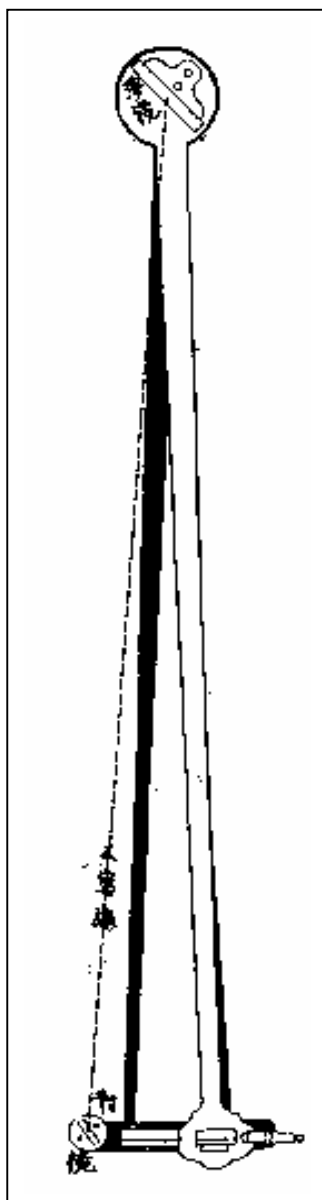


授業資料

日本の測量における六分儀



授業者：筑波大学大学院修士課程 教育研究科教科教育専攻数学教育コース 1 年

今居利彦

0. 前回の内容

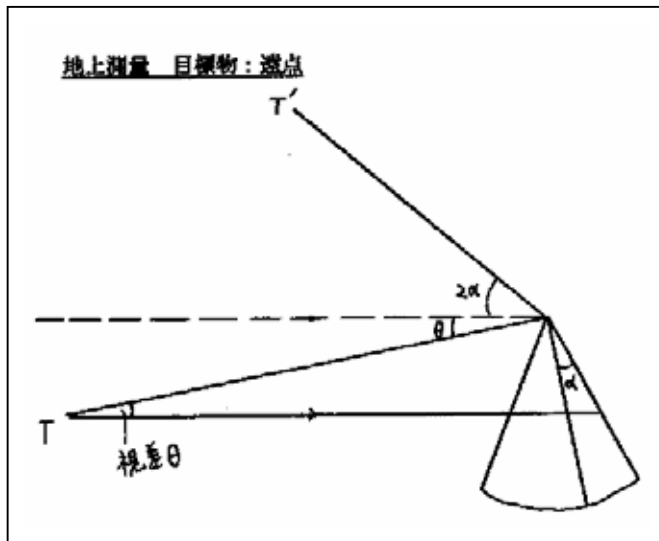
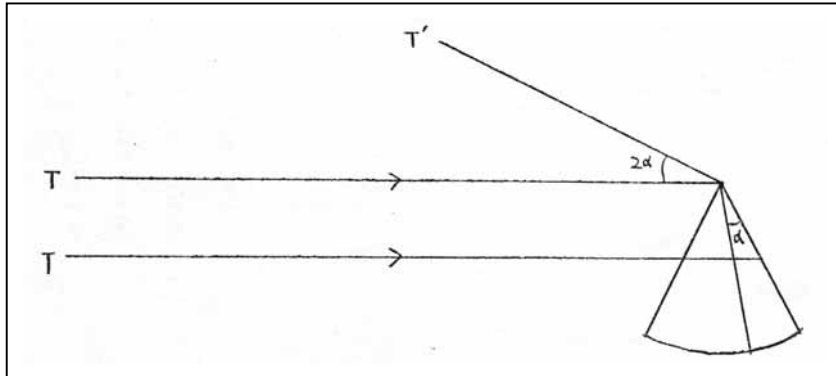
- ・「八線表」と呼ばれる幕末版三角関数があった。
- ・六分儀を用いて、実際に高さを測ってみた。

1. ビデオで高さを確認してみよう

2. 視差について

地上測量に用いる場合、視差が生じる

目標物：無限遠点(太陽などの天体)



