

礒田正美, “算数・数学教育におけるIT化とその課題”, 中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(9)教育評価の転換と歴史文化志向の数学教育—ADDING IT UP: Helping Children Learn Mathematics—, vol.9, pp.55-60, 2002, 筑波大学数学教育学研究室.

### 概要

IT革命の意味を鑑みて、21 世紀を生きる子どもの能力、21 世紀の数学教育改革からみたIT化の必要を指摘した上で、数学教育におけるこれまでのIT化の進展を振り返り、文部科学省のミレニアムプロジェクトのもたらす意味を指摘した。数学教育におけるIT化の課題の一端を、数学らしいインターフェイス、数学の実験型探究、数学的知識の社会的構成を視野に述べた。

### 参考文献

- 1) “中学校・高等学校における教育課程開発に関する研究(1)～(8)”, 1994-2001, 筑波大学数学教育学研究室.

算数・数学教育におけるIT化とその課題

磯田正美(筑波大学)

要約: IT革命の意味を鑑みて、21世紀を生きる子どもの能力、21世紀の数学教育改革からみたIT化の必要を指摘した上で、数学教育におけるこれまでのIT化の進展を振り返り、文部科学省のミレニアムプロジェクトのもたらす意味を指摘した。数学教育におけるIT化の課題の一端を、数学らしいインターフェイス、数学の実験室型探究、数学的知識の社会的構成を視野に述べた。

キーワード: IT革命、インターネット、テクノロジー、異文化体験、社会的構成主義、実験

### 1. IT化の背後にある二つの革命

IT化の魅力を掘り下げ、その課題を明らかにするのがこの部会である。他方でIT化に対する意識の相違もある。数学教育でIT化は特に必要ないと考える方も現実には多数派である。背景には、IT化への負担感があるが、その一方で、文部科学省では、ミレニアム事業<sup>1</sup>を、先生方を楽にするものと位置づけ、教材のデジタル化を促している。はじめに、IT化の必要を、当面するIT革命<sup>2</sup>の二つの意味づけから共有したい。

IT革命の意味づけには、不連続的な発展、再構造化を含む革命の語義に関わって二つの異なる意味づけがある。一つは、生き残り戦略としてである。もう一つは、教育改革が、IT化抜きには考えられない状況においてである。前者は産業革命との対比によって、後者はルネサンス・科学革命を導いたメディア革命との対比によって性格づけられる。

#### (1). 21世紀を生きる子どものために

教育におけるIT化の必要性は、日本の生き残り戦略と関わっている。日本人が、明日

の食に不安を抱かなくて済む程度の繁栄を得て、わずか40年である。その繁栄が単純に今後も続くと思うのは錯覚に過ぎない。

例えば、産業革命に乗りそびれ、19・20世紀と植民地支配を受け、途上国に甘んじたインドがIT革命に先んじ、21世紀を征すという説がある。かつてインドは四大河文明期と中世のある時期、世界をリードした。産業革命が低コスト・大量生産を先に実現した者を優位にする社会を実現したとすれば、情報革命としてのIT革命は、情報をいち早く入手・操作・活用する者を優位にする。それを、情報技術者の次元から制することができるのがインドの強みである。

IT革命で国力の逆転をめざす国はインドに限らない。インターネットの人口あたり普及率はアイスランドが45%でトップであり、教育におけるIT化への力の入れようも高いと報道されている。先進国・途上国ともに、今、この時こそ、自国を優位に立たせる経済産業戦略の時代と心得て、IT革命で一步先んじる教育を国家目標に掲げている。

最近盛んな米百俵論の背後には、このような世界状況からの立ち後れの現実もある<sup>3</sup>。文

<sup>1</sup> [http://www.manabinet.gr.jp/it\\_ed.pdf](http://www.manabinet.gr.jp/it_ed.pdf)

<sup>2</sup> 今日の情報技術ITは「デジタル化して一元管理できるようにした情報を双方向ネットワークで活用する技術」である。それが革命と結びつく所以は、その技術が価値観・思考方法の次元から産業構造の次元まで、再構造化を迫る文明史的な事件を引き起こすこととみるからくる。IT化は、IT技術を利用する方が体験することに相違ないにしても、その更新は著しく、「とは何か」、というような問いかけで理解しえるわけSのではない。

