出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(13)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.77-89、2006年3月

古代インドとバビロニアの原典解釈による数学観の変容

－『シュルバスートラ』、バビロニアの粘土版の利用－

筑波大学大学院修士課程教育研究科
高野　みずほ

章構成

要約

本研究では、歴史的原典である古代インドの『シュルバスートラ』やバビロニアの粘土板を教材化し、原典解釈と、当時数学を利用していた人々の追体験を通した授業を実践した。これにより、生徒は数学が人の営みとして歴史を経て構築されてきたものであることを感じ、日常生活、社会生活において数学が果たしている役割について理解した。またそれを通して、生徒の興味・関心が喚起されることを確認した。

キーワード：数学史、原典解釈、追体験、解釈学的営み、古代インド、バビロニア

1．はじめに

高等学校学習指導要領解説（2005）では、「数学に興味・関心等をもたない生徒が少なからずいる」と指摘し、数学的活動を通して創造性の基礎を培うことを重要視している。そして、「文化や社会生活において数学が果たしている役割などを理解させること」を数学への興味・関心を持たせる方法の１つにあげている。また、高等学校数学科の目標を「数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高め、数学的活動を通して創造性の基礎を培うとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する能力を育てる」としている。

礒田（2001,p.47）は「異文化体験をもたらす課題設定し、自文化の過般化が通用しない体験によるカルチャーショックを前提に、他者のみになって考えてみる、他者の世界において考えてみるという解釈学的営み」によって、「文化的視野を覚醒」させ、そして「文化的視野の覚醒は、個々人の認知の次元では数学観とその変容に通じる見方として説明できる」としている。また、礒田（2002,p.8）は「解釈学的営みによって記述しうる数学的活動は、対象を表した他者の立場を想定することで話題にしえる対象の生きた理解であり、その解釈を鏡に映し出される自己理解としての教訓である」と述べている。そして、解釈学的営みの基本概念を「理解」「他者の立場の想定」「自己理解」「解釈学的循環」によ

って定めている。また、数学史を授業で取り入れることについては、礒田（1987,p.164）は「数学学習の過程を、数学創造の過程の追体験の場として構成するために数学史を利用」することは、教育実践として有意義であるとしている。礒田・土田（2001）は数学史を授業で用いるにあたって、解釈学的営みを授業に位置づけている。

これらをふまえ、筆者は数学史を授業で取り上げ、さらに授業では原典解釈と追体験を異文化体験として取り入れる。このことにより、古代の数学を知り、それによって生徒自身が自分たちの学んでいる数学について見直す機会になるのではないかと考える。また、日常生活、社会生活において数学が果たしている役割についても生徒たちに感じさせることができ、数学に対する興味・関心を喚起することが期待できる。

今回は古代インドの数学史原典『シュルバスートラ』、バビロニアの粘土板『プリンプトン 322』『イェール・バビロニア・コレクション（YBC）7289』などから、古代の人々が使用してきた数学の教材化を行う。そして、原典解釈と当時数学を利用していた人々の追体験を通して、数学への興味・関心を喚起し、生徒の数学観の変容を促すかどうかを考察していく。

2．研究目的・研究方法

(1)．研究目的

古代インドやバビロニアの数学史原典の原典解釈と、当時数学を利用していた人々の追体験を通して、数学への興味・関心を喚起し、生徒の数学観の変容を促すかどうかを考察する。

目的の達成のために、以下の課題を設定する。

課題 1：古代インドやバビロニアにおける数学史原典の原典解釈、またその追体験を取り入れた授業を通して、生徒が学んできた数学との関わりや違い、共通点を認識することができるか？

課題 2：課題 1 を通して、数学が人の営みとして歴史を経て構築されてきたものであることを感じ、数学と日々の生活との結びつきを知ることができるか？また、数学が社会生活の中で果たしている役割を実感することができるか？

課題 3：課題 1、課題 2 を通して、数学への興味・関心を高めることができるか？

(2)．研究方法

数学史原典を利用したオリジナル教材を作成し、授業を行う。授業テキストとビデオによる授業記録、及び事前・事後アンケートを元に考察をする。

3．数学史原典『シュルバスートラ』とバビロニアの粘土板の教材化

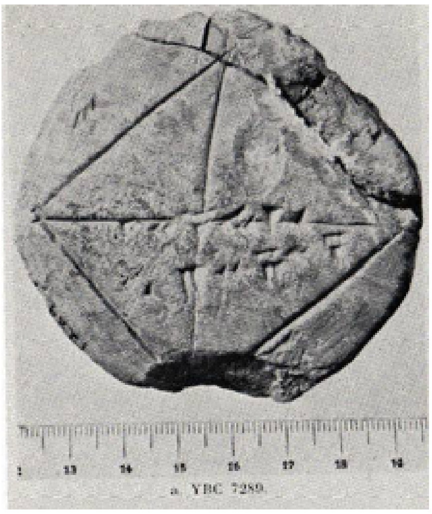
今回の授業では、数学史の原典として古代インドの文献である『シュルバスートラ』を中心に取り上げ、バビロニアの粘土板『プリンプトン 322』『イェール・バビロニア・コレクション（YBC）7289』も取り扱った。また、『シュルバスートラ』で扱われている道具として、縄を教材に用いた。なお、『シュルバスートラ』は『アーパスタンバ・シュルバスートラ』（1980,pp.373-488）を使用し、バビロニアの粘土板は『古代の精密科学』（1984）の資料を使用した。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(13)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.77-89、2006年3月