六分儀で読んだ角度： 2α
2点間の実際の角度： $2\alpha + \theta$
目標物が十分遠い場合は、
は非常に小さいので無視。
即ち、 $2\alpha \approx 2\alpha + \theta$
しかし、目標物が近い場合、
は無視できない。
元々そういう装置ではないので
近い目標物の角度を測るのには
向かない。

地上測量する場合、視差が現れるので要鏡と対鏡が平行のままだと像が一致しない。像が一致しないと角度を測り始める基準にならない。対鏡を調整するのはこのためである。

ここまでを振り返って、六分儀が恐らく鎖国という特殊事情のもとで、日本では本来の使用法から外れて簡便な測量器具として変容していったということはみていけた。更に、この書(『六分圓器量地手引草』)には六分儀をより発展させた「新製写角簡儀」という装置が載せてある。これはどんな道具なのか見ていこう。

3. 写角簡儀

書き下し文

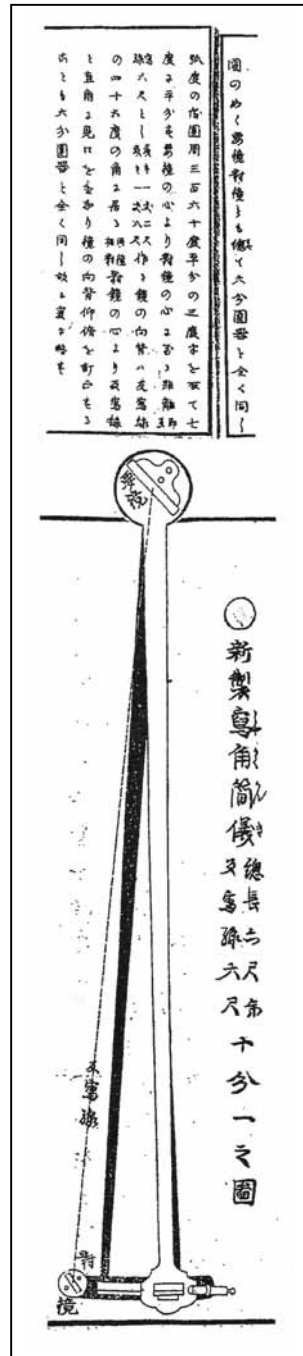
新製寫角簡儀 總長六尺余 寫鏡六尺 十分一之圖

図の如く要鏡對鏡とも總て六分圓器と全く同じ弧度の 圓周三百六十度平分の三度半を取て七度すべに平分す要鏡の心より對鏡の心に至る距離即反 六尺とし 一丈二尺 一丈八尺 作る鏡の向背八反寫線はんしやの四十五度の角に居る兩鏡相對對鏡の心より反寫線と直角に見口を直たり鏡の向背仰俯を訂正することも六分圓器と全く同じ故に爰こゝに略す

