

解釈学的営みによる生徒の数学観の変容

- 日時計の影の扱いにみる古代の宇宙観 -

筑波大学大学院修士課程教育研究科
松崎大輔

章構成	要約
1、はじめに	本研究では、古代中国、古代ギリシアの宇宙観を構成するために用いられた日時計の使用法の中にひそむ数学を教材化し、原典解釈、追体験を通じた授業を実践した。これにより社会生活において数学が果たしている役割や、生徒が数学を学ぶ意義を見出し、数学に対する興味・関心を持つことができるか否かを考察した。 その結果、当時の道具や、その模型を用い、頭と手を使って考える作業を行うことが有効であることが考察できた。
2、研究目的・研究意図	
3、日時計の教材化	
4、教材の数学的解説	
5、日時計を題材とした授業概要	
6、議論	
7、おわりに	

キーワード：

日時計（髀）、宇宙観、原典解釈、解釈学的営み、追体験

1. はじめに

高等学校学習指導要領解説(1999)では「数学の学習がすべての生徒に必要なとはいえず、高等学校では、数学に興味・関心等をもたない生徒が少なからずいることも事実である。」(p.21)と生徒の数学に対する興味・関心の低さを問題視している。この問題を受け、「数学を学習する意義、数学的な見方や考え方のよさ、数学の美しさ、文化や社会生活において数学が果たしている役割などを理解させることにより、数学への興味・関心をもたせ、学習への意欲を高めること」(1999,p.21)を今回の学習指導要領改訂の趣旨として挙げている。

本研究では、「文化や社会生活において数学が果たしている役割」に着目し、数学史上の原典を用いて、古代の文化と現在の文化の違いを知るとともに、原典の中に書かれた数学を解釈することをテーマとした授業を提案する。そして、それを通し、生徒の数学に対する興味・関心を高めることができるかどうかを考察する。

磯田(2002)は、「他者の立場を想定」し、「他者へ共感」するとともに「他者の考えを鏡に自らの考えを明らか」にする数学的活動を「解釈学的営み」という言葉で表現し、提案

している。具体的な活動例としては、「実際の歴史上の原典を開き、その原典を記した人の立場や考え方を想定し、その人に心情を重ねて解釈すると、今、自分たちの学ぶ数学が、異なる、時代・文化背景に生きた人々によって、まるで異なる時代様式で研究され、表現されていたことが体験できる。」と、歴史上の原典を解釈する活動を挙げ、奨励している。

このことから、筆者は、歴史上の原典『周髀算経』、『アルマゲスト』、『*De Motu circulari corporum caelestium* (エラトステネスの地球の測定)』などから古代の宇宙観の解釈をする授業を行う。そして、これらの原典を書いた人の考え・文化(古代中国、古代ギリシアの宇宙観)に共感することを通し、自分たちの考え・文化(現在の宇宙観)を明らかにする。筆者は、この授業を通すことで、「文化や社会生活において数学が果たしている役割」を生徒に感じさせることができ、数学に対する興味・関心を喚起することができるのではないかと考え、実践した。

2. 研究目的・研究方法

(1) 研究目的

本研究では、数学史における原典解釈による「解釈学的営み」を通し、数学への興味・関心を一層喚起するとともに、自らの考えを深めるなどの数学観の変容を見ることが授業内でできるかどうかを考察する。ただし「原典」とは、翻訳文献まで含めることとする。

上記の目的を達成するために、以下の課題を考察する。

課題 1: 数学史を題材とした解釈学的営みの授業実践により、昔の人の考えを理解することを通して、自分の考えを深めることができるか?

課題 2: 歴史的な道具の使われかたを学ぶことを通して、数学と日常生活との結びつきを知ることができるか? それを通して、数学が社会生活の中で果たしている役割を実感することができるか?

課題 3: 課題 1、課題 2 を通し、数学に対する興味・関心を喚起することができるか?