<sup>3</sup> 日本経済研究センターがまとめた報告書「アジア・日本の潜在競争力」[http://www.jcer.or.jp/research/pj/asia\\_senzai.html](http://www.jcer.or.jp/research/pj/asia_senzai.html)は、日本が教育や情報技術(IT)などの面でアジア各国・地域に遅れをとり、相対的に競争力が後退しているという<http://www.geocities.co.jp/WallStreet/1336/2.18.html>。世界の31カ国・地域の中で、80年の教育偏差値は、カナダ1位、米国2位、日本10位。90年

部科学省は、2005 年までに各教室にインターネット接続したコンピュータ 2 台とビデオプロジェクトとを設備する。今年度内に、学校の全教員が、そこで設置されるコンピュータを利用した指導力を備えることを求めている。性急にも映るが、性急に実現しなければ日本が後進国入りすることさえ起こり得る。新技術への対応に教育がただ振り回されるのは好ましくないが、その新技術の導入に二の足を踏む我々の姿勢が、21 世紀を生きる子らの将来を危うくする。そういった渦中に、現在、我々教育関係者はいる。

## (2). 21 世紀の数学教育を築くために

情報通信革命とも言われる IT 革命は、世界経済のインフラの次元では上述のような産業革命と対比しえるが、社会文化のコンテンツの次元では、同じメディア革命であったグーテンベルクの印刷術の導入に伴うルネサンス・科学革命期と対比される。

グーテンベルク以前、中世ヨーロッパの各村には、本は教会に一冊だけ存在した。羊 250 頭分のも羊皮紙を利用して、写本によって作りえた聖書である。そのような社会では、知は教会の司祭が語る言葉によって統制しえた。それが活版印刷の導入によって、万民の手に渡る。地動説も広まり、聖書と異なる世界観が、出版を通じて普遍化していく。近代市民社会の出現の背後には、このようなメディア革命が存在したのである。

活版印刷が生み出したメディアのパラダイムは、双方向性を備えたメディアによる IT 革命の過程で再体制化を迫られる。書き手はいても読み手がないなど、出版界も様変わ

りしつつある。そして、そのメディア革命が社会文化の革命の変革を伴うとすれば教育関係者はそれを無視し得ない<sup>4</sup>。

数学の歴史においてもメディア革命の影響は存在した。ギリシャにおいて、図形を描き記す砂場こそが数学の推論の場となった。その推論から得られた知見がパピルスや羊皮紙に記され、後世の人々が有意と認めた場合、写本されて残された。砂場で推論すれば、図形を上書きする作図行為が、推論の基本となる。一方で、グーテンベルクの印刷術によって、大量の紙が必要になる時代、その時代に数学における代数表現が整備されていく。現在、小学校で学ぶ式表現そのものがこの時代の代数式表現に伴って出現した。それ以前には、筆算や算盤が算術表現の典型であり、式表現は存在しなかった。代数表現後の天文学では、一本の代数式の長さがノート 1 頁にもなることはめずらしくない。左から右へ上から下へと書き加えていく表現形式は、ノートで可能、砂場では不可能な表現形式である。

砂場か、ノートか、といったメディア選択行為は、そのメディアの機能・制約を表現形式に埋め込む結果を招く。逆に、ある表現形式の選択は、メディアの機能・制約を受け入れることに結びつく。砂場で考えれば、我々の推論は、砂場の機能・制約を受ける。代数表現で考える場合も、ノートの機能・制約を受ける。それが教育内容にも制約を与える。

数学上のメディア革命は、数学教育の内容の変革へ波及する。ガリレオの時代まで、天体の運動は幾何学によって表された。ガリレオが放射体の軌跡を円錐切断面図形パラボラと呼んだことが、その典型である。我々は、同じ運動を、軌跡ではなく二次方程式で表すことを教える。中世の学科目、自由学芸 7 科

に日本は台湾などに抜かれ 17 位。最新ランキングで日本は、香港、台湾、シンガポール、韓国に抜かれ 25 位。日本の教育偏差値が順位を下げた最大要因は、政府の教育支出であるという。アジア各国・地域は経済発展に伴い基礎教育を充実させて日本に追いついただけでなく、高等教育の面でも日本をしのぐ環境を急速に整えつつある。教育偏差値は次のデータから算出している。①中等教育（中学、高校）就学率 ②高等教育（大学、大学院、専門学校）就学率 ③国民総生産（GNP）に対する政府教育支出額の比率 ④高等教育を受けている学生 1 人当たりに対する経済支出額