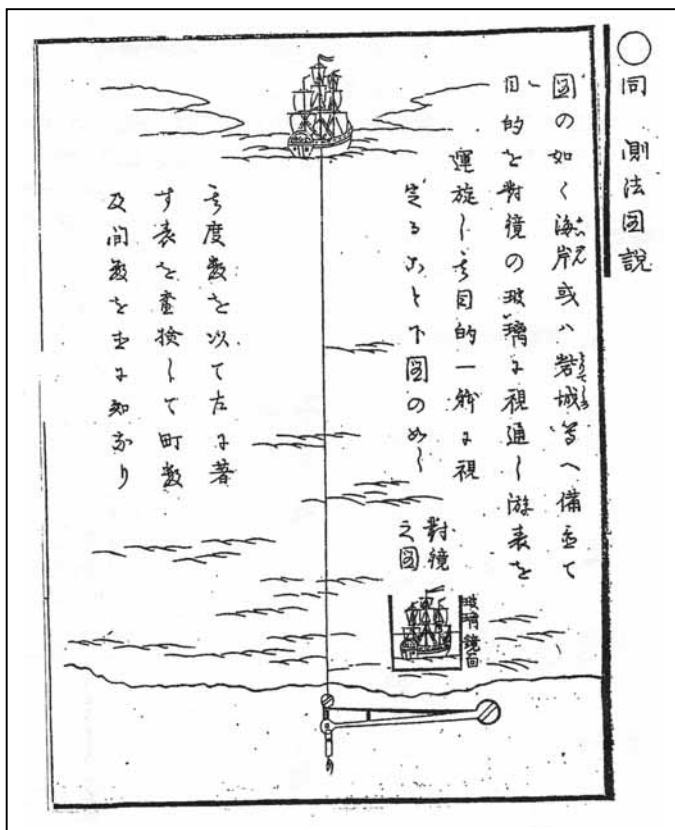
現代語訳

新製写角簡儀 總長六尺余 反射線六尺 十分一の図

図のように要鏡對鏡とも總て六分儀と全く同じである。(目盛が刻まれた弧度は円周三百六十度分の三度半を取る。(即ち七度まで測れる。)) 要鏡の中心までの距離即ち反射線の長さを六尺として作る。(またはその二倍の一丈二尺、三倍一丈八尺の物もあつたという。) 對鏡の向きは反射線に対して四十五度の角におく。對鏡の中心より反射線と直角に見口を見る。鏡の調整も六分儀と同じなので省略する。



○同 測法図説



書き下し文

○同 測法図法

図の如く海岸或ハ城郭等へ備えて
 目的を對鏡の玻璃に視通し遊表を
 運旋し 目的一体に視
 定ること下図の如し
 度数を以て左に著
 す表を査検して町数
 及間数を直に知なり

現代語訳

同 測法図説

図の如く海岸或いは砦や城を目的とし、それを対鏡の透明ガラス越しに見通し遊表を回して、目的が一体に見定まるようにする。下図のように見えている。(その測り得た)度数で左に著した表を査検して町数及び間数を直に知る。

写角簡儀 表

写角簡儀 表		測得角度 目的距離		測得角度 目的距離		
三度二十分	二十四間〇九重	〇度〇〇	一十〇間	五度一十分	一町四十五間二分三重	
三度一十分	二十二間五分六重	〇度二十分	一十〇間六分二重	五度一十五分	二町四間三分九重	
三度〇〇	二十一間一分二重	〇度四十分	一十一間三分三重	五度二十分	二町三十一間八分七重	
二度四十分	一十八間八分一重	一度〇〇	一十二間一分四重	五度二十五分	三町一十四間九分三重	
二度三十分	一十六間九分五重	一度一十分	一十三間〇六重	五度三十分	三町二十九間六分五重	
二度二十分	一十五間四分二重	一度二十分	一十四間一分四重	五度三十五分	三町三十九間八分七重	
二度一十分	一十四間九分五重	二度〇〇	一十五間四分二重	五度四十分	三町五十四間九分	
二度〇〇	一十三間〇六重	三度一十分	一十二間五分六重	五度四十分	四町一十二間一分四重	
一度四十分	一十一間三分三重	三度二十分	一十一間五分六重	五度四十分	四町三十二間九分三重	
一度三十分	一十間八分一重	三度三十分	一十間五分六重	五度四十分	四町五十五間七分二重	
一度二十分	一十間三分三重	三度四十分	一十間五分六重	五度四十分	五町八間七分二重	
一度一十分	九間八分一重	三度五十分	一十間五分六重	五度四十分	五町二十二間八分九重	
一度〇〇	八間三分三重	四度〇〇	九間五分六重	五度四十分	五度三十三分	五町三十九間一分八重
〇度四十分	七間八分一重	四度一十分	八間五分六重	五度三十分	五度三十三分	五町五十六間七分九重
〇度三十分	七間三分三重	四度二十分	八間五分六重	五度二十分	五度三十三分	六町一十六間三分二重
〇度二十分	六間八分一重	四度三十分	七間五分六重	五度一十分	五度三十三分	六町三十八間一分二重
〇度一十分	六間三分三重	四度四十分	七間五分六重	五度〇〇	五度三十三分	六町五十八間一分二重
〇度〇〇	五間八分一重	四度五十分	六間五分六重	四度五十分	五度三十三分	七町 二間五分八重
一度一十分	五間三分三重	五度〇〇	六間五分六重	四度四十分	五度三十三分	七町三十間二分七重
一度二十分	五間八分一重	五度一十分	五間五分六重	四度三十分	五度三十三分	八町 一前八分一重
一度三十分	四間八分一重	五度二十分	五間五分六重	四度二十分	五度三十三分	八町二十八間一分四重
一度四十分	四間三分三重	五度三十分	五間五分六重	四度一十分	五度三十三分	九町一十九間一分四重