(2) 研究方法

古代の宇宙観が日時計を用いて構成される過程に潜む数学に関するオリジナルな教材を作成し授業を行い、事前・事後アンケートや授業後の感想、授業の様子などを撮影したビデオ等によって上記の課題が達成できたかどうかについて考察する。

3. 日時計の教材化

測量の考え方を教材化した人に、矩を用いた木の高さの計り方について扱った山田、量尺・量地儀を用いて船の高さと船までの距離の求め方について扱った丸山などが挙げられる。そこで、私は、より大規模なことに隠れている数学を生徒に感じてもらうために、地球や宇宙という天文的な測量について教材化した。地球や宇宙の測量に用いられた道具、日時計の大切さを生徒に伝えるために模型を作り、生徒に頭とともに手も動かして考えてもらえるように工夫した。

本研究では上記の 3 つの課題の達成を目標に、日時計を利用して数学的に考えることで

独自の宇宙観を作り上げた古代中国、古代ギリシアの先人の考えについて扱った。

古代中国での日時計は、髀と呼ばれ、8尺の棒を地球に立てた単純なものである。今回の授業では、髀を用いて太陽と地球との距離を考える方法について取り上げた。

古代ギリシアでの日時計の用例として、地球の円周の測量をしたエラトステネスの考えがある。これは、地理、地学等の教科の中にも出てくる題材なので知っている生徒も多かった。しかし、それらの中に出てくる考え方の一部は、実際にエラトステネスが考えた方法とは少し異なって出てきている。エラトステネスの考え方を正確に読み取ってもらえるように、原点の和訳文章を解釈する活動だけでなく、重要な部分を英語のまま残し3行ほど和訳させる作業も行った。その活動を通し、生徒は実際にエラトステネスの考えた方法を読み取ることができ、原典を読む意義について気づくこともできた。

4. 教材の数学的解説

(1) 古代中国(『周髀算経』)における日時計(髀)の数学的解説

原典『周髀算経』の中には「夏至の日には、(陽城での)表(髀の別名)の影の長さが1尺6寸になる。(中略)陽城の真南へ1,000里ゆくと、影の長さは1尺5寸、真北へ1,000里ゆくと影は1尺7寸になる。(「いわゆる一寸千里」の説)」(図1)とある。この説は、太陽直下の位置から、1,000里離れるごとに、髀が作る影の長さが1寸長くなるという説である。

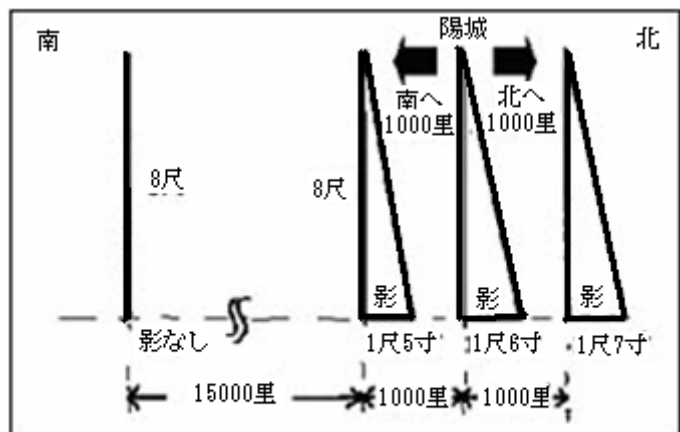


図1 一寸千里の説

本文の続きは「(陽城)影の長さが6尺になったときを見計らう。(中略)このとき、髀の長さは8尺、影は6尺であるから(中略)(比例)計算を行うと、髀を立てたところから太陽直下の地点までは60,000里になり、そこに髀を立てると影はなくなる。その地点から真上へ80,000里上がったところが太陽の高さになる。」(図2)とあり、簡単な比例計算により太陽と地球との距離を求めている。

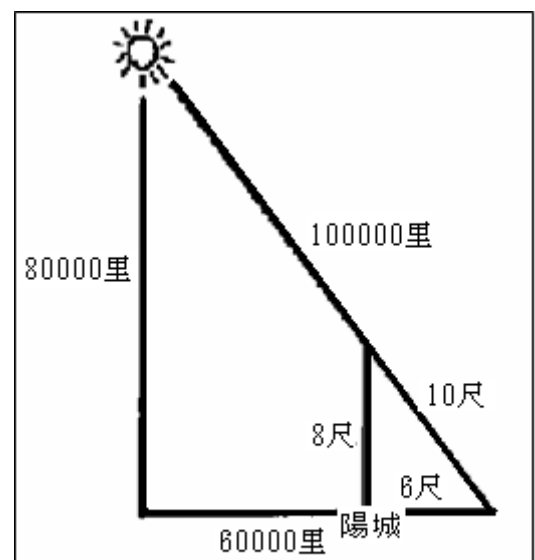


図2 地表から太陽までの高さ

このように比例三角形を作って考えていることより、古代中国人は地球を平面と考えていたことが分かる。このことを生徒に読み取らせ、現在の我々が持っている宇宙観との比較をさせることで、宇宙に関する自分の考えを深める