『シュルバスートラ』は今日伝えられる古代インド文献群の一つに数えられる。「シュルバ」とは「縄」または「綱」、「スートラ」とは「経典」を意味し、祭りにおける縄を用いた祭壇設営を主題とするものである。中でも今回使用した『アーパスタンバ・シュルバスートラ』は、成立は紀元前 5 世紀ころと見られている。古代インドのアーリア人は、祭式儀礼を彼らの生活の中心に置いていた。祭式においては、東の方角が神々の方位として神聖な意味を与えられており、したがって、祭壇設営にはまず、祭壇の中心を貫く東西線（背骨線）の決定が行われる。その線をもとに縄を用いて地面の上に長方形や正方形、台形などを作図する方法が記載されている。これらの方法には「三平方の定理」「ピタゴラス数」「無理数の近似」などの考えが根底に存在している。授業では、この原典を生徒が自ら解釈し、一部においては、実際に縄の代わりに紐を用いて追体験することを教材の一つとした。この体験により、縄を用いた図形の作図の背後にある数学的なアイディアを共感的に知ることができると考える。これは解釈学的営みにおける「理解」「他者の立場の想定」である。また、古代人の生活と深くかかわりを持って数学的アイディアが発見され、使用されてきたことを知ることにより、自分たちと数学のかかわりをも考えるきっかけになること、つまり「自己理解」を目指す。なお、『シュルバスートラ』を用いた先行研究には礒田・土田(2001)、土田(2002)、林（2004）がある。また、ここでの原典とは翻訳文献を含む。

資料 1　『プリンプトン 322』（『古代の精密科学』(1984) 口絵 7(a)使用）

バビロニアの粘土板は、普通は掌ぐらいの大きさで、軟らかい粘土の表面に針で押し付けた記号が書かれている。この書体は楔形文字といわれる。古いもので紀元前 25 世紀ごろのものから見つかっている。今回使用した 2 つの粘土板『プリンプトン 322』（資料 1）と『イェール・バビロニア・コレクション（YBC）7289』（資料 2）は紀元前 16 世紀以前のものと見られている。数学的内容が書かれた楔形文字粘土板はこの時代のものが最も多い。また、多数の粘土板が出てくる第 2 期はバビロニア歴史の最後の時代、紀元前 3 世紀ごろから西暦の初めまでであり、数学的性格を持つ天文学に関する粘土板が多く発見されている。『プリンプトン 322』はピタゴラス数が記された表になっている。一方『イェール・バビロニア・コレクション（YBC）7289』は正方形とその対角線の関係について記されたものである。これらの内容をシュルバスートラの内容と対比させることにより、その類似点や相違点に気づかせる。



資料 2　『イェール・バビロニア・コレクション（YBC）7289』（『古代の精密科学』(1984) 口絵 6(a)使用）

また、これら以外の文献にもあたり、ピタゴラス

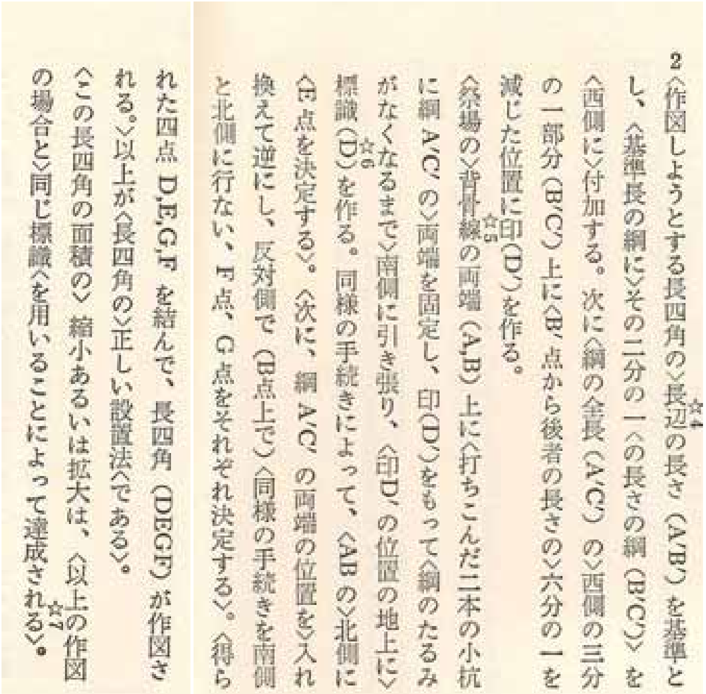
数や三平方の定理などの数学的な事実がインド、バビロニアの他に、エジプト、ギリシャ、中国でも発見されていたことや、その当時の使われ方を紹介する。類似した数学的な事実がいろいろな地域で発見され、発展していったことを知り、様々な土地、様々な分野で使用されていたことを知ることにより、数学に対する興味・関心を喚起し、生徒の数学観の変容を促すことが期待される。