二度〇〇	三間八分一重	五度四十分	五間五分六重	四度〇〇	五度三十三分	十町十間一分一重
二度一十分	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	三度五十分	五度三十三分	十町九間五分二重
二度二十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重	三度四十分	五度三十三分	十一町九間五分二重
二度三十分	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	三度三十分	五度三十三分	
二度四十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重	三度二十分	五度三十三分	
三度〇〇	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	三度一十分	五度三十三分	
三度一十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重	三度〇〇	五度三十三分	
三度二十分	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	二度四十分	五度三十三分	
三度三十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重	二度三十分	五度三十三分	
三度四十分	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	二度二十分	五度三十三分	
三度五十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重	二度一十分	五度三十三分	
四度〇〇	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	二度〇〇	五度三十三分	
四度一十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重	一度四十分	五度三十三分	
四度二十分	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	一度三十分	五度三十三分	
四度三十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重	一度二十分	五度三十三分	
四度四十分	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	一度一十分	五度三十三分	
四度五十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重	一度〇〇	五度三十三分	
五度〇〇	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	〇度四十分	五度三十三分	
五度一十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重	〇度三十分	五度三十三分	
五度二十分	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	〇度二十分	五度三十三分	
五度三十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重	〇度一十分	五度三十三分	
五度四十分	三間三分三重	五度五十分	五間五分六重	〇度〇〇	五度三十三分	
五度五十分	三間八分一重	五度五十分	五間五分六重		五度三十三分	