ことを目的とした。

また、一寸千里の説と太陽と地球の距離が 80,000 里になることを夏至の日の状況から連立方程式を作ることにより考える。その考え方を以下に示す。

陽城から太陽直下の位置までの距離を x とし、地球と太陽の距離を y とする。

$$\begin{array}{ll}
 y : (x + 1000) = 8 : 1.7 & 16000 = 0.2y \\
 y : (x - 1000) = 8 : 1.5 & y = 80000 \text{ (里)} \\
 8x + 8000 = 1.7y \cdots & 8x - 8000 = 120000 \\
 8x - 8000 = 1.5y \cdots & 8x = 128000 \\
 \text{- より} & x = 16000 \text{ (里)}
 \end{array}$$

(2) エラトステネスによる、日時計を用いた地球の円周測定法の数学的解説

同じ子午線上にある 2 都市シエネとアレキサンドリアについて考える。2 都市の間の距離は 5000 スタディアである。シエネは回帰線上でもある。よって夏至の日にはシエネの日時計が影を作らない。しかし、アレキサンドリアの日時計は影を作る。

アレキサンドリアの影の先端から日時計の先端を通る直線

シエネの日時計を地球の中心に伸ばした直線

アレキサンドリアの日時計を地球の中心に伸ばした直線

この 3 本の直線を考えると と の直線は平行しており、 の直線と、 の直線のそれぞれの直線との交点の部分に等しい錯角を作る。1 つの角は、地球の中心にできる角であり、もう一方の角は、アレキサンドリアの日時計の先端にできる角である。前者は実測不可能であるが、後者は実測可能である。後者の角度を測ると 7.2° となる。シエネとアレキサンドリアの距離は 5000(スタディア)なので、

$$5000 \times \frac{360}{7.2} = 5000 \times 50 = 250000 \text{ (スタディア)}$$

1 スタディア = 0.15725 km なので

$$250000 \times 0.15725 = 39312.5 \text{ km}$$

これが地球の円周である。

しかし、この考え方は、地理や地学の教科書に載っている考えであり、エラトステネスが考えた方法とは次のように異なっている。当時は度数法が存在していなかったもので、 7.2° などとは測れない。

エラトステネスが測ったのは、その角度が全円周の $\frac{1}{50}$ になるということであった。

教科書では教えている数学にあわせて、 $360 \div 50 = 7.2$ という計算をしたのであり、そのような解説は本研究で話題にする解釈学的営みからは外れている。

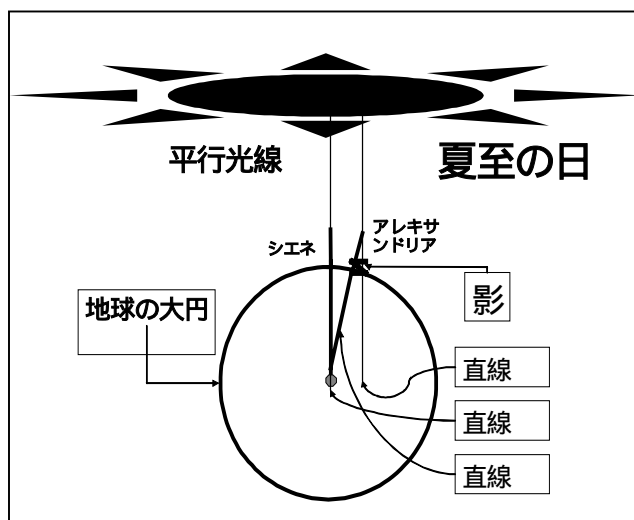


図 3 地球の円周の測定の考えかた

5. 日時計を題材とした授業概要

(1). 授業環境

日時：平成16年10月21日、22日、25日、26日(65分×3回)

対象：埼玉県県立高校 第2学年(2クラス)

