

授業資料

～セクターと比例(1日目)～

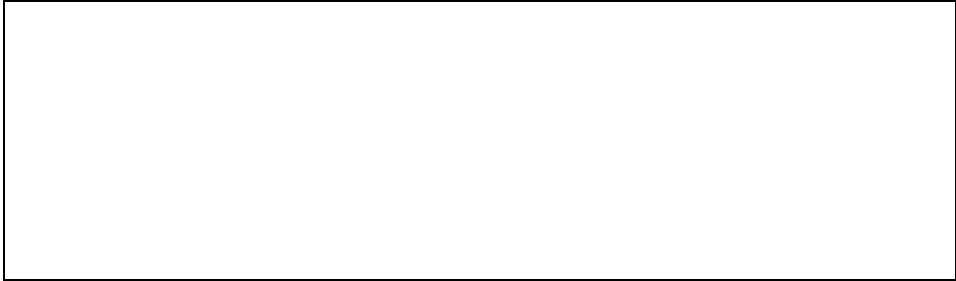


授業者：堀内 大介
(筑波大学大学院修士課程
教育研究科1年)

2年 組 番
氏名：

0 . はじめに

表紙の絵は 1624 年に出版された「The description and vse of the sector,the cross-staffe, and other instruments」という本の口絵です。この絵に描かれている左上の人は一体なにをしているところでしょうか？また手に持っている道具は何をするためのもののでしょうか？



今日から 3 回の授業で取り上げる数学の道具は表紙の絵で左上の人が持っている道具です。これはガンターが作ったセクターという道具で、主に航海術における計算に使用されていました。

1 . 人物紹介

エドモンド・ガンター(Edmund Gunter, 1581 - 1626)

- ・ イギリスの Hertfortshire 生まれ
- ・ 1619 年グラスハム大学の天文学教授になる

2 . セクターが発明された時代背景

この道具が発明された頃はティコ・ブラーヘが惑星を観測し、そのデータを基にケプラーが惑星の運動に関する法則を発見したり、マゼランが地球一周航海に成功するなどの新しい宇宙観や世界観が作られた時代であった。

しかしこういった発展に比例して観測結果などの数値計算がとても面倒になった。さらに紙と鉛筆を使って地道に手で計算していたために、桁が多くなったこの時代には答えが出るまでに時間がかかるようになった。

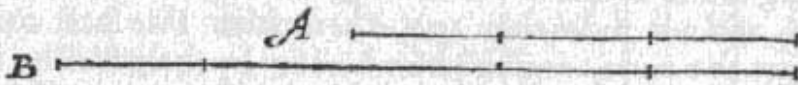
値を線分の大きさとして捉えることで、大まかな値をわかればよいという考えのもとでセクターは発明された。

実際に使ってみよう

3 . line of Lines の使い方

2. To increase a line in a given proportion.
3. To diminish a line in a given proportion.

TAKE the line given with a paire of compasses, and open the *Sector*, so as the feete of the compasses may stand in the points of the number given, then keeping the *Sector* at this angle, the parallell distance of the points of the number required, shall give the line required.



Let *A*, be a line given to be increased in the proportion of 3 to 5. First I take the line *A*, with the compasses, and open the *Sector* till I may put it over in the points of 3 and 3, so the parallell betwene the points of 5 & 5, doth give me the line *B*, which was required.

In like manner, if *B*, be a line given to be diminished in the proportion of 5 to 3, I take the line *B* & to it open the *Sector* in the points of 5, so the parallell betwene the points of 3, doth give me the line *A*, which was required.

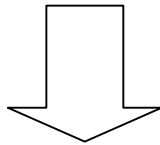
If this manner of worke doth not suffice, we may multiply or divide the numbers given by 1, or 2, or 3, &c. And so worke by their numbers *equimultiples*, as for 3 and 5, wee may open the *Sector* in 6 and 10, or else in 9 and 15, or else in 12 and 20, or in 15 and 25, or in 18 and 30. &c.

