から、チョウサーの書いたアストロラーベの教科書『A treatise on the Astrolabe』を読むことで、アストロラーベの使い方を学ぶことを動機づけた。

② 原典の解読作業

まず始めに、原典におけるアストロラーベによる「高度＝角度」の求め方が書かれている部分を生徒に読ませた。その後、その文章の直訳を見せて、それらから、原典の文章の内容を図示化させ、生徒たちが知っている数学によって、その求め方の根拠を考えた（写真１４）。また、原典中にでてくる『高度』という言葉の意味を尋ねたところ、「地面からどのくらい上がっているかといった角度」等の答え（写真１５）が返ってきた。

写真１３　アストロラーベを使う人々

写真１４　アストロラーベで実際に原典の内容を追体験している様子

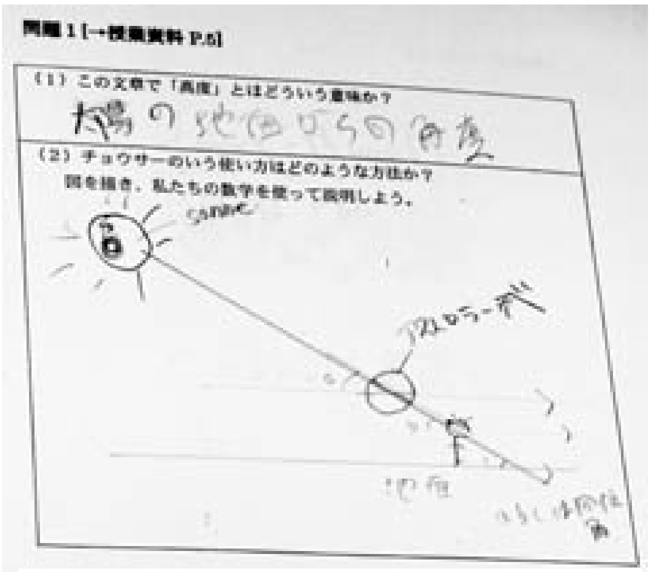


写真１５　同位角を用い角度を測る

次に、原典におけるアストロラーベによる「高度＝長さ」の求め方が書かれている部分を生徒に読ませ、前問と同様にして、直訳を参考に、原典の文章の内容を図示化（写真１６）し、自分たちが知っている数学による根拠を考えてもらった。この問題に対し、前問と異なる部分・おかしな部分がないだろうかと尋ねたところ、「高度の意味が違う」、「さっきは高度が角度だったが、今度の高度は地面からの高さ」といった解答が出た。（図１７）その後、授業者が、角度の意味での高度は、太陽を測っているのに対して、長さの意味の高度では、塔を測っているというように、測る対象も違うということを補足した。

③『高度』の意味

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（12）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.132-147、2005年3月

以上の２つのアストロラーベの使用法を通して、『高度』とはどういった意味の言葉であるかを生徒に質問したところ、「角度・高度」といった２種類の答えが返ってきた。そこで、２つの原典中の文章の違いから、同じ『高度』という言葉でも、角度と長さは使い分けがなされ、角度は、太陽等のたどり着けない程とても遠いものを測る時に便利であるということを確認して１時間目の授業のまとめとした。