4．数学史原典の数学的解説

(1)．『シュルバスートラ』について

『シュルバスートラ』に書かれている作図の中から、「長方形の作図」「マハー・ヴェーディ」「サヴィシェーシャ/正方形の対角線の長さ」を取り上げた。

「長方形の作図」（資料 3）はピタゴラス数（5,12,13）を用いた作図方法である。作図の解説は以下のとおりである。まず、基準とする長さ（ AB ）と背骨線（中心とする線）を決める。次に、基準の長さを a としたとき、 $A'B'=a$、 $B'C'=\frac{1}{2}a$、$B'D'=\frac{1}{12}a$ となるように縄に印をつける。背骨線上の基準 A、B に縄の両端 A'、C' を固定し、印 D' を持ってたるみがなくなるように張った位置の地上に印 D を作る。このとき、 $AB=a$、 $BD=\frac{13}{12}a$、 $AD=\frac{5}{12}a$ であり、$AB:BD:AD=12:13:5$ となって、$\angle A=90^\circ$ の直角三角形 ABD が作図される。この印 D が長方形の 1 頂点となる。他の 3 頂点も同様にとり、その 4 点を結ぶことで求める長方形が得られる（図１）。『シュルバスートラ』の中には、三平方の定理やピタゴラス数と同様の内容を示していると考えられる「長方形の対角線と辺の関係」という


2〈作図しようとする長四角の〉長辺の長さ☆4（A′B′）を基準とし、〈基準長の綱に〉その二分の一〈の長さの綱（B′C′）〉を〈西側に〉付加する。次に〈綱の全長（A′C′）の〉西側の三分の一部分（B′C′）上に〈B′点から後者の長さの〉六分の一を減じた位置に印☆5（D′）を作る。
〈祭場の〉背骨線の両端（A,B）上に〈打ちこんだ二本の小杭に綱 A′C′ の〉両端を固定し、印（D′）をもって〈綱のたるみがなくなるまで〉南側に引き張り、〈印 D′ の位置の地上に〉標識☆6（D）を作る。同様の手続きによって、〈AB の〉北側に〈E 点を決定する〉。〈次に、綱 A′C′ の両端の位置を〉入れ換えて逆にし、反対側で（B 点上で）〈同様の手続きを南側と北側に行ない、F 点、G 点をそれぞれ決定する〉。〈得られた四点 D,E,G,F を結んで、長四角（DEGF）が作図される。〉以上が〈長四角の〉正しい設置法〈である〉。
〈この長四角の面積の〉縮小あるいは拡大は、〈以上の作図の場合と〉同じ標識〈を用いることによって達成される〉☆7。

資料 3　『シュルバスートラ』の長方形の作図部分
（『アーパスタンバ・シュルバスートラ』（1980,pp.373-488）抜粋）

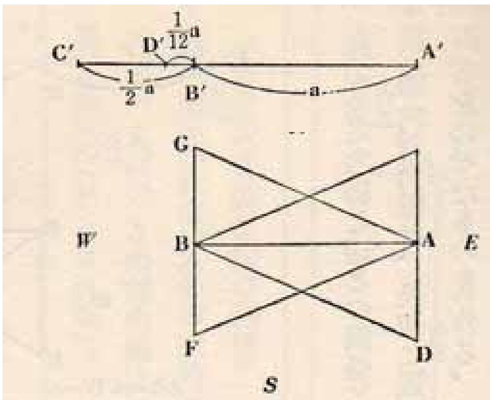


図 1　長方形作図の数学的解説

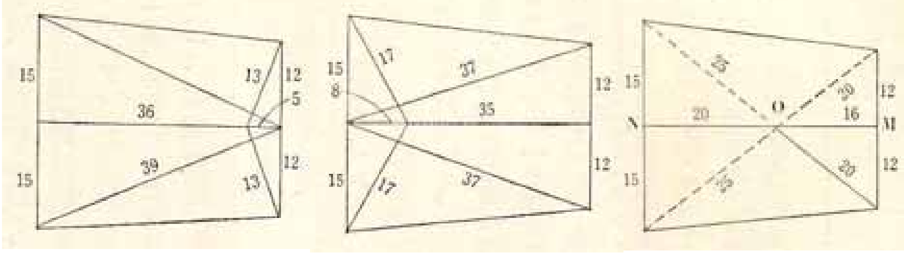


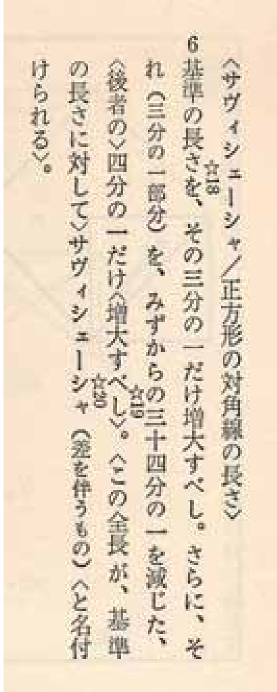
図 2　「マハー・ヴェーディ」の作成方法のうちの 3 種類を示す図

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(13)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.77-89、2006年3月

記述が存在するので、授業ではそこもあわせて紹介した。

「マハー・ヴェーディ」は台形をした基本祭壇の１つである。長方形の作図と同様に、ピタゴラス数を用いて作図される。しかし作図方法は１通りではなく、異なったピタゴラス数（3,4,5）、（12,5,13）、（15,8,17）と（12,35,37）を用いて、4通りの方法が述べられている。今回はそのうちの3通りを取り上げた（図2）。