<sup>4</sup> 例えば、著作権問題など情報の公開と活用に関わる意識の転換だけ話題にしても教育の問題である。我々は、中世から近代にかけて行われた魔女狩りから、我々は中世に生きた人々の宗教意識と我々との相違を知る。その意識変革をなしえたのは教育によってである。同じような相違として、後世の人々は、例えば、情報意識に関わる変革における教育の果たした役割を語るかもしれない。

目の内、自然ないし数学的4科目(音楽・天文・算術・幾何)では、幾何学的表現こそが表現の基本であった。幾何学表現を基礎とした教育内容は、ルネサンス・科学革命を経ての数学の発展、そして19世紀初頭の学校数学の学科目編成を通じての内容確定、20世紀初頭の改良運動、現代化運動などにみる代数表現と計算を基盤とした内容改訂、それらを通じて、おおむね代数表現へと代替された。

メディア革命としてのIT革命は、数学教育の内容をも変革しようとしている。その動きは米国において顕著である<sup>5</sup>。例えば、米国において教育課程編成の際の基準を提言したスタンダード2000では、代数という語は、従来の中等教育段階における科目名「代数」(方程式や文字式計算などを含む)から、小中高に渡る代数領域という語へと、その語用を転換している。新しい語用では、小学校段階ではパターン発見が、高等学校段階では微積分が、その語に包摂されている。この新しい語用は、日本で言えば関数であり、従ってこのような米国の動向を代数の関数化と呼ぶ。背景には、学校数学におけるグラフ電卓を中心とした電卓利用の普遍化というメディア変更がある。米国では、代数は、履修の難しい科目として、日本で言えば、基礎解析や微積分に相当する科目と受け止められてきた。その履修を実現するために取り入れられた電卓であったが、逆に電卓の利用を前提とすることで、代数の内容が関数化したのである。

教育目標を定めてその目標を達成する手段として道具が持ち込まれるという考え方が、

<sup>5</sup> 例えば、その急激な動きとその論議は、スタンダード草稿1998とスタンダード2000におけるテクノロジー原理の記述表現の相違に読みとれる。スタンダード草稿ではテクノロジーは次のように「べき論」として記されている；「数学教育プログラムは、すべての生徒の数学理解を支援するためにテクノロジーを活用すべきであり、生徒が増大するテクノロジー社会において数学を活用できるようにすべきである。」それに対してスタンダード2000の場合、次のように「本質論」として記されている；「テクノロジーは数学の教授・学習において次の意味で本質的である。テクノロジーは、教えられるべき数学を左右し、生徒の数学学習を支援する」

一般に認められてた。しかし、メディア革命においては、その革命を受け入れることは、同時にメディアによってその目標に強い制約を与えることを認めることでもある。我々が、21世紀をよりよく生きる子どもを育てるべく、数学教育もIT対応すると考えるなら、その先には、選択されたメディアに応じた教育内容の見直しが不可避に起こるハズである。

## 2. 数学教育におけるIT化への展開

IT化を通じて、いかなる数学教育が実現しえるか、それは開発研究の延長で未来予測として語りえるものだが、ここでは、過去を予測の手がかりにする。数学教育におけるコンピュータの利用史をおおまかに振り返れば、70年代パソコン以前の言語・フローチャート時代、パソコンが出現しての80年代末までのプログラミングの時代、90年代中盤までのツール環境の時代、そして現在に至るインターネット環境時代に区分できる。

### (1). 探究環境構築への展開

70年代は、計算機が仮にあったとしても高校に1台に過ぎず、言語・フローチャート、アルゴリズムなどを教えることと関わって、コンピュータが導入された。80年代は、そのような計算機がパソコンとして普及し、先生方は、数学の内容を教える目的で授業用ソフトウェアを個別開発した。単発的に優れた先進事例が開発されたが、機器の相違や言語の相違などが即障害となり、それが広く共有されることは希であった。