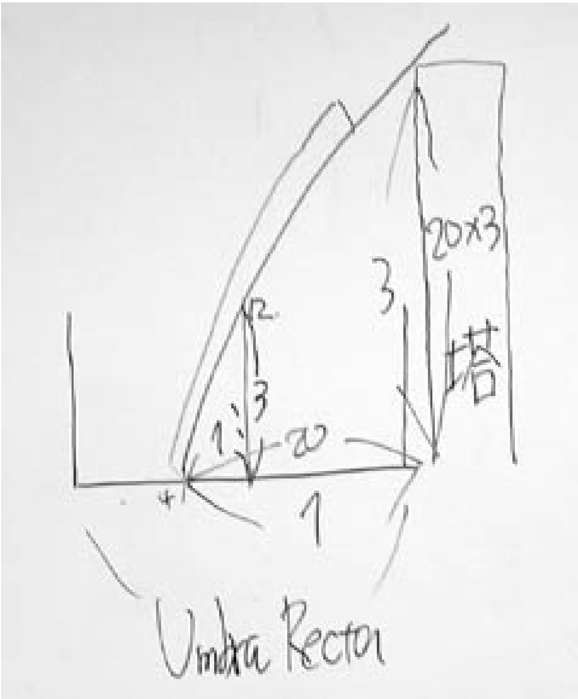


写真１６　生徒の解答。塔の高さを知るために相似比が役立つ。

写真１７　「高度の意味がさっきの問題と違う！」

＜２時間目＞

【目標】

角度が､時刻を知る際に役立つということをアストロラーベの利用法から理解すると同時に、そのように角度を利用するために、どのような方法でアストロラーベが作成されているかということに興味を持つ

【授業の流れ】

①アストロラーベが使われた背景

「アストロラーベで高度（＝角度・長さ）が測れることを前時間で学習したが、それらの高度を知ることがどのような役に立つのだろう」、という疑問を生徒に投げかけることで今時間の導入とした。

アストロラーベは現在時刻や航海中の自分の場所を測定するために用いられていた。また、昔は時刻測定という行為が、礼拝の時刻を知るという宗教上非常に重要な意義を持っていた。以上の時代的背景を紹介することで、生徒がアストロラーベという道具が当時はとても重宝されていたこと､及び､角度を知ることが当時の生活に役立っていたことを認識した。

②古代の宇宙観

アストロラーベを用いることで角度から時刻を測ることが出来るということを生徒が認識したことから、アストロラーベがどのような原理によって角度の情報から時刻を導いているのかという疑問に導いた。

時刻を測る際に用いるアストロラーベの星図がどのような原理に基づいて製作されているかを学ぶ準備として、昔の人々はどのように宇宙の姿を捉えていたかということをプトレマイオス著「アルマゲスト」の原文に基づき生徒にイメージ図を書いてもらった。その後、三次元幾何作図ソフト"Cabri 3D"で作図した天球のモデル（図１８）を見ることで、生徒が天球のモデルを視覚的に確認できるようにした。

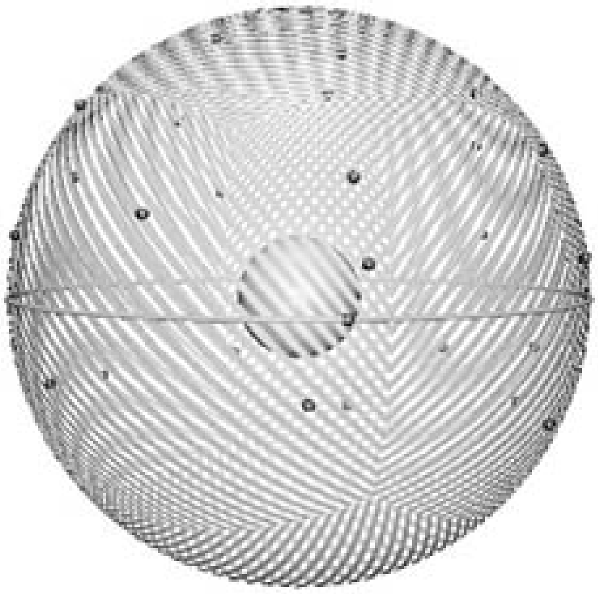


図１８　"Cabri 3D"による天球モデル。外の球が宇宙で、中の球が地球。外側の粒は恒星。地球は本来ならば点である。

③天球図の描き方（ステレオ投影）

その後、透明半球に描いた天球モデルと、それをステレオ投影して OHP 上に作成した天球図とを生徒に配り、どこから覗いたら天球上の星座と天球図上の星座が全て位置するか（即ち、どこから投影しているか）を探してもらった。（写真１９）