(和訳)

与えられた比で線分を拡大・縮小する

コンパスで与えられた線分を測り、そしてコンパスを与えられた数字のところでセクターを開きなさい。その角度を保ったまま、求める比の点での距離を測りなさい。それが求める線分である。

(図は省略)



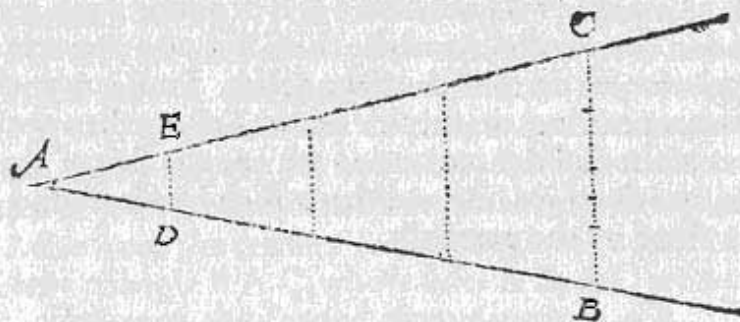
なぜこのような方法で線分の拡大や縮小ができるのだろうか？

4. セクターの原理

ここでは原典を基にセクターの原理を証明します。

6 To shew the ground of the Sector.

Let AB , AC , represent the leggs of the *Sector*: then severing these two AB , AC , are equall, and their sections AD , AE , also equall, they shall be cut proportionally: and if we draw the lines BC , DE , they will be parallell by the second Pro. 6 lib. of *Euclid*, and so the Triangles ABC , ADE , shalbe equiangle; by reason of the common angle at A , and the equall angles at the base, and therefore shall haue the sides proportionall about those equall angles, by the 4 Pro. 6 lib. of *Euclid*.



The side AD , shalbe to the side AB , as the basis DE , vnto the parallell basis BC , and by conuersion AB , shall be vnto AD , as BC , vnto DE : and by permutation AD , shall be vnto DE , as AB , to BC . &c. So that if AD , be the fourth part of the side AB , then DE , shall also be the fourth part of his parallell basis BC . The like reason holdeth in all other sections.

(和訳)

直線 AB と AC はセクターの両脚を表す。線分 AB, AC は長さが等しく切られ、それらの部分の AD, AE もまた等しく切られたとき、ある比で切られている。線分 BC, DE を引くと、Euclid 原論の第 6 巻系 2 により BC と DE は平行になるだろう。そして三角形 ABC, ADE が等角三角形になるだろう。その理由は共通の A を持ち、そして底角が等しいからである。それゆえ、Euclid 原論の第 6 巻系 4 により、これら等しい角に対する辺の比も等しくなる。

(図は省略)

(証明)

条件より $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $AD = \underline{\hspace{2cm}}$

三角形の 2 辺が比例するように分けられるならば、区分点を結ぶ直線は三角形の残りの 1 辺に平行になるから、

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ において

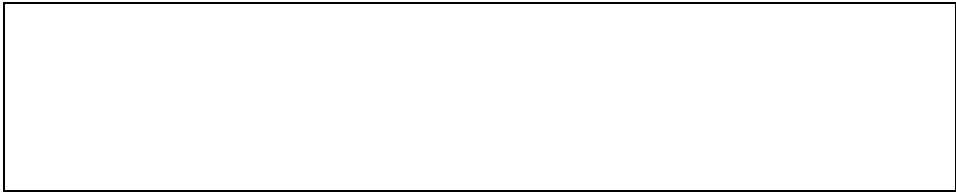
互いに角を等しくする二つの三角形の等しい角をはさむ辺は比例するから

$$\begin{array}{ccc} \underline{\hspace{2cm}} & : & \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} & : & \underline{\hspace{2cm}} \end{array} = \begin{array}{ccc} \underline{\hspace{2cm}} & : & \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} & : & \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

(証明終わり)

つまりセクターの原理には $\underline{\hspace{2cm}}$ が利用されている。

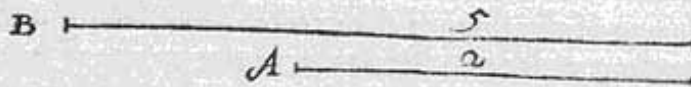
他の目盛りは何に使えるのだろうか？想像してみよう。



5 . line of Superficies の使用例

- 2 To augment a Superficies in a given Proportion.
- 3 To diminish a Superficies in a given Proportion.

TAKE the side of the *Superficies*, and to it open the *Sector* in the points of the numbers given ; then keeping the *Sector* at that angle, the parallell distance between the points of the number required, shall give the like side of the *Superficies* required.



Let A be the side of a Square to be augmented in the proportion of 2 to 5. First I take the side A , and put it over in the lines of *Superficies*, in 2 and 2; so the parallel between 5 and 5, doth give me the side B , on which if I should make a Square, it would haue such proportion to the square of A , as 5 vnto 2.