準備：コンピュータ(Windows) 作図ツール(Cabri Geometry) Microsoft Power Point、プロジェクタ、実物投影機、授業記録用ビデオカメラ、分度器、エラステネスの地球測定の模型、懐中電灯、事前・事後アンケート、授業資料

(2). 授業展開

<1時間目>

【ねらい】

『周髀算経』に書かれている古代中国の宇宙観を、解釈学的営みにより原典解釈することを通して、昔と今の宇宙観を比較する。そして、自分たちの持っている宇宙観(地動説)が歴史を経て構築されてきたものであることを感じ取り、自分の持っていた宇宙に対する考えを深める。

【授業の流れ】

導入

宇宙観の学習に興味を持って取り組むためと、古代の人が導いた距離と実際の距離とを比較するために、我々が生きている「地球」、「宇宙」の大きさについて予想をした。その後、現在の宇宙観がどのようなものであるかを簡単に紹介した。

原典解釈の活動

先ほど(4.教材の数学的解説)書いた『周髀算経』の和訳文を読み、

- 1、髀とは何か、どのように使う道具か。
- 2、一寸千里の説とは何か。(図4)
- 3、地球と太陽の距離をどのように計算したか。(図5)

の3つの問いを順次生徒に問い、原典から解釈させた。そして、『周髀算経』のなかで計算された数値と実際の数値を比較して、あまりに大きく違うことに気づかせ、違いの理由を考えさせた。その際、考えやすいように「正方形は地に特徴的なものであり、円は、天に特徴的なものです。」という『周髀算経』の中の文章を提示した。生徒たちは比例三角形を作り地球と太陽の距離を計算していることから、古代中国では、地球と太陽の動く天は、それぞれ平面

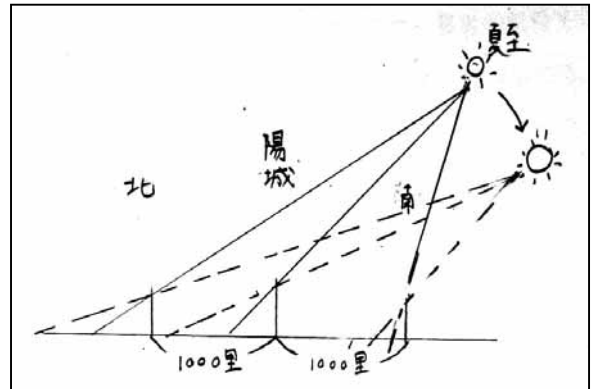


図4 生徒が書いた一寸千里の説の説明の図

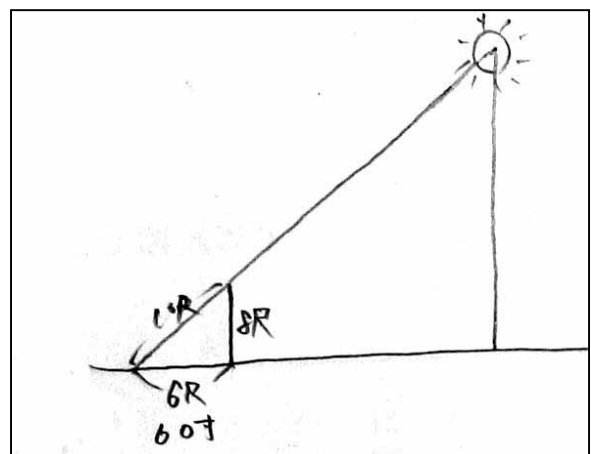


図5 生徒が書いた太陽の距離の説明の図

であり、平行しているものだと考えられていたことが分かった。そして、そのことと現在の宇宙観を比べることを通して、驚きの表情を浮かべた。

ギリシアの天文学についての導入

『アルmagest』(プトレマイオス)の天動説が書かれている原典の一部を読み、古代ギリシアでは天動説が信じられていたことを理解するとともに、現在の宇宙観と対比してどのように違うかを考えた。



写真1 アリストタルコス

<2 時間目>

【ねらい】

古代ギリシアの証明問題を通して、現在の証明問題との関わりや、違い、共通点を認識し、自分の証明問題に対する考えを深める。加えて、3時間目に必要な知識として、古代ギリシアには度数法の考え方がなかったことを理化する。