写真１９　どこから投影されているかな？

ある程度時間をとった後で生徒に答えを発表してもらい、アストロラーベの天球図は天の南極から投影されていることを確認し、そのような投影法をステレオ投影と呼ぶのだと説明した。

④ 実際に時刻測定

そして、生徒がアストロラーベで時刻を測定することが出来るということを実感できるよう、残りの授業時間をアストロラーベで実際に時刻測定する演習時間にあてた。まず始めに、時刻測定の手順を解説したビデオを生徒に

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.132-147、2005年3月

見せた。その後、生徒がビデオの手順に従って手持ちのアストロラーベで時刻を測定するための時間をとった。（写真２０）

最後に、当時は天球という宇宙の構造を考えていたこと、アストロラーベにはステレオ投影という投影法を用いた天球図が描かれており、それを用いることで現在時刻がわかることを確認し、本時間のまとめとした。

写真２０　高度で時刻を測定するという「異文化」が生徒の興味を引く

＜３時間目＞

【目標】

アストロラーベにおける星図の作成方法として用いられているステレオ投影が、長さではなく角度によって星の位置を捉えるといった当時の方法と調和していることを学び、数学が人々の考え方・捉え方と結びついていることを理解する。

【授業の流れ】

① さまざまな投影法の紹介

アストロラーベの星図に用いられているステレオ投影の性質を特徴づけるために、三次元の球面を二次元平面に投影する投影法には様々なものが存在し、それぞれの投影法に対して、図面や性質が異なっていることを、いくつかの投影図を紹介することで確認することから始めた。

写真２１　スクリーンに釘付けの子どもたち

② ステレオ投影の特徴・性質

ステレオ投影は、球面を平面とみなせるぐらいの微小近傍における天球上の角度を、投影後の天球図にもそのまま保存できるという性質を持っている。しかし、投影後の長

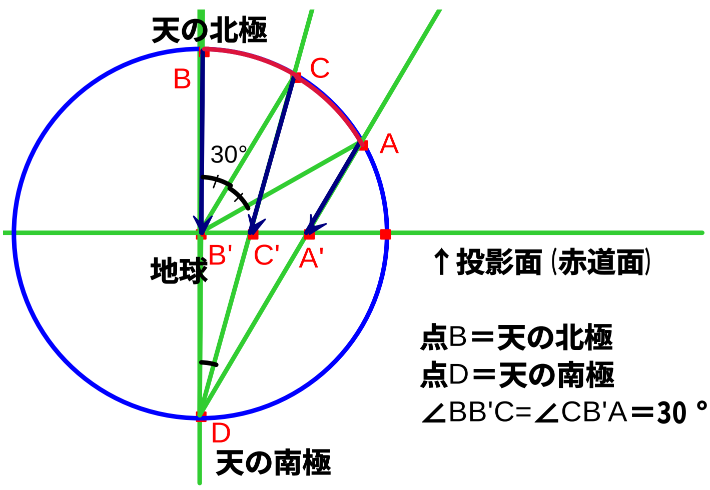


図２２　弧 AC=弧 CB だが、A’C’=C’B’

さ（の比）は、投影後の長さ（の比）とは異なってしまう（図２２）。このようなステレオ投影の性質を、生徒に数学を用いて確認してもらった。手順は以下のように行った。

最初に、ステレオ投影において投影前では同じ長さだったものが、投影後には同じでなくなってしまうことを、具体的な数値を代入・計算することで生徒に確認してもらった。

次に、ステレオ投影が、微小近傍内で角度を変えないことを、穴埋めの証明問題を解くことによって確認してもらった。（写真２３）

写真２３　証明の難易度が高いため、穴埋め形式でも問題が解けないのではと危惧したが、予想よりも遥かに正答率は高かった。

③ ステレオ投影の性質と『高度』

以上の、投影によって長さの比は変わるが、（微小範囲内での）角度を変えないといったステレオ投影の性質は、一時間目に学習した『高度』の二つの意味と比べてみると、星を観測するときに重要な『高度』である角度は、天球図上でも保たれているということ、逆に、星を観測するときに用いづらい『高度』である長さは、天球図上にはその比を保っていないということがわかる。これから、