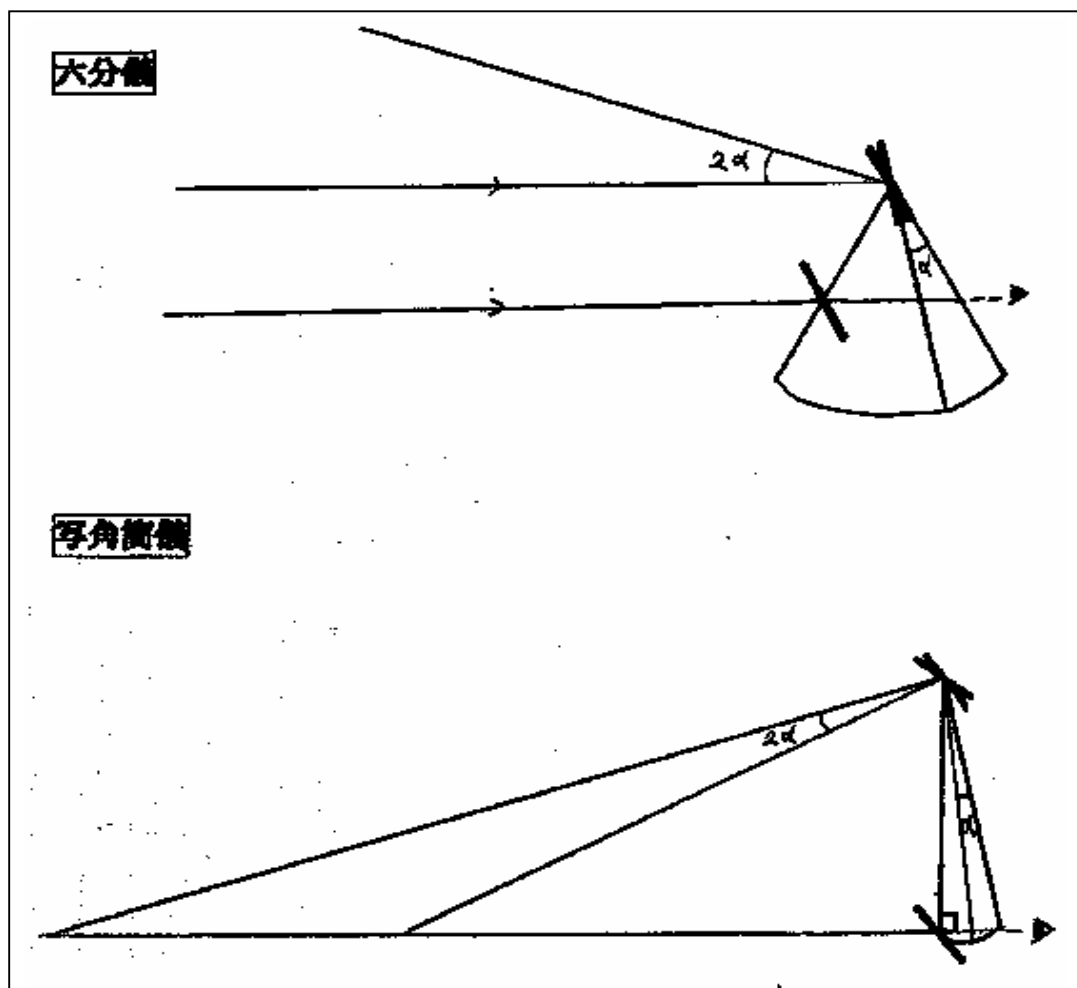
更に使用法を詳しく言うと、まず距離 10 間の距離に立てた^{さお}棹をこの装置で狙う。