「サヴィシェーシャ/正方形の対角線の長さ」(資料4)はサヴィシェーシャと呼ばれる正方形の1辺の長さを基準としたときの対角線の長さを、縄によって表す方法である。基準の長さをaとした場合、サヴィシェーシャは$a+\frac{1}{3}a+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3\cdot 34}\right)\cdot\frac{1}{4}a$と表される。このとき、$a=1$とすると、$1+\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3\cdot 34}\right)\cdot\frac{1}{4}$＝1.41421568…となり、これは$\sqrt{2}$（＝1.41421356…）の近似値である。


〈サヴィシェーシャ／正方形の対角線の長さ〉
6 基準の長さを☆18、その三分の一だけ増大すべし。さらに、それ（三分の一部分）を、みずからの三十四分の一を減じた、〈後者の〉四分の一だけ〈増大すべし〉☆19。〈この全長が、基準の長さに対して〉サヴィシェーシャ☆20（差を伴うもの）〈と名付けられる〉。

資料 4　『シュルバスートラ』のサヴィシェーシャについての部分（『アーパスタンバ・シュルバスートラ』(1980,pp.373-488)抜粋）

(2)．バビロニアの粘土板について

バビロニアでは60進法が使用されていた。例えば、1,16,41＝1×60^2＋16×60＋41＝4601となり、42；25,35 $=42+25\times\frac{1}{60}+35\times\frac{1}{60^2}=42.42638888\cdots$となる。

『プリンプトン 322』は左側が破損しており、もともとはもっと大きいものであった。表1はそれを復元したものである。現在は左から右へ数えて4欄が残っている。各々の欄にはタイトルがあり、最後の欄のタイトルは「その名称」であり、単なる「続き番号」を意味する。第Ⅱ欄と第Ⅲ欄はそれぞれ「幅の解数」と「対角線の解数」と訳される語がタイトルとなっている。第Ⅰ欄の正確な意味はわかっていない。

Ⅰ	Ⅱ（＝b）	Ⅲ（＝d）	Ⅳ	h
[1,59,0,] 15	1,59	2,49	1	2,0
[1,56,56,] 58,14,50,6,15	56,7	3,12,1	2	57,36
[1,55,7,] 41,15,33,45	1,16,41	1,50,49	3	1,20,0
[1,] 5 [3,1] 0,29,32,52,16	3,31,49	5,9,1	4	3,45,0
[1,] 48,54,1,40	1,5	1,37	5	1,12
[1,] 47,6,41,40	5,19	8,1	6	6,0
[1,] 43,11,56,28,26,40	38,11	59,1	7	45,0
[1,] 41,33,59,3,45	13,19	20,49	8	16,0
[1,] 38,33,36,36	9,1	12,49	9	10,0
1,35,10,2,28,27,24,26,40	1,22,41	2,16,1	10	1,48,0
1,33,45	45	1,15	11	1,0
1,29,21,54,2,15	27,59	48,49	12	40,0
[1,] 27,0,3,45	7,21,1	4,49	13	4,0
1,25,48,51,35,6,40	29,31	53,49	14	45,0
[1,] 23,13,46,40	56	53	15	1,30

表1　『プリンプトン 322』を現代表記で表した表
（『古代の精密科学』(1984, p32-33)を基に筆者が作成）

第Ⅱ欄と第Ⅲ欄をbとd

とおくと、これらは$d^2 = b^2 + h^2$の整数解であり、計算することによりhがわかる。$\dfrac{d^2}{h^2}$の値を計算すると第Ⅰ欄の数が得られる。したがって、この粘土板は$\dfrac{d^2}{h^2}$、b、dの数値の表である。

注意すべき点は、この粘土板にはいくつか誤りがある。第Ⅱ欄9行目は8,1の代わりに9,1、第Ⅱ欄13行目は2,41の代わりに7,12,1となっている。また、第Ⅲ欄2行目は1,20,25の代わりに3,12,1、第Ⅲ欄15行目には1,46の代わりに53がある。

『イェール・バビロニア・コレクション（YBC）7289』には正方形と2本の対角線が画かれている。また、辺には30、対角線には1,24,51,10と42,25,35という数がかかれている。これは正方形の辺の長さを30としたときの対角線の長さ42；25,35と、対角線の長さを計算する際に使われたと考えられる$\sqrt{2}$の近似値1；24,51,10である。10進数に直すと1；24,51,10は$1 \cdot 4142129629\cdots$になる。この値はギリシャのプトレマイオスも弦の表を計算するために使用していた。

5．数学史原典を題材とした授業概要

(1)．授業環境

日時：平成17年11月9日、14日、16日（45分×3時間）

対象：栃木県立高等学校第2学年（1クラス計37名）

準備：コンピュータ(Windows)、Microsoft Power Point、ビデオプロジェクタ2台、ビデオカメラ、発泡スチロール板、作図用ワークシート、紐、待ち針、事前・事後アンケート、授業テキスト