・アストロラーベには同位角や三角形の相似等の幾何学を応用して天体観測をしたこと

・アストロラーベの製作に用いられているステレオ投影は、当時の天体観測の方法と調和している。

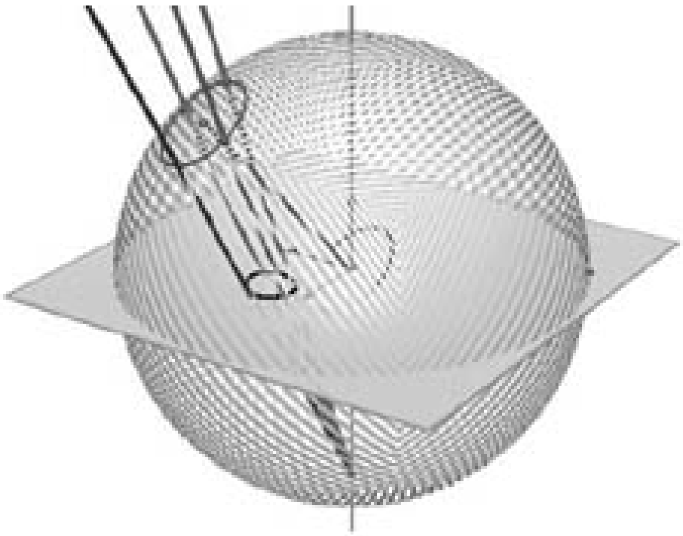


図２４　球面上の円は投影先でも円である。

ということを確認した。

最後に補足として、ステレオ投影のもう一つの特徴である「円を円に移す」ことを Cabri 3D により視覚的に確認し（図２４）、ステレオ投影の 3D イメージによる定着をはかった。以上が、3 時間の授業概要である。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究 (12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.132-147、2005年3月

６．考察

（１）課題１に対する議論

課題１：アストロラーベに関する原典解釈や道具操作による追体験により、生徒が「文化や社会生活において数学が果たしている役割」を理解できるか。

事前及び事後アンケートに、「数学を勉強して役に立つと思いますか」という質問を選択式（１：とてもそう思う、２：そう思う、３：まあまあ思う、４：あまり思わない、５：全く思わない）で行い、授業前の生徒の解答平均値に対し、授業後の解答平均値が減少していることが右側 5%t-検定を用いて以下のように確認できた。

μ_1：授業前の母平均、μ_2：授業後の母平均、有意水準 $\alpha=0.05$ とし、帰無仮説 H：$\mu_1=\mu_2$、対立仮説Ｋ：$\mu_1<\mu_2$（右片側検定）とする。

アンケートの結果による実現値は t=3.185.自由度は $\nu=151$、また、t-分布表より、

$$t_{0.05}(\infty) = 1.960 < t_{0.05}(151) < t_{0.05}(120) = 1.979$$

であるから、帰無仮説Ｈ：$\mu_1=\mu_2$は棄却される。

また、それと共に、「数学が役立つ/役立たない理由」を記述式で尋ねたところ、授業前では、「受験の主要教科」、「将来の仕事によっては」、「計算以外は必要ない」等といった、受験やテストあるいは就職のためといった理由が目立ったが、授業後の解答を見ると、「身近なことに役立つと思うから」、「時間や高度を測るのに使うことが出来るから」、「昔からこういうのがあるとわかり、歴史みたいのがわかった」等というように、数学を単に受験や就職のための道具として捉えるのではなく、数学そのものが昔から続く文化的なもの、社会生活において役立つものだという認識を生徒が得た様子が見受けられた。

（２）課題２に対する議論

課題２：『高度』という言葉に含まれる『角度』、『長さ』という２つの計量を認識し、アストロラーベにおいて、それらの計量がそれぞれの特徴にそって用いられていたことを理解できるか。