単発的ソフトウェア開発の動きは、一段上の教育向け数学探究ツール・探究環境の開発と併存した。グラフィングツール grapes<sup>6</sup>や作図ツール Geometric Constructor<sup>7</sup>が開発されたのは80年代から90年代初頭である。特に、米国においては80年代初頭にこのような動きは発生している。

90年代初頭は、数学上の数学探究ツール開発も最盛期を迎え、それから90年代中盤にか

<sup>6</sup> <http://okumedia.cc.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes/index.html>

<sup>7</sup> <http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ijima/>

け、それらツールを利用する環境下での数学教育という視野から、カリキュラム開発がなされた。米国のグラフ電卓利用を前提とした中等数学教科書・教材群は、その過程で生まれたものであり、スタンダード 2000 における代数の関数化もその結果とみることができる。

一方で、90 年代中盤からインターネットが爆発的に普及し、Java など、OS に依存しないブラウザ上の特定目的数学ツールが一般化し、90 年代末から新世紀に初頭にかけて、それらツールを満載した数学学習サイトが開設された。そこでは、自主開発の愉しみが、単発ツールから、サイト開発、コンテンツ開発へと移行した。特に、コミュニケーションというチャンネルがコンピュータ利用に本格的に数えられるようになったのは、インターネットによってである。それまでは、教室内イントラネットという、個別に会話した方がよほどうまくいきそうな環境上での、コミュニケーションが話題にされていた。インターネットによる双方向の情報交換という状況が、同じものを作って愉しむというコンピュータ利用から、情報を発信し、共有するコンピュータ利用へと状況を一変させたのである。

## (2). デジタル情報化への展開

そして、今後は、インターネット上で、膨大な教育向けデータベースが提供される時代となる。我が国でも、ミレニアムプロジェクトに呼応して、教科書・教材会社などでは、教材のハイパーテキスト化・マルチメディア化を手がけはじめており、その延長上で、双方向コミュニケーションを含んだ遠隔教育も現実化すると考えられる。

この新展開は、道具に併せて教育内容を改訂し開発する 90 年代中盤までのテクノロジーの側からの動きに対して、教育内容を道具の上に乗せていくという意味で、揺り戻し機会となっている。すなわち、90 年代に注目を浴びた、米国で開発されたツール利用を前提とした一部教科書群<sup>8</sup>が、単純に数学教育の主流と

なることはないことを予感させる時代となった。しかし、開発された成果の残すべき部分が盛り込まれるので、その揺り戻しは過去の数学教育への回帰とはなり得ない。

それは、近未来の展開を想像すれば察しがつく。例えば、ミレニアムプロジェクトが提言する、プロジェクトに内容を投影する授業はどのような波紋を及ぼすだろう。生徒の関心をよぶ水準でなしえる投影・プレゼンテーション型の教材が、教科書会社・教材会社などから提供されるならば、やがては、高校や大学で、黒板に教師が手書きで板書して、生徒が筆写していくような授業が、陳腐(?)とも映る価値観が広まる時代も来るかもしれない。

実際、板書する計算が、データや数式計算ツールで提供されたとする。指示入力(クリック)する都度、プロジェクト上の式が、変形されていく。生徒は、最初は、ノートに書き取るかもしれない。しかし、機械でできること、ネット上でデータとして公開し、共有するような情報を、ノートに書き取ることを求め続けられるものではない。少し時代が進み、一人一人の生徒が携帯端末をもてる時代となる。各自が、手元に端末を持てば、板書を複写する行為はデータ転送やブラウザで開いて見に行く行為に代替できる。インターネットで双方向通信が強調されれば、理解というのは受け入れる行為ではなく、発信も含んだ行為にかかわっていく。生徒が、ノート(ファイル)を作る必要を感じるのは、自分の考えを目的的に表現するときであり、それを発表する時、すなわち生徒が発信する状況を伴う折りともなる。そう考えれば、授業は、必然的に双方向のコミュニケーションに立つ探究型に一層変わっていくことだろう<sup>9</sup>。