In like maner if B were the semidiameter of a circle to be diminished in the proportion of 5 vnto 2, I would take out B , and put it ouer in the lines of *Superficies*, in 5 and 5; so the parallell between 2 and 2, would giue me A ; on which Semidiameter if I should make a circle, it would be lesse then the circle made vpon the Semidiameter B , in such proportion as 2 is lesse then 5.

For varietie of worke the like caution may be here obserued to that which we gaue in the third *Prop.* of *Lines*.

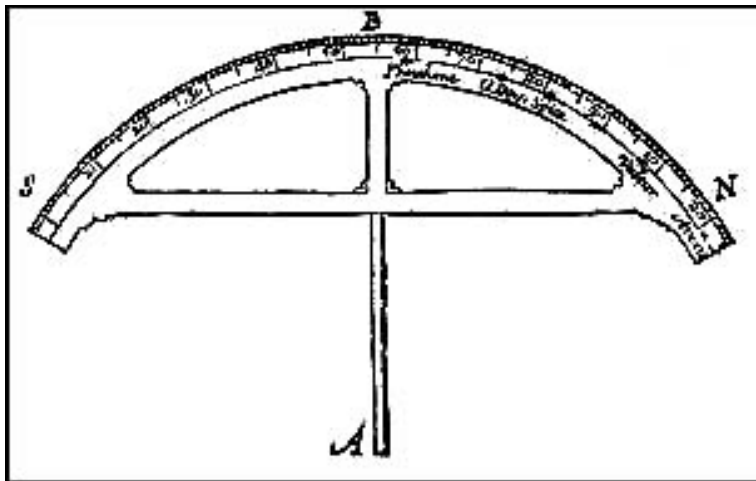
(和訳)

表面の辺を測って、与えられた数字の点でセクターを広げなさい。その角度を保ったまま求めたい数字の点での長さを測りなさい。それが求めたい表面の辺になる。

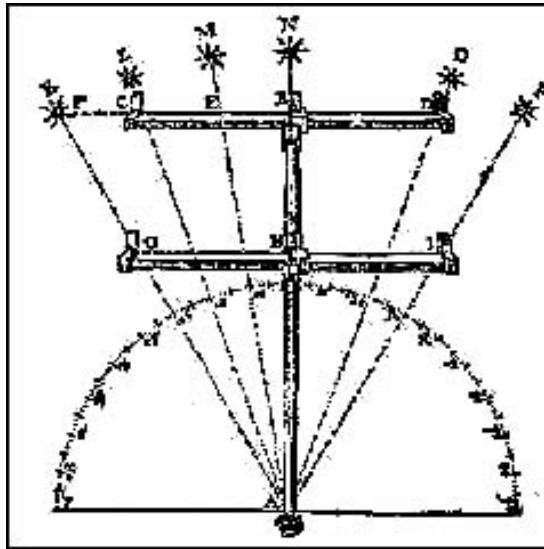
(図は省略)

この方法でセクターを操作するとなぜ平方根の作図が可能になるのか考えてみよう。(答えは明日の授業で確かめます。)

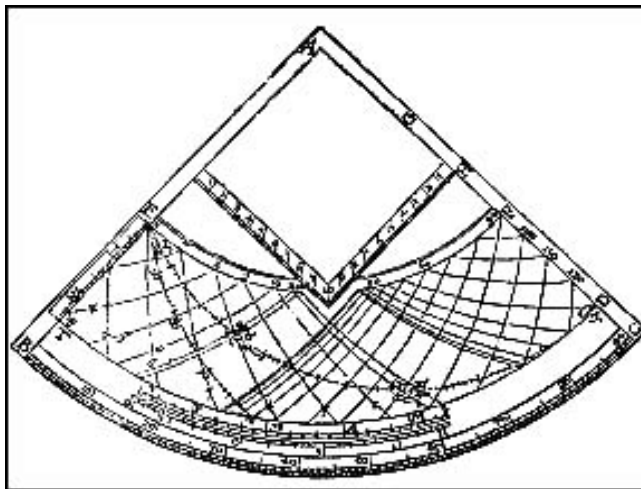
6 . (補足)表紙の絵について



表紙の左下の人を持っている道具は Cross-Bow と呼ばれるものです。これは海上で使用され、その地点での緯度を測ることで月日を特定する道具です。S は South、N は North を意味しています。



表紙の右上の人が持っている道具はCross-Staffと呼ばれる道具です。これは太陽の高度や星の間の高度角を測ることができました。



表紙の右下の人が持っている道具は四分儀もしくは Quadrant と呼ばれる道具で、天体高度や山や建物などの高さを測ることができました。