事前及び事後アンケートに、「『高度』という言葉はどういう意味かわかりますか？知っていれば『高度』の意味を下に書いてください。」という質問を行ったところ、事前アンケートでは１人も「角度・高さ（長さ）」といった両方の意味を答えることの出来た生徒がいなかったが、事後アンケートでは、全体の約 80%が両方の意味を答えることが出来ていた。この変化を右側 5%t-検定により検定したところ、以下のように事後の母集団が事前の母集団

よりも生徒の理解している割合が上昇していることが確認できた。記述内に『角度』と『角度』の両方の意味が書いてあった生徒には「1」、それ以外（無回答含む）には「0」を割り当てて、授業前後それぞれによる生徒達の平均差に対し検定を行った。

μ_1：授業前の母平均、μ_2：授業後の母平均、有意水準 $\alpha=0.05$ とし、帰無仮説 H：$\mu_1=\mu_2$、対立仮説K：$\mu_1<\mu_2$（右片側検定）とする。

アンケートの結果による実現値は $t=16.80$.自由度は $\nu=72$、また、t-分布表より、

$$t_{0.05}(80)=1.664<t_{0.05}(72)<t_{0.05}(60)=1.671$$

であるから、帰無仮説H：$\mu_1=\mu_2$は棄却される。

また、事後アンケートに「角度はどのような場面で用いられていますか？また、そのことを授業以前に知っていましたか？」という質問を行ったところ、授業以前に角度が用いられる場面を知っていた生徒は 13%であったのに対し、事後では約 60%の生徒が、「太陽や星のようにその地点までの長さを測ることの出来ない場面」等といった解答を行うことが出来た。この変化を右側 5%t－検定により検定したところ、以下のように事後の母集団が事前の母集団よりも生徒の理解している割合が上昇していることが確認できた。

「角度はどのような場面で用いられますか」という質問を記述式で行い、『基準の長さを測れない時』、『はるか遠いものを測るとき』といった解答には「1」を対応させ、それ以外（未回答を含む）には「0」を対応させる、また、「そのことを授業以前に知っていたましたか」という質問を選択式（はい/いいえ）で行い、『はい』には「1」を、『いいえ』には「0」を対応させる。そして、前者の平均値と後者の平均値を検定し、前者の平均値の方が後者の平均値より統計的に有意に上回っていることを右側 5%t-検定により確認する。

μ_1：授業前の母平均、μ_2：授業後の母平均、有意水準 $\alpha=0.05$ とし、帰無仮説 H：$\mu_1=\mu_2$、対立仮説K：$\mu_1<\mu_2$（右片側検定）とする。

アンケートの結果による実現値は $t=6.561$.自由度は $\nu=131$、また、t-分布表より、

$t_{0.05}(\infty)=1.960<t_{0.05}(131)<t_{0.05}(120)=1.979$ であるから、帰無仮説H：$\mu_1=\mu_2$は棄却される。

以上より、生徒が『角度』･『長さ』といった２つの数学的な計量を相互比較し、それらの特徴の理解を深めていることが確認できた。

これらの結果から、上述の２つの課題は共に達成されたことが確認された。

７．おわりに

本研究では、アストロラーベに関する道具･原典解釈を教材とすることにより、

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究 (12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.132-147、2005年3月

生徒が自ら観察・操作といったものを含む数学的活動を行う授業実践を行った。その結果として、生徒が数学の役割というものを授業以前より認識することが統計上確認できた。また、アストロラーベを通して『高度』という言葉とその意味を学習し、生徒が『角度』と『長さ』を同じ計量という土台で比べ、互いの性質を学習することができたことも示された。

今回の反省点として、アストロラーベによる『高度』測定の他に、ステレオ投影による応用までをも 3 時間の授業に盛り込んでしまったことで、内容の過多・不明瞭が挙げられる。今後の課題としては、内容を精選すると同時に、各授業内容の繋がりを明確にしていきたい。