## 3. 数学教育における IT 化の課題

ここでは、数学教育における IT 化の課題を、「数学らしいインターフェイス」、「数学の実験室型探究」、「数学的知識の社会的構成」

---

<sup>8</sup> 処理ツールの種類に依存して出版されている。このような状況は、数学教育の側からみれば、不自然である。

<sup>9</sup> 現在、数式処理ツールで数学を学ぶ類の教科書は、数式

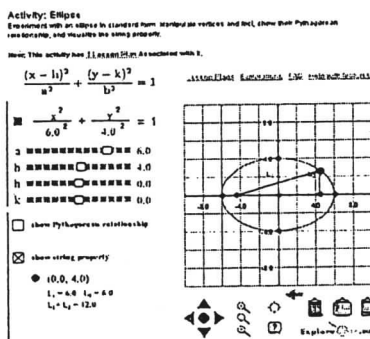
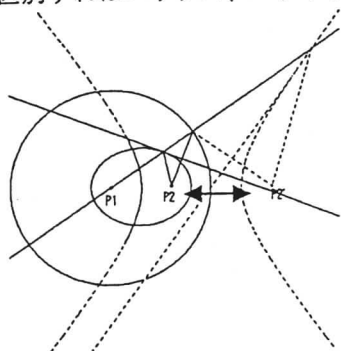
という視野で略述する。

## (1) 数学らしいインターフェイス

数学の表現法は、元来、それぞれの表現法に固有な機能・制約を備えている。我々は、それをどれほど意識しているだろうか。そして、その機能・制約を活かしたインターフェイスを備えたソフトウェアを開発し、活用しているであろうか。

円錐曲線を例にする。学校数学関係者の間では、円錐曲線を楕円、放物線、双曲線という別個の三種類の曲線とみなす傾向がある。どうだろうか。

円錐曲線は、立体図形円錐の切断の仕方によって区別すればエリプス、パラボラ、ハイパボラ



と三種に分けられるが、切断面にできる曲線と言えは1種類である。アポロニウスは円錐曲線論の第1巻をかような空間図形ではじめて、平面図形として円錐曲線を捉え直すことに当てている。平面図形として作図する場合、円錐曲線の作図法は一見3種類あるようにみえるが、作図手順でみれば、実は1種類の図形である。実際、左上の作図で、焦点  $P_2$  をドラッグする。  $P_2$  が  $P_1$  を中心とする円  $P_1$  内にあれば楕円、円  $P_1$  外にあれば、  $P_2$  で双曲線となる。特に、焦点  $P_1$  と焦点  $P_2$  が一致した場合、軌跡は円。焦点  $P_2$  が円  $P_1$  の円周上にある場合の軌跡は頂点。円  $P_1$  の半径が無限、すなわち  $P_1$  が無限円点に飛んで円弧が直線と見なせる場合に、軌跡は放物線となる。このような軌跡の種類は、円錐の切断において現れる図形の種類に相当している。しかし、作

図手順としては、一つ、すなわち円錐曲線は1種類に過ぎない。

そして、パスカルは円錐曲線論試論で、射影幾何学において円錐曲線が1種類にとらえられることを暗示した。複素関数論においても円錐曲線は1種類である。射影幾何学も複素関数論も、円錐曲線を区別せずに一元的に扱える点によさがある。

では、円錐曲線は3種類という学校数学関係者の理解は、何に依拠するのであろう。それは、方程式の標準型に依拠した解析幾何的グラフ表現で円錐曲線を扱う結果である。それは例えば、下のような Web 上のツールにみることができる; <http://www.exploremath.com>

このツール上で、 $a$ ,  $b$ ,  $h$ ,  $k$  のパラメータを変更しても、双曲線や放物線は現れない。方程式による標準型に基づく表現のもつ機能・制約が、円錐曲線は1種類とは考え難い状況を生みだしている。

注意すべきは、この相違から、解析幾何的表現を数学らしくない表現とみなすのは誤りである点である。数学の表現法は、元来、それぞれの表現法に固有な機能・制約を備えている。ここで認めた相違は、単に解析幾何的な表現が与える機能・制約の一つに過ぎない。表現法それぞれに固有な機能・制約がある。

問題とすべきは、ここで「数学らしい表現」という場合の「らしさ」とは何であり、その表現はいかなる「機能・制約」を持つかを、利用する側が意識し得るかである。普遍的なインターフェイスが存在するわけではない。ツールの持つ機能制約を特定した上で、今日以上の目的や探究課題にあったツール、表現を使うことが求められるのである。