【授業の流れ】

前回の復習と授業の導入

まず、古代中国の宇宙観が、天と地が平面的に平行であるというものであったこと、古代ギリシアの宇宙観が天動説であったことを確認した。そして今日のテーマとなる『太陽と月の大きさや距離について』の著者であるアリストタルコス(写真1)の紹介をした。

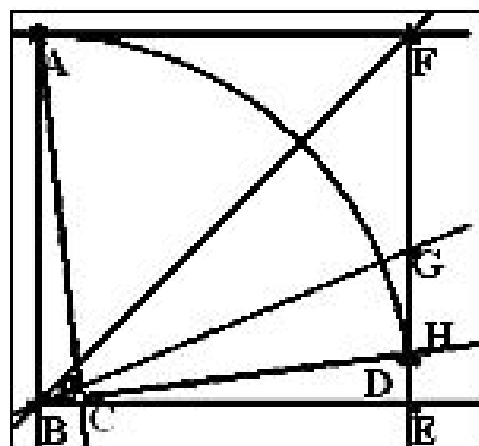


図6 幾何的に証明するための図

地球から太陽までの距離が地球から月までの距離の18倍より大きいことの証明

まず、原典で仮定されたことを、呼んだ後、原典を読み、右のような図(図6)を完成させた。(写真2)そして、この図を基に地球(B)と太陽(A)との距離が、地球と月(C)との距離の18倍より大きいことを幾何的に証明した。

まとめ

アリストタルコスの考えた地球と太陽の距離が古代ギリシア人にとって、宇宙の半径であったことを生徒との対話を通して確認した。



写真2 生徒が原典から読み取って 図6を書いているところ

【対話】

教師：天球が存在すると考えていた古代ギリシア人にとって、アリストアルコスの考えた「地球と太陽の距離」は（ ）の半径であったこの括弧に入る言葉は何かな？

生徒：「天球」じゃないかな？

教師：なるほど、そうだよね。他に「天球」という言葉を入れてくれた生徒は手を挙げて。（半数弱）

他の言葉を入れてくれた人はいないかな？

生徒：「宇宙」を入れました。

教師：そうだよね。ギリシアでは、天球内が自分たちの生きる宇宙だと考えていたんだよね。

生徒の多く：なるほどおー。

教師：他に「宇宙」という言葉を入れてくれた生徒は手を挙げて。（5、6人）

その後、実はアリストアルコスはコペルニクスより早く地動説を唱えた人物であったことを説明した。最後に現在と当時の証明を比べての相違点を、以下の3つにまとめた。

- 1、度数法を使ってないこと。
（度数法は存在しなかったこと）
- 2、 $\frac{A}{B} > \frac{C}{D}$ のことを $A : B > C : D$ と書いていたこと。
- 3、2乗することは、正方形と表現し、考えていたこと。
（2乗という表現は存在しなかったこと）

<3時間目>

【ねらい】

地球の円周という身近な数値を計測するために使われた数学を追体験する活動を通して、文化や社会生活において数学が果たしている役割を理解し、数学と日常生活との関係を実感し、数学に関する興味・関心を喚起する。加えて、原点を読むことによるのみわかることがあるということを伝え、原典解釈の意義を見出させる。

【授業の流れ】

前回の復習と授業の導入

太陽と地球の距離が非常に大きいというアリストアルコスの証明を前回したことを確認した。そして、このことが3時間目の授業で仮定として使われることにふれた。その後、3時間目のテーマとなる地球の円周を測定したエラステネス（写真3）の紹介をした。



写真3 エラステネス

地球の円周測定のための予備知識

3時間目の授業のキーワードとなる、子午線・回帰線について説明した。そして原典から、円周を計算するための仮定について書かれた部分

を読み理解した。

模型を用いた原点解釈の活動

[模型（写真 4、5、6）の解説]

大きな円は地球であり、2つの紙切れはシエネとアレキサンドリアに立てた日時計である。その模型のシエネの日時計が影を作らないように、懐中電灯を太陽光線と見立てて光をあてる。アレキサンドリアの日時計は影を作る。

（4 - 、古代ギリシアにおける日時計の数学的解説）で述べたことを、この模型を使い、原典を解釈する活動をした。

その後、古代ギリシアには度数法は存在していなかったことを前回の授業で見たことを思い出させ、 7.2° という角度を使わない、エラステネスが考えたのと同じ方法を原典の続きを読むことで考えた。そして、エラステネスはアレキサンドリアの日時計の先端にできた角度が、全円周（ 360° ）の $\frac{1}{50}$ にな