(2)．授業展開

＜1時間目＞

目標：古代インドの文献『シュルバスートラ』を生徒自身が原典解釈し追体験することによって、縄を用いた図形の作図の背後にある数学的なアイディアを共感的に知る。

<u>局面1：シュルバスートラの紹介</u>

はじめに今回主に取り上げていく文献である『シュルバスートラ』の説明をした。古代インド文献群の一つであり、「シュルバ」とは「縄」または「綱」、「スートラ」とは「経典」を意味すること、祭りにおける縄を用いた祭壇設営を主題とするものであることを紹介した（図3）。

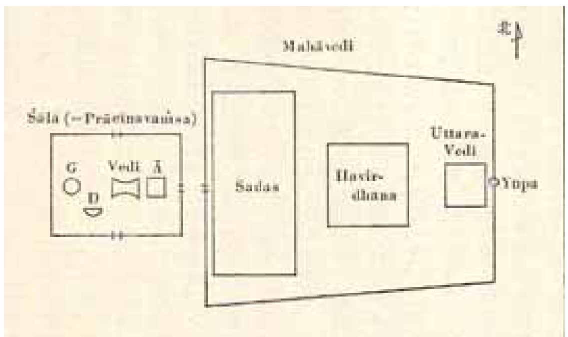


図 3　『シュルバスートラ』に示されている祭壇の図

<u>局面2：長方形の作図</u>

『シュルバスートラ』の「長方形の作図」を生徒自身が解釈して、作図をした。その際、生徒にはどのような図形が作図されるかについては知らせなかった。作図には発砲スチロール板上に作図用ワークシートを

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(13)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.77-89、2006年3月

のせ、杭の代わりに待ち針、縄の代わりに紙製の紐を使用した（写真 1）。作業途中に誤った解釈も出たが、適宜授業者がヒントを与えるという形で訂正をしていった。生徒は試行錯誤しながらも、お互いに意見を出し合いながら図形を作図することができた（写真 2）。

次に、「どのような図形が作図されたか？」という問いかけをした。生徒たちからは「四角形」「正方形」「長方形」というような答えが返ってきた。そこで、基準の長さを a として考察をし、作図された図形 $DEGF$ が長方形になっていることを確かめた。また、この作図方法に（5,12,13）というピタゴラス数が用いられており、三角形 ABD は三平方の定理を満たすことが確認できた。また、『シュルバスートラ』の「長方形の対角線と辺の関係」という記述もあわせて紹介した。

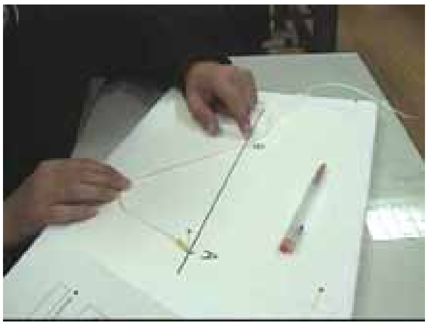


写真 1　長方形の作図をしている様子

写真 2　追体験をする生徒

局面 3：背骨線について

最後に背骨線についての説明をした。その際、自分たちの信仰に沿った祭壇を作るために数学的な知識が使用されたこと、生活と結びついた数学であったことを付け加えた。

＜2 時間目＞

目標：ピタゴラス数・三平方の定理が昔から世界中で発見され、人々の生活と深く関わって使用されていたことを実感し、数学に関する興味・関心を喚起する。

局面 4：マハー・ヴェーディとピタゴラス数

はじめに、1 時間目に行った『シュルバスートラ』に出てくる「長方形の作図」には三平方の定理・ピタゴラス数がかかわっていることを確認した。それから祭壇の１つであるマハー・ヴェーディの紹介をし、マハー・ヴェーディの作成にはどのようなピタゴラス数が必要か考えた（写真 3）。その後、古代インドにおいて、数種類のピタゴラス数の組み合わせが見つかっていたことを確認した。

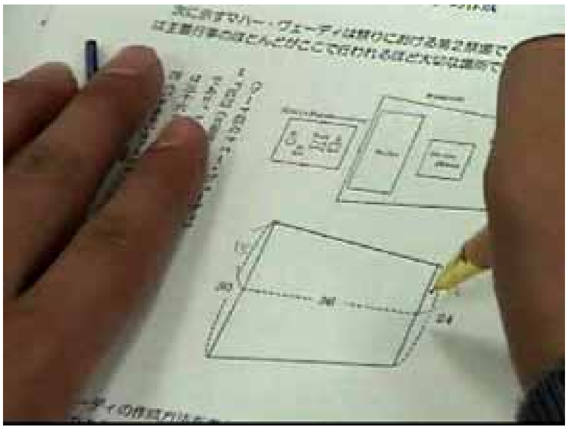


写真 3　ピタゴラス数の計算

局面 5：バビロニアの粘土板に画かれたピタゴラス数

写真 4　ピタゴラス数を確認し驚く生徒

バビロニアの粘土板『プリンプトン 322』を紹介した。そして、粘土板の内容を復元した表を示し、これらには 60 進法が使われていることを確認した。60 進法の数を 10 進法の数に変換する計算を確認した後、5 行目と 11 行目を取り上げ、b、d、hが本当にピタゴラス数の関係になっているかどうか確認させた。生徒からは「本当にピタゴラス数になっている」「すごい！」などの反応が見られた（写真 4）。また、この表の誤りについても紹介し、進度の早い生徒には、その誤りをどのように直せばよいか考えさせた。