(視準部には小型望遠鏡を備えている。) この時、指度^{かん}桿の目盛を零度に合わせ
 おく。そして固定鏡と指度鏡とにおける棹の像が一致するように固定鏡の向きを
 微調整する。10 間より遠い目標に対しては、視差のために両像が一致する目盛は
 零度ではない。器械の長さは 6 尺(= 1 間)にしてあるから、この角度と距離の關係
 を予め計算で表にしておき、測定角度からこの表を用いて距離を求めた。即ち写
 角簡儀は距離計である。

cf) 1 尺 = 約 30cm

ではどのようにしてこの表を作ったのだろう。

書かれてあることと六分儀の原理から考えてみよう。

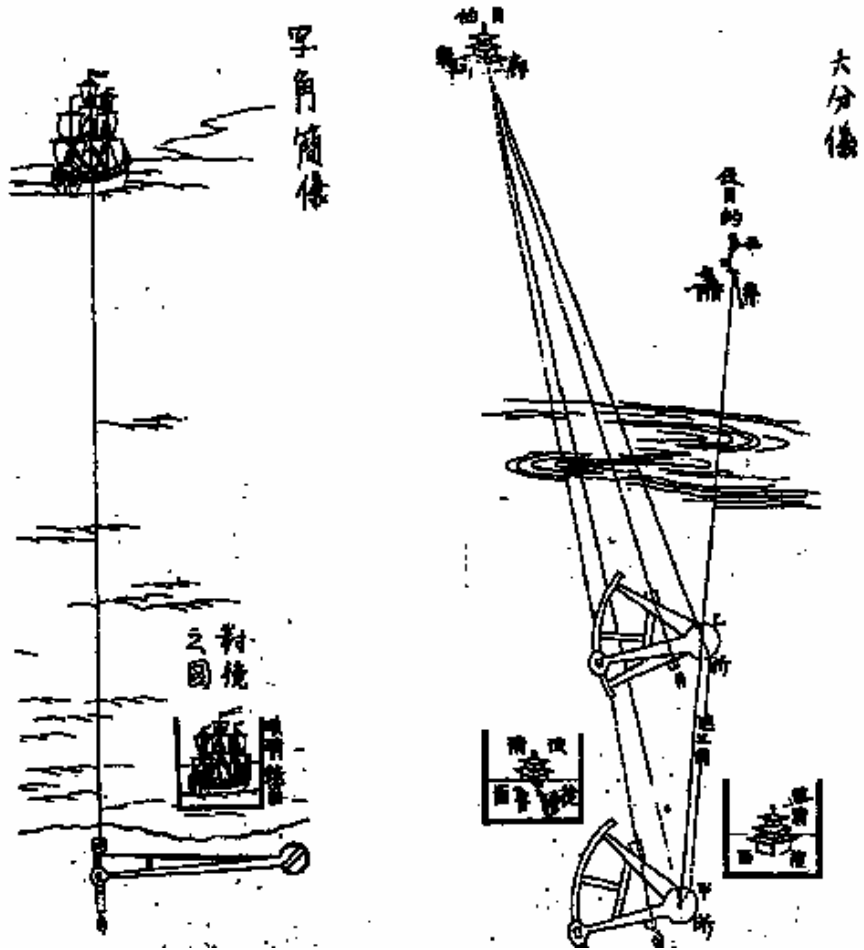


測得角度 4 度の時、対応する目的距離を読むと 33 間 5 分であるが、
この距離 33 間 5 分はどのようにして出すのか。
これを示そう。

図

このようにして予め表を作っておいた。

ではこの写角筒儀、通常の六分儀と比べてどうでしょうか。



- ・ 表を見ていくと最も遠距離の表値は 11 町 9 間 5 分 2 厘(約 1200m)で、対応する角度は 5 度 37.5 分になっている。
- ・ この装置が実際にどのように使用されたかは不明だが、図から読み取れるように、地上の測量が目的ではなく、恐らく海上にある外国船を砲撃するための一種の軍事技術という色彩が強い。1853 年(嘉永六年)春、ペリーが来航した。この書が書かれたのは嘉永六年秋でありこのことからこの頃の時勢が現れているように思われる。
- ・ 写角簡儀は、2 つの窓から入った光線で合わせる距離計連動カメラの原理と同様である。

まとめ

- 1 日目...六分儀について 日本では測量に使用され、三角比(対辺対角法)を用いた
- 2 日目...八線表、対辺対角法、正角法を用いて実際に高さを測った
- 3 日目...六分儀を更に発展させた写角簡儀という装置があった。

六分儀を知っていた人も知らなかった人も六分儀を少しだけ詳しく知ってみて面白いと感じていただけたでしょうか。江戸時代の日本では六分儀が本来の使用法から外れ簡便な測量器具として変容していきました。具体的にどう使用されたのかを第一測法や第三測法を読み実際に行い、当時の人々の考え方を知り、そこで使われた数学が今現在私たちが学ぶ数学とどこが似ていてどこが違うのかなど感じ取っていただければ幸いです。

現在もほとんど形を同じくして残り、今尚引き付けてくれる魅力溢れる六分儀。この変な道具ひとつを知ることによって数学への興味を少しでも持って欲しい、今まで数学で味わってきた感動とはまた違った感動を少しでも味わって欲しいと思いました。

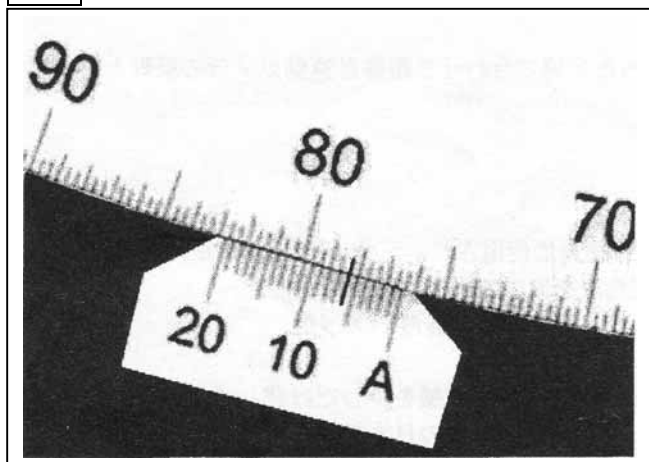
3 時間、授業を聞いてくださって、本当にありがとうございました。

補足1 **バーニア副尺...指度捍の先にある小さな目盛(副尺)のこと**

既に述べたように、六分儀の最も本質的な部分は、2点からの光路を1つに重ねて、船が動揺しても精度良く2点の相対角距離を測定できることだった。もうひとつの重要な要素としてバーニア副尺の採用がある。