ることを見つけたことを読み取った。その際、大事な部分が書かれている3行を原典の英訳のまま残し、英語を解釈させることで、重要さを強調した。

【活動を終え、地球の円周を計算し終えた生徒同士の会話】

生徒 A：すげー、40000（実際の地球の円周）からほんの少しオーバーしただけだ。

生徒 B：すごいね。紀元前の人がこんな計算を正確にしたなんて！

生徒 A：本当に驚きだね！！

まとめ

3時間を振り返り、全体を通しての復習を行った。加えて、「数学は進化・発展していくものであり、過去から現在、未来へとつながっているものであることを少しでも感じてもらえると嬉しい」という、私からの願いを伝えて授業を締めくくった。

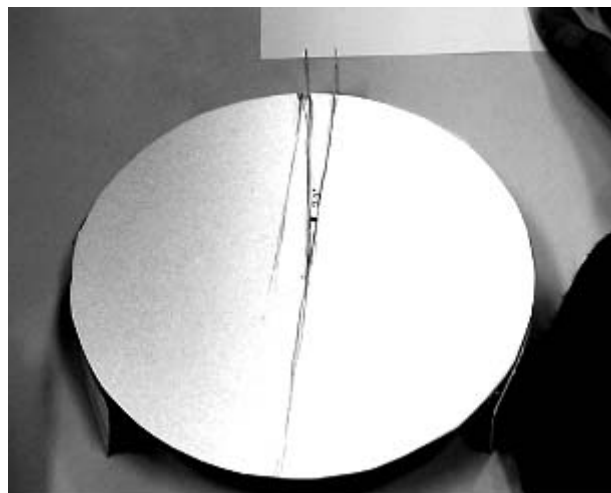


写真 4 地球の円周測定のための日時計の模型



写真 5 模型を使って考える生徒

6、議論

課題 1：数学史を題材とした解釈学的営みの授業実践により、昔の人の考えを理解することを通して自分の考えを深めることができるか？

事後アンケート：「数学を勉強する際に昔の人が残した記述を読んで、書いた人が伝えたかったことを知る活動は必要だと思いますか？理由も書いてください。」

<はい 59名>

他者の考えを知ることによって自分の考えも広がっていくと思うから必要だと思う。

(必要性あり。)それ(昔の人が残した記述)を知ることによって自分の考え方が増えるから。

いろいろな見方ができるようになると思うので必要だと思う。

(必要性あり。)それによって新たな視点が生まれると思うから。

今当然だと考えられていることを、初めて発見した人の考えを知るとは、私たちが新しいことを発見する参考になると思うから。

昔の人の考え方・方法を参考にして新しい発見ができると思う

(必要性あり。)普段使っている定義などが昔の人の考え方を知ることによって、その定義などの意味をより深く知れるから。

<いいえ 5名>

自分の数学の勉強に昔の記述は必要ない。

必要ではないと思います。ただ、必要な人もいると思う。すべての人が知ってしまったらつまらない。

<未記入 14名>

授業後に行った生徒へのアンケートの内容(上記)をもとに課題1について議論していく。

アンケートの 、 、 を見ると、昔の人が残した記述を読んで、書いた人が伝えたかったことを知る活動を通して、自分の考えが広がり、様々な見方、新たな視点が身につくと生徒が言っている。これらの内容を書いた生徒たちは、昔の人の考えを理解することを通して自分の考えまでも深めることができるということに気づいたと言える。

また、 の内容を書いた生徒たちは、先人が「発見」するに至った過程を知ることによって、自分たちが新たな「発見」をする際に参考にしようとする意欲が見られる。この意欲は、新たな「発見」という大きなものでなくても、これから習う未知の数学の原理・概念を学習する際にも理解を助ける力になると筆者は考える。

そして、 の記述からは、昔の人が残した記述を読んで、書いた人が伝えたかったことを知る活動を通して、今まで知っていた知識(定義を含めた)をより深めることができるという感想を述べている。

これらの結果から、解釈学的営みの授業実践により、自分の考えを深めることができるかという課題1は、達成された。

課題 2：歴史的な道具の使われかたを学ぶことを通して、数学と日常生活との結びつきを知ることができるか？それを通して、数学が社会生活の中で果たしている役割を実感することができるか？