局面 6：ピタゴラス数、三平方の定理が発見された地域

まず、エジプトでは紀元前 2000 年という早い時代に縄と杭を用いて測量を行った測量師がいたことが知られており、辺の比が 3：4：5 の直角三角形を利用していたと考えられていることを紹介した。また、紀元前 500 年ごろのギリシャではピタゴラスが三平方の定理を発見したといわれていること、中国でも紀元前に「句股（こうこ）の定理」という名前で三平方の定理が知られていたことを紹介した。紹介には授業資料に添付したそれぞれにまつわる文献を使用した。(エジプト:『数学の黎明』(1984),ギリシャ:『ユークリッド原論』(1971),中国:『中国天文学･数学集』(1980))

以上より、ピタゴラス数・三平方の定理は、昔から世界中で発見され、当時の人々の生活と深く関わって使用されていたことを認識した。

＜3 時間目＞

目標：縄を用いた方法の限界について気づき、それに対して古代の人々が近似値という方法を用いていたことを知る。また、近似値についても、昔から世界中で用いられてきたことを理解する。

局面 7：サヴィシェーシャについて

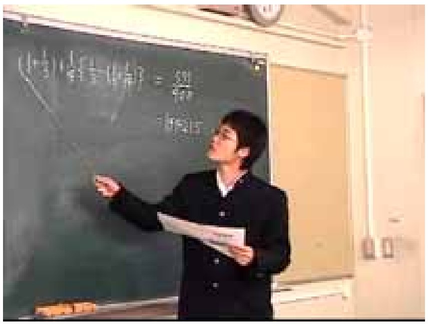


写真 5　前で全員に説明をしている生徒

まず、縄を用いて表せない数にはどのようなものが考えられるか、またそれはどうしてか、という問いかけをした。生徒からは「負の数」「虚数」「無理数」などの答えが返ってきた。理由としては「縄の長さは正の数だと思うから」「存在しない数だから」「正確に測れないから」などが挙げられた。

次に、原典を読み、基準の長さを 1 としてサヴィシェーシャを式にあらわし、値を計算させた。その後、この値が $\sqrt{2}$ の近似値になっていることを確認した（写真 5）。生徒は古代人が正確に表現できない数も近似値という形を用いて利用していたことを認識した。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(13)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.77-89、2006年3月

局面 8：バビロニアの粘土板に画かれた近似値

『イェール・バビロニア・コレクション（YBC）7289』を紹介し、辺には 30、対角線には1,24,51,10 と 42,25,35 という数がかかれていることを伝えた。そして、60 進法の数を 10 進法の数に変換する方法を確認し、1；24,51,10 を 10 進法に直させ、値が$\sqrt{2}$の近似値になっていることを確認した（写真 6）。また、正方形の辺の長さを 30 としたとき、1；24,51,10 を使うと対角線の長さが 42；25,35 と表されることも計算で確かめた。

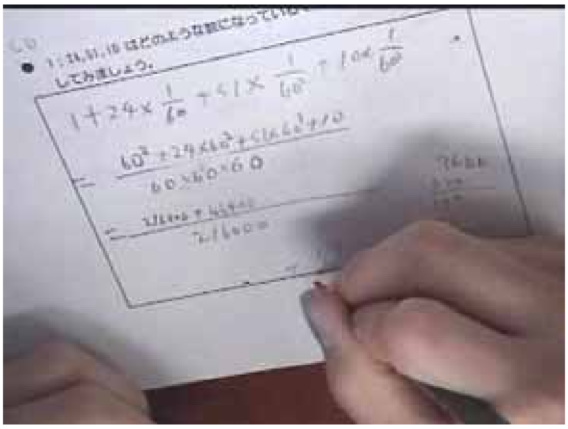


写真 6　計算をしている生徒

6．議論

(1)．課題 1 に対する議論

課題 1：古代インドやバビロニアにおける数学史原典の原典解釈、またその追体験を取り入れた授業を通して、生徒が学んできた数学との関わりや違い、共通点を認識することができるか？

事後アンケートより生徒の記述の一部をそのまま抜粋

「古代インドの数学に対してどのようなイメージを持ちましたか？」に対する回答

①古くから高度な技術を持っていると思った。

②意外に高度な数学ができたことが驚き

③古代から三平方の定理などを用いていて、高度なものだと思った。

④古代からすぐれたものをもっていると思った。

⑤自分たちが現在日常的に使っている公式などを、驚くべき方法で生みだしていることはすごいと思った。

⑥限られた道具の中で知恵を使っていてすごいと思った。

「今回の授業を通して、数学に対する考え方で変わったところはありましたか？変わった方は以前と比べてどのように変わりましたか？」に対する回答

⑦すでに古代でも三平方の定理などを見つけていたのはすごいと思った。

⑧昔は縄をつかって数学をやっていたことに意外性を感じた。

授業後に行った生徒へのアンケートの内容（上記）をもとに課題 1 について議論していく。

これまでに山田（2003）、矢代（2004）、今居（2005）らがそれぞれ矩の利用、江戸時代の日本における数学、測量で使われてきた道具の利用によって、原典解釈と追体験を通して、生徒が学んできた数学との関わりや違い、共通点を認識することができることを示している。そこで本研究では、「古代インドの数学に対してどのようなイメージを持ちましたか？」「今回の授業を通して、数学に対する考え方で変わった