1631年 ピエール・バーニアが発明

読み方



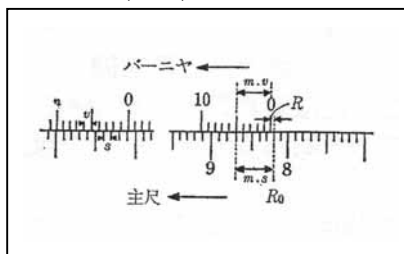
バーニアのAは $76^\circ 20'$ と $76^\circ 40'$ の間にある。
バーニアの6番目の目盛が主尺の目盛と一致している。

求める角度は $76^\circ 26'$ である。

数学的解説

バーニアの n 目盛が主尺の $(n - 1)$ 目盛になるようにとる。即ち、 $nV = (n - 1)S$

- S:主尺の最小1目盛の大きさ
- V:バーニアの最小1目盛の大きさ
- n:バーニアの目盛総数
- m:主尺とバーニアの一致点までのバーニアの目盛



$$S - V = S - \frac{n-1}{n} S = \frac{S}{n}, \quad R = R_0 + m(S - V) = R_0 + \frac{mS}{n}$$

上記の例の場合、主尺19目盛に対して、バーニア20目盛となるようにバーニアの目盛を取ってある。
 $n=20$, $m=6$ である。

$$S - V = \frac{S}{n} \text{ で } n=20 \text{ より主尺の最小目盛 } S \text{ の } \frac{1}{20} \text{ の精度で得られる。}$$

バーニア副尺は、主尺の最小目盛以下の端数を、主尺と副尺の目盛りが一致した箇所を知ることによって、迅速かつ正確に読み取ることができ、優れており普及した。このために六分儀は軽量で小型化可能になり、かつ角度1分から30秒まで(上記の場合1分まで)の測定精度が得られたのである。

補足 2

(前回の第三測法の別解 1)

ガリレオ『Le Operazioni del Compasso Gemetirico et Militare』に載っている解法)

甲所 = A 地点、乙所 = B 地点、丙所 = C 地点、戊所 = D 地点、AB 間の距離を l 、A 地点と B 地点の仰角をそれぞれ α 、 β とおく。

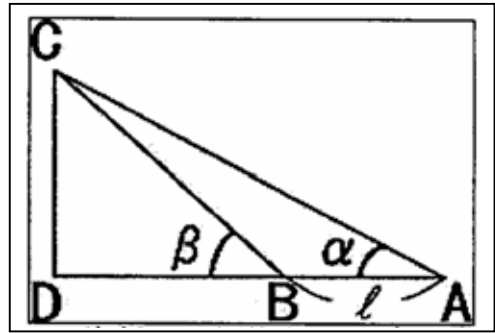
$h = CD$ 、 $x = BD$ とすると、

$$h = (x+l)\tan \alpha \quad \dots$$

$$h = x \tan \beta \quad \dots$$

より h と x の連立方程式を解く。

$$x = \frac{l \tan \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha} \text{ を出して、 } h \text{ に代入すると}$$



$$h = \frac{l \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha} \text{ となる。これに目線までの高さを加えて、目的の高さが得られる。}$$

(別解 2 福田理軒『測量集成』に載っている解法)

$$\tan \beta = \frac{CD}{AD}, \quad \tan \alpha = \frac{CD}{BD} \text{ より } AD = \frac{CD}{\tan \beta} \dots, \quad BD = \frac{CD}{\tan \alpha} \dots$$

$$\therefore \text{より } AB = l = CD \left(\frac{1}{\tan \beta} - \frac{1}{\tan \alpha} \right) = CD (\cot \beta - \cot \alpha)$$

$$CD = \frac{l}{\cot \beta - \cot \alpha} \quad \text{これに目線までの高さを加えて、目的の高さが得られる。}$$

cf) $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$ であり、余切のこと。

当時の日本では未知数を文字で置くという方法はあまり普及していなかった。

この場合、 $l = 5$ 、 $\alpha = 16^\circ 10'$ 、 $\beta = 22^\circ$ である。