事後アンケート：「あなたの数学に対する見方・考え方は変わりましたか？どのように変わりましたか？」

机の上だけのものから日常にも関係あるものになった。

数学が日常的なことと深く関係していると前は思ってなかったので、その点は変わった。

数学は日常の問題を解くのに使える。(と数学に対する見方が変わった。)

(変わった。)計算以外でも数学は日常で使えるんだと思った。

(変わった。)今までは役に立たないと思っていたが探せば使う場面は多いと思った。

(変わった。数学は)実用的なものだと思った。

(変わった。)いろいろなことが数学によって分かるんだなと思った。

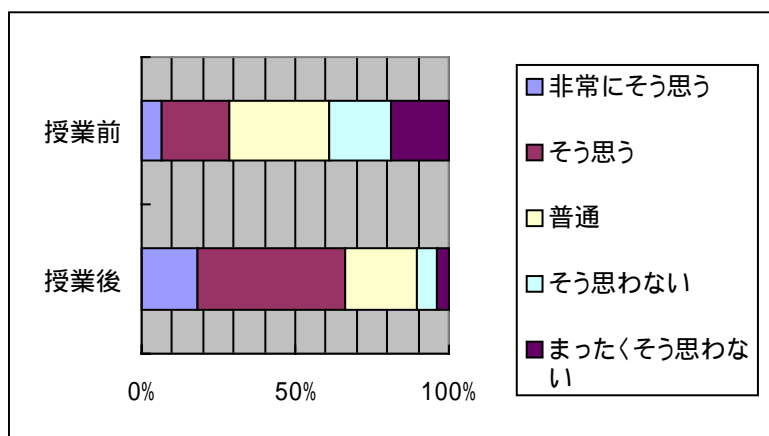
自分が思っていた以上に広い分野に応用できることが分かった。

授業後に行った生徒へのアンケートの内容(上記)をもとに課題 2 について議論していく。

アンケートの 、 を見ると、生徒たちは、私の日時計を題材とした授業を通して、数学と日常の問題との関係性に気づくことができたと言える。また、 、 、 を書いた生徒たちは日時計を題材とした授業により、数学が日常の問題を解決するために役立つことを感じたと言える。そして 、 のような内容を書いた生徒たちは、数学が社会生活の中で果たしている役割を実感したと言える。またこれらの答えは数学観が変わりましたか？という質問の答えであることから、以前は数学と日常生活との結びつきについて感じていなかった生徒が、感じるように変容したと言える。

続いて全体のデータに着目して考察する。「数学は日常の問題を解決するために必要である。」という選択式のアンケートを授業前・後に実施し、数値の変化を見た。(グラフ 1)授業前に「非常にそう思う」「そう思う」と答えた生徒は 29.1%だったのに対し、授業後では 66.2%にまで大きく変化した。

これらのことから、課題 2 は達成されたと言える。



グラフ 1 「数学は日常の問題を解決するために必要である。」に対する生徒の反応

課題3：課題1、課題2を通して数学に対する興味・関心を喚起することができるか？

事後アンケート：「あなたの数学に対する見方・考え方は変わりましたか？どのように変わりましたか？」

数学はいろいろと応用が利きすごい力を持っていると実感した。

授業にあった数学の問題が応用されているから、教科書等で扱われることは大切にしなければならないと思った。

数学って以外に面白いものかもと思った。

昔の人の数学を知ることができたのでさらに興味を持つことができた。

今まで e 、 \log 、 \lim などが出てきて嫌いだったし、何に使うのかと常日頃から思っていたが、発展してきたなかで、できてきた事実を知って数学に対する見方が変わった。

事後アンケート：「授業の感想を何でもいいので書いてください。」

ただやみくもに公式を覚えたり例題を解くだけの授業に比べ、こういう授業は重要さがわかる。実感がわく。

次からはまたいつもどおりの授業だが、なんかやる気が出てきた。

授業後に行った生徒へのアンケートの内容(上記)をもとに課題3について議論していく。

アンケートの 、 、 を見ると、生徒たちは、数学のすごさ・重要さ・大切さを感じたと言っている。筆者は、これらの感覚を持つことが数学を学習する意味をもたらすと考える。そして意味を感じたからこそ、興味・関心を持ち、意欲的に学習できるようになるものと考えられる。