## (2) 数学の実験室型探究

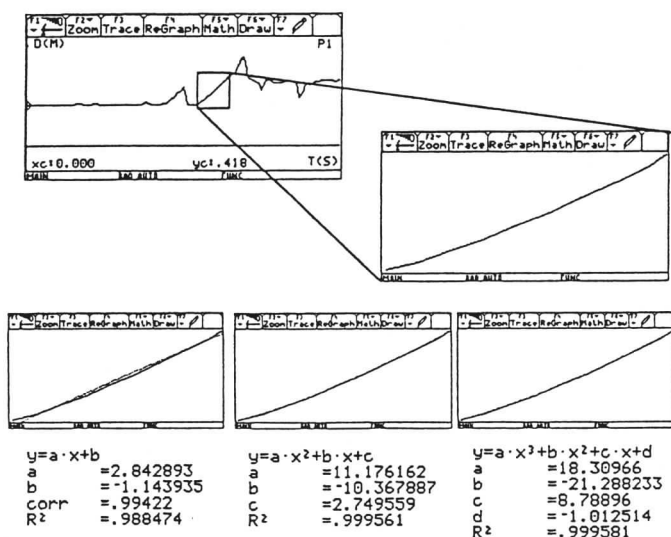
数学において仮説・検証型の探究は、探究という語を使うか否かは別として、普段から

<sup>9</sup> 十分な授業時数が確保されての話である。



なされている。ここで強調すべきことは、そこに実験という語が用いられる点である。数学教育において実験という語が広く用いられるようになったのは、100年ほど遡れるが、数学で実験という語が普遍化したのは、コンピュータによる数値計算や視覚表現が一般化した、ここ20年ほどのことであろう。コンピュータが数学らしい探究環境を提供し、そこでの実験を通じて発見をしていくような学習スタイルは今後ますます拡大するはずである。

問題は、実験室型探究が強調されることで、パターン発見、帰納型のプロセスが一層促進され、逆に既習を基に演繹的に説明するような推論スタイルを損なう状況である。例えば、下図は、落体の運動を回帰したもののである。1次回帰より2次回帰が、2次回帰より3次回帰が、より適合する。ここで適合とは、グラフのパターンに適合させ得るということだけで、帰納にも至っていない。しかし、テクノロジーによって実現したかような作業プロセスは、今後、事象を数学的に処理する意味での一つの範型となりえる。2次回帰であるべきと予想するのは、等加速度運動を根拠に演繹する場合に限られる。何が、適切かは、その文脈において決定されるべきことである。今後求められるのは、質の異なる推論を課題に併せて選択的に工夫活用できる力である。



### (3) 数学的知識の社会的構成

数学には発見の楽しさと同時に共有の楽しさがある。インターネットにより出現したコミュニケーション、それは自らが所属する共同体である教室からは外れた、目的も背景的知識も異なるコミュニケーションである。インターネットで実現するコミュニケーションは、インターネットツールの機能制約を通常のコミュニケーションに付与する結果を招き、単純に共有効率という点からすれば、会って議論した方が効率的だし、潜在的な共有度の高い通常の教室の方がリスクも少ない。

しかし、日常生活において、インターネット上でのコミュニケーション技能が求められる時代である。不明な集団の中で議論を進めることは、IT時代の学習課題である。例えば、近年、コミュニケーションは数学の目標に数えられるが、知らない相手と数学についてコミュニケーションすることが学習課題となり得る。日豪でのインターネットコミュニケーション研究で生徒は次のように感想を述べている。「遠くはなれたオーストラリアの生徒と自分達が話ができるのが面白かった。顔も見ていない、声も聞いたことがないが、それでも彼らは確かに海の向こうに存在していて、僕たちと同じ問題について考えてくれている。それを想像しただけでも嬉しくなる」 教室

を越えて知識の共有をめざすという意味で、このような学習活動は数学における学習スタイルやコミュニケーションスタイルに対する異文化体験としても機能し得る。インターネットコミュニケーションを持ち込むことは、数学教育における目標の意味をその活動に併せて更新することを、数学の文化としての位置づけの再考をも求めている。

#### 参考文献

中学校・高等学校における教育課程開発に関する研究(1)～(8)、筑波大学数学教育学研究室、1994～2001