授業研究第3日目

和算

～零約術(巻之三)～

関孝和大全 関孝和

年	組	番
氏名		

授業者:筑波大学大学院修士課程教育研究科教科教育専攻
数学教育コース
永田 岳

零約術～大成算経～

零約

假如有乗数三筒零八釐六竜六絲一忽四微二纎弱問約率

答曰　乗率　三百九十二

　　　除率　一百二十七

法曰　置乗数三筒〇八六六一四二以一箇烏除数以之除乗数三筒〇八六六一四二得一段三箇差八釐六六一四二以段数三即為乗率以一筒為除率得第一弱率以一差八釐六六一四二除除数一筒得第二段一十一筒差四釐七二四三八以段数一十一乗第一率加一筒於乗率得第二強率乗除三十四一十一以二差四釐七三四三八除一差八釐六六一四二得第三段一筒差三釐九三七〇四以叚数一乗第二率加第一率得第三弱率乗三十七除一十二以三差三釐六六一四二除二差四釐七二四三八得第四叚一筒差七竜八七三四以叚数一乗第三率加第二率得第四強率乗七十一除二十三以四差七竜八七三四除三差三釐九二七〇四得第五叚五筒差三四微以叚数五乗第四率加第三率得第五弱率乗三百九十二除一百二十七於是以除率一百二十七即除五差三四微得二沙六七七強是第五商差於原商三箇〇八釐六絲一四二之較八位合以爲精率

零約術の仕組み

《 3.0866142 の近似分数を求めなさい 》

第二段 11	1.0000000	3.0866142	3 第一段
	9527562	3.0000000	
第四段 1	472438	866142	1 第三段
	393704	472438	
	78734	393704	5 第五段
		393670	
		34	

$$\left.\begin{array}{ll}\text{分子} & 3 \\ \text{分母} & 1\end{array}\right\}\text{第一弱率}\left(\frac{3}{1}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}3\times 11+1=34 \\ 1\times 11 \quad\quad =11\end{array}\right\}\text{第二強率}\left(\frac{34}{11}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}34\times 1+3=37 \\ 11\times 1+1=12\end{array}\right\}\text{第三弱率}\left(\frac{37}{12}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}37\times 1+34=71 \\ 12\times 1+11=23\end{array}\right\}\text{第四強率}\left(\frac{71}{23}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l}71\times 5+37=392 \\ 23\times 5+12=127\end{array}\right\}\text{第五弱率}\left(\frac{392}{127}\right)$$

之を以って精率とする。

（3.0866142 の近似）

$$3.0866142 \qquad \frac{392}{127} = 3 + \cfrac{1}{11 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5}}}}$$

（3.0866142）

$$3.0866142 = 3 + \cfrac{1}{11 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{2315 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}}}}}}}$$

【 問題Ⅰ－ⅰ 】

下の表は 3.0866142 を A として考えたときの零約術の表です。空欄を埋めなさい。

《 A の近似分数を求めなさい 》

a_2	x_1 a_2x_2	A a_1x_1	a_1
a_4	x_3 a_4x_4	x_2 a_3x_3	a_3
$\vdots$	$\vdots$	x_4 $\vdots$	a_5

$$A \text{ の近似分数} = \square + \cfrac{1}{\square + \cfrac{1}{\square + \cfrac{1}{\square + \cfrac{1}{\square}}}}$$

【 問題Ⅱ－ⅰ 】

$\sqrt{1}$ から $\sqrt{12}$ の平方根を零約術の表や連分数の特徴にしたがって、分類しなさい。

【 問題Ⅱ－ⅱ 】

【問題Ⅱ-ⅰ】で分類したグループに $\sqrt{1} \sim \sqrt{12}$ 以外の平方根をひとつ加えなさい。

【 問題Ⅱ－ⅲ 】

$\sqrt{101}$ を近似分数にするとき、どのような方法が考えられますか。実際にその方法で近似分数を作ってみてください。

【補足資料】

$$\sqrt{2}=1+(\sqrt{2}-1)=1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{2}-1}}=1+\cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{2}+1}{1}}=1+\cfrac{1}{\cfrac{2+\sqrt{2}-1}{1}}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{\sqrt{2}-1}{1}}$$

$$=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{2}-1}}}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{\sqrt{2}-1}{1}}}\cdots=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+}}}$$

$$\sqrt{3}=1+(\sqrt{3}-1)=1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{3}-1}}=1+\cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{3}+1}{2}}=1+\cfrac{1}{\cfrac{2+\sqrt{3}-1}{2}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{\sqrt{3}-1}{2}}$$

$$=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{2}{\sqrt{3}-1}}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{2(\sqrt{3}+1)}{2}}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{3}+1}{1}}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{2+\sqrt{3}-1}{1}}}$$

$$=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{\sqrt{3}-1}{1}}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{\sqrt{3}-1}{2}}}}\cdots=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+}}}}}$$

$$\sqrt{5} = 2 + (\sqrt{5} - 2) = 2 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{5} - 2}} = 1 + \cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{5} + 2}{1}} = 1 + \cfrac{1}{\cfrac{4 + \sqrt{5} - 2}{1}} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{\sqrt{5} - 2}{1}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{5} - 2}}} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{5} + 2}{1}}} \cdots = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 +}}}$$

$$\sqrt{6} = 2 + (\sqrt{6} - 2) = 2 + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{6} - 2}} = 2 + \cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{6} + 2}{2}} = 2 + \cfrac{1}{\cfrac{4 + \sqrt{6} - 2}{2}} = 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{\sqrt{6} - 2}{2}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\cfrac{2}{\sqrt{6} - 2}}} = 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\cfrac{2(\sqrt{6} + 2)}{2}}} = 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{6} + 2}{1}}} = 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\cfrac{4 + \sqrt{6} - 2}{1}}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{\sqrt{6} - 2}{1}}} = 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{\sqrt{6} - 2}{2}}}} \cdots = 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2 +}}}}}$$

$$\sqrt{7} = 2+(\sqrt{7}-2) = 2+\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{7}-2}} = 2+\cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{7}+2}{3}} = 2+\cfrac{1}{\cfrac{3+\sqrt{7}-1}{3}} = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{\sqrt{7}-1}{3}}$$

$$= 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{3}{\sqrt{7}-1}}} = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{3(\sqrt{7}+1)}{6}}} = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{\sqrt{7}+1}{2}}} = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{2+\sqrt{7}-1}{2}}}$$

$$= 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{\sqrt{7}-1}{2}}} = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{2}{\sqrt{7}-1}}}} = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{2(\sqrt{7}+1)}{6}}}} = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{3+\sqrt{7}-2}{3}}}}$$

$$= 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{3}{\sqrt{7}-2}}}}} = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{3(\sqrt{7}+2)}{3}}}}} = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\cfrac{4+\sqrt{7}-2}{1}}}}}$$

$$= 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{\cfrac{1}{\sqrt{7}-2}}}}}} \quad \cdots = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+}}}}}}}}}$$

和