ところはありましたか？変わった方は以前と比べてどのように変わりましたか？」という問いに対する回答によって、今回の授業を通して生徒が学んできた数学との関わりや違い、共通点を認識することができるか注目した。この問いは解釈学的営みのなかの「自己理解」に位置づけられる。

アンケート①～⑧を見ると、生徒たちは、自分たちが今学んでいる数学と当時の人々が使用していた数学を比較し、どこが似ていてどこが違うのかを感じ取っていることがわかる。①～④では、特に古代人が使用していた数学的な知識を「高度なもの」「すぐれたもの」であると認識している。③、⑤、⑦では、古代の三平方の定理などをあげて、それを発見した古代の人々の数学的知識についても考えを深めている。また、⑥、⑧では道具の使用に触れ、道具と数学との関わりについても捉えることができている。

よって、これらの結果から、生徒自身が学んできた数学との関わりや違い、共通点を認識することができるかという課題１は達成されたといえる。

(2)．課題２に対する議論

課題２：課題１を通して、数学が人の営みとして歴史を経て構築されてきたものであることを感じ、数学と日々の生活との結びつきを知ることができるか？また、数学が社会生活の中で果たしている役割を実感することができるか？

事後アンケートより生徒の記述の一部をそのまま抜粋

「今回の授業を通して、数学に対する考え方で変わったところはありましたか？変わった方は以前と比べてどのように変わりましたか？」に対する回答

①こんなにも昔に数学を生み出した人々に感謝するようになった。

②今勉強していることも昔の人たちの努力があってのものだと考えるようになりました。

③数学はかなり昔から発展していることが分かった。もっと最近発達したものだと思っていた。

④数学は何千年も前から使われているんだなぁと思った。こんな昔から使われているとは思わなかった。

⑤勉強に対することしか数学はないと思っていました。でも実際は生活に必要なことから生まれたと思うと、少しちがった見方になったような気がします。

⑥数学と生活は関係がうすいと思っていたけれど、とても身近なものなのだと感じた。

⑦before　ただ「勉強だから」と割り切ってやっていた。after　様々な場面で使われていて便利だと思う。

⑧もし世の中に数学が無いと、今の世界は無いと思います。

授業後に行った生徒へのアンケートの内容（上記）をもとに課題２について議論していく。

これまでに、松崎（2005）が日時計の使用法にひそむ数学を教材化し、歴史上の原典から古代の宇宙観を解釈する授業を通して、生徒が数学と日々の生活との結びつきを知り、数学が社会生活の中で果たしている役割を実感することができること示している。本研究では、古代インドの人々の宗教、生活と密接に結びついた『シュルバス

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(13)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.77-89、2006年3月

ートラ』を中心に、バビロニアなど他の地域においても同様の数学が発展してきたことに着目することにより、昔の人々の生活と数学が深く結びつき、数学が社会生活の中で果たしている役割を実感することができるように授業を行なった。

アンケート①～④を見ると、生徒たちは数学が歴史を経て構築されてきたものであることを認識している。特に、①、②では、現在の数学を歴史の中で構築されてきた結果として好意的に受け取っている姿が見られる。⑤、⑥からは、今までほとんど感じていなかった、身近な生活と数学の関係を感じ取ることができたことがわかる。⑦や⑧のような内容を書いた生徒たちは、数学が社会の中で果たしている役割をも実感しているといえる。また、⑤、⑥、⑦を見ると、数学は勉強のイメージで生活とのつながりを感じていなかった生徒が、日々の生活との結びつきを感じとったということがわかる。加えて、数学に対する考え方で変わったところ、つまり、数学観の変容を聞いている質問であることからも、生徒たちの数学観が変容し、生徒たち自身もそのことを実感しているといえる。

以上のことから、生徒の数学観の変容を促すという課題 2 は達成されたといえる。

(3)．課題 3 に対する議論

課題 3：課題 1、課題 2 を通して、数学への興味・関心を喚起することができるか？

<u>事後アンケートより生徒の記述の一部をそのまま抜粋</u>

「今回の授業を通して、数学に対する考え方で変わったところはありましたか？変わった方は以前と比べてどのように変わりましたか？」に対する回答

①少し数学がおもしろく感じた。

②自分には難しいことばかりだったので、少し数学に対する苦手意識が強くなったような気がする。

③難しい

「最後に今回の授業の感想をお願いします。」に対する回答

④今まで知らなかったことだったので非常に興味深かったです。数学がちょっとおもしろいなぁと思いました。

⑤数学って深いと思った。

⑥ユニークな授業で普段には経験できない授業ができてとてもおもしろかったです。数学を考え直すよい機会になりました。

⑦数学がどのような過程で現代のようなものになっているのか知りたくなりました。

⑧数学についてもいろいろなことが分かり、これから数学について考えていこうと思った。

授業後に行った生徒へのアンケートの内容（上記）をもとに課題 3 について議論していく。

これまでに多くの研究で、数学史を授業に利用し、原典解釈や追体験をすることによって、数学への興味・関心を高めることができることが示されている。本研究では、縄を用いた追体験や、各地の歴史的原典・資料に出てくる数学を知ることよって、生