また 、 、 、 などの感想を書いた生徒たちは、今まで数学に対して興味がなかったが、日時計をテーマとした授業により数学に対する興味を持った生徒たちである。特に の生徒は、私の授業を通して数学に興味を持っただけでなく、今後の平素の授業も真剣に取り組む意欲が見られる。このように感じてくれる生徒が出てきたということは、課題3が達成できたということである。

同じの道具である日時計は、地球の異なる2つの古代都市で、異なる使用法により、それぞれの都市の宇宙観を構成する。このような、同じ道具で、都市により使用法が異なる道具は珍しい。私は、日時計ならではこの驚きが、生徒の興味、関心を引き出したのではないかとも思っている。

7. おわりに

本研究では、日時計を題材とした授業により、数学に対する興味・関心を喚起できるかどうか、生徒の数学観に変容が見られるかどうかを考察した。

高等学校学習指導要領解説(1999)で問題視された、生徒の数学に対する興味・関心の低さに対して、「文化や社会生活において数学が果たしている役割などを理解させることにより、数学への興味・関心をもたせ、学習への意欲を高めること」(1999,p.21)が、学習指導

要領改訂の趣旨として書かれていることは、前述のことである。

本研究より、社会生活において数学が果たしている役割を理解させるために、当時の生活を向上するために使われていた道具の中に隠れた数学の原理を教材化し、その道具や模型を用い、頭と手を使って考える作業を行うことが有効なことが考察できた。

今後は、「数学的な見方や考え方のよさ、数学の美しさ」を生徒に感じてもらうことで、数学に対する興味・関心を喚起する方策についても考えていきたい。

謝辞

研究授業の実施に際して、埼玉県春日部高等学校の早乙女勤先生、片野秀樹先生をはじめ、数学科の先生方には、多大なるご協力と共に、貴重なご指導をいただきました。厚く御礼申し上げます。

注) 本研究は、平成 16 年度科学研究費特定領域研究(2) 課題番号 15020214「数学用機械と JAVA による移動・変換と関数・微積ハンズオン教材の web 化研究」(研究代表者磯田正美)において開発された歴史的道具を前提にして、平成 16 年度科学研究費、基盤研究(B)(2)課題番号 14380055「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・指導法開発研究」(研究代表者磯田正美)の一環として行われた。

引用・参考文献

- (1)文部省(1999) 高等学校学習指導要解説 数学編 理数編 実況出版
- (2)磯田正美(2001) 異文化体験から見つけた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察 隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて 筑波数学教育研究 20、39 - 48
- (3)磯田正美(2002) 解釈学から見た数学的活動の展望 人間の営みを構想する数学教育学へのパースペクティブー筑波数学教育研究 21、p 157 - 174
- (4)山田奈央(2003) 「矩」を題材とした創造性の基礎を培う授業について：中国数学史原典「周髀算経」の解釈を通して、教育評価の転換と歴史文化思考の数学教育：ADDING IT UP：Helping Children Learn Mathematics 中学校・高等学校数学科教育開発に関する研究(9) 筑波大学数学教育研究室、p41 - 53
- (5)丸山洋幸(2004) 福田理軒『測量集成』の体験的学習を通じた生徒の数学観の変容 - 量尺・量地儀を使った三角比・対数の授業 - : 中学校・高等学校数学科教育開発に関する研究(11) 筑波大学数学教育研究室、p 203 - 217
- (6)Cleomedis *De Motu circulari corporum caelestium*
- (7)T.L.Heath *Greek Astronomy (ギリシアの天文学)*
- (8)世界の名著・ギリシアの科学(太陽と月の大きさと距離について)
- (9)ジョージ・シュウォルツ、フィリップ・ビショップ *科学の歴史*
- (10)ギリシアの科学 T.L.Heath 著、平田寛、菊池俊彦、大沼正則訳
- (11)ヴァン・デル・ウォルデン著、村田全、佐藤勝造訳 *数学の黎明*
- (12)D.E.スミス著、今野武雄訳 *数学史*

- (13)カールセーガン著、木村繁訳 *COSMOS* (上)(下)
- (14)科学の名著・2 中国の天文学・数学集朝日出版社
- (15)プトレマイオス(1982) *アルマゲスト*