謝辞

授業研究の実施に際し、埼玉県立春日部高等学校数学科の早乙女勤先生、片野秀樹先生をはじめとする先生方には大変貴重なご意見ご協力をいただきました。この場を借りて厚くお礼申し上げます。また、アストロラーベのハンズオン教具化においてご厚意を頂きました財団法人横浜市青少年科学普及協会の遠山御幸様、出雲晶子様に感謝申し上げます。

注)

本研究は、平成 16 年度科学研究費、特定領域研究(2)課題番号 15020214「数学用機械と JAVA による移動・変換と関数・微分ハンズオン教材の WEB 化研究」(代表研究者礒田正美)において開発された歴史的道具を前提にして、平成 16 年度科学研究費、基盤研究(B)(2)課題番号 14380055「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・指導法開発研究」(研究代表者礒田正美)の一環として行われた。

引用・参考文献

(1)文部省(1999).*高等学校学習指導要領*.東京:財務省印刷局.
(2)文部省(1999).*高等学校学習指導要領解説数学編理数編*.東京:実教出版
(3)礒田正美(2001).異文化体験から見た数学の文化的視野の覚醒に関する一考察ー隠れた文化としての数学間の意識化と変容を求めてー.*筑波数学教育研究*.20.P.1-10
(4)礒田正美(2002b)解釈学からみた数学的活動論の展開.*筑波数学教育研究*.21.P.1-10
(5)礒田正美(2003).なぜ道具を数学教育で活用する必要があるのか:道具を使ってこそ学べる数学の教育的価値を明かすためのパースペクティブ.*日本数学教育学会.第 36 回数学教育論文発表会「課題別分科会」発表集録*.P.246-249
(6)国立教育政策研究所教育課程研修センター(2003).*小中学校教育課程実施状況報告書ー中学校数学ー*.ぎょうせい.
(7)清水静海(2004).算数・数学の学習に対する児童・生徒のニーズ傾向に関する

研究.平成 13 年度～15 年度科学研究費補助金研究成果報告書 p.9

(8)本福陽一(2004).道具を用いた数学的活動による実践研究ー計算尺を題材としてー.「確かな学力」の育成と道具を用いた数学教育.中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究,11.p.97-110

(9)プトレマイオス(1982).*アルマゲスト*.薮内清訳.恒星社厚生閣.P.5－12

(10)プトレマイオス(1986).*プトレマイオス地理学*.中務哲郎訳.東海大学出版会.P95

(11)Geoffrey Chaucer(1967).*A treatise on the astrolabe*. ed. from the earliest mss. by Walter W. Skeat. Johnson Reprint,(Chaucer Society publications : Series 1:29).

(12)ピーター・ウイットフィールド(1997).*天球図の歴史 :人は星空をどのようにイメージしてきたか*.樺山紘一監修，有光秀行訳．ミュージアム図書，P.36－132

(13)杉田英明.(1993).*事物の声絵画の詩:アラブ・ペルシア文学とイスラム美術*.平凡社, P.18-71

(14) H.-C.フライエスレーベン(1983).*航海術の歴史*.坂本賢三訳．岩波書店, P.35-136

(15)小坂和夫(1982).*教程地図編集と投影*. 山海堂, P.103-108

(16)伊東俊太郎(1978). *近代科学の源流*. 中央公論社(自然選書).

(17) D.R. Dicks(1960).*The geographical fragments of Hipparchus*..University of London, Athlone Press, (University of London classical studies:1).

(18)Klaydioy Ptolemaioy(1988). *Klaydioy Ptolemaioy mathematiki syntaxis*, T. 1er. traduite pour la premiere fois du grec en francais, sur les manuscrits originaux de la Bibliothequ e imperiale de Paris, par Halma/et suivie des notes de Delambre. Bergeret,P.7-17

Web reference

(19) アストロラーベを作ろう(横浜こども科学館ホームページ内).http://astro.ysc.go.jp/izumo/alabe.html