徒たち自身が学んでいる数学へも興味・関心が持てるように授業を構成した。

アンケートの①、④、⑤を見ると、生徒たちは、数学のおもしろさ、数学の深さなどを実感できたと言える。筆者は、数学のおもしろさ数学の深さなどを実感することが、生徒にとって数学を勉強する意味の１つにつながると考える。そこで数学への興味・関心を持つにはまず、数学のおもしろさや重要性を理解することが重要であると考える。⑥、⑦、⑧では、「数学を見直す」「知りたくなりました」「数学を見直す」など、数学に対してただ興味を持っただけではなく、生徒自身が数学についてもっと知ろうとする姿が見られる。

しかし、②、③のような意見もいくつか見られた。取り扱った文献の文章が多少難しかったことと、内容の構成の不手際が原因としてあると感じる。

以上から、数学への興味・関心を喚起するという課題 3 が達成されたということがいえるが、まだ課題も残されている。

7. おわりに

本研究では、古代インドやバビロニアの古代数学の原典解釈と、当時数学を利用していた人々の追体験を通して、数学への興味・関心を喚起し、生徒の数学観の変容を促すかどうかを考察した。

その結果、日常生活、社会生活において数学が果たしている役割について生徒たちに理解させるために、古代数学の原典や、当時使われていた道具の教材化を図ることが有効であるということがわかった。また、それにより、数学への興味・関心を喚起することが可能であるということが考察できた。

今後は生徒たちが抱いた興味・関心が、どのような場面で、どのような数学に対する興味・関心へとつながっていったのかについて追求したい。また、今回取り上げた『シュルバスートラ』等と関連させて、他にどのような教材を取り上げれば、より生徒の興味・関心を喚起できるか研究することが今後の課題である。

謝辞

本授業の実施に際し、栃木県立佐野高等学校の会田英一先生をはじめとする数学科の先生方から貴重なご意見とご協力をいただきました。ここに厚く御礼申し上げます。

註）本研究は、文部科学省科学研究費特定領域研究(2)課題番号 17011014「代数・幾何・微積分の動的理解を促す「使える数学」教材サイトの開発に関する研究―数学用機械とJAVA による移動・変換と関数・微積ハンズオン教材の WEB 化研究（II）―」（研究代表者礒田正美）による研究の一環として行われた。

参考・引用文献

文部科学省(2005).*高等学校学習指導要領解説：数学編，数理編*(一部補訂 1 版).東京：実教出版.

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(13)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.77-89、2006年3月

礒田正美(2001).異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察：隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて.*筑波数学教育研究* 20,39-48.
礒田正美(2002).解釈学からみた数学的活動論の展開：人間の営みを構想する数学教育学へのパースペクティブ.*筑波数学教育研究* 21,1-10.
礒田正美(1987).数学学習における数学史の利用に関する一考察.*筑波大学駒場中・高等学校研究報告*,26,157-174.
礒田正美，土田知之(2001).異文化体験を通じての数学の文化的視野の覚醒：数学的活動の新たなパースペクティブ.*日本科学教育学会年会論文集* 25,487-498.
土田知之(2002).学校数学における数学史教材の開発に関する研究.*平成 13 年度筑波大学修士論文*
著者不明(1980).アーパスタンバ・シュルバスートラ(井狩弥介 訳).矢野道雄(編),*インド天文学・数学集*(pp.373-488).東京：朝日出版.
ヴァン・デル・ウァルデン(1984).*数学の黎明*(村田全,佐藤勝造 訳).東京：みすず書房.
劉徽(1980). 劉徽註九章算術(川原秀城 訳).藪内清(編),*中国天文学・数学集*(pp45-271).東京：朝日出版社.
ノイゲバウアー(1984).*古代の精密科学*(矢野道雄,斉藤潔 訳).恒星社厚生閣
ユークリッド(1971)*ユークリッド原論*(中村幸四郎ほか 訳).共立出版.
山田奈央(2003).「矩」を題材とした創造性の基礎を培う授業について： 中国数学史原典「周碑算経」の解釈を通して. *中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(10)「確かな学力」の育成と歴史文化志向の数学教育： 個に応じた指導, 数学史・道具*.筑波大学数学教育学研究室
林亜規子(2004).ピタゴラス数に関する古代数学を題材とした授業研究：インドの縄張り数学とギリシアの四角数の追体験を通して.*中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)「確かな学力」の育成と道具を用いた数学教育*.筑波大学数学教育学研究室.
矢代淳(2004).算木と天元術を用いた実践研究：証明のない数学による証明観の変容. *中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)「確かな学力」の育成と道具を用いた数学教育*.筑波大学数学教育学研究室.
今居利彦(2005).道具と数学史を用いた授業研究：日本の測量における六分儀を用いた三角比の学習. *中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)Numeracy の規定の諸相と歴史文化志向の数学教育：新しい教育課程へのアプローチ*.筑波大学数学教育研究室
松崎大輔(2005).解釈学的営みによる生徒の数学観の変容：日時計の影の扱いにみる古代の宇宙観. *中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)Numeracy の規定の諸相と歴史文化志向の数学教育：新しい教育課程へのアプローチ*.筑波大学数学教育研究室