授業資料

2年　　組　　番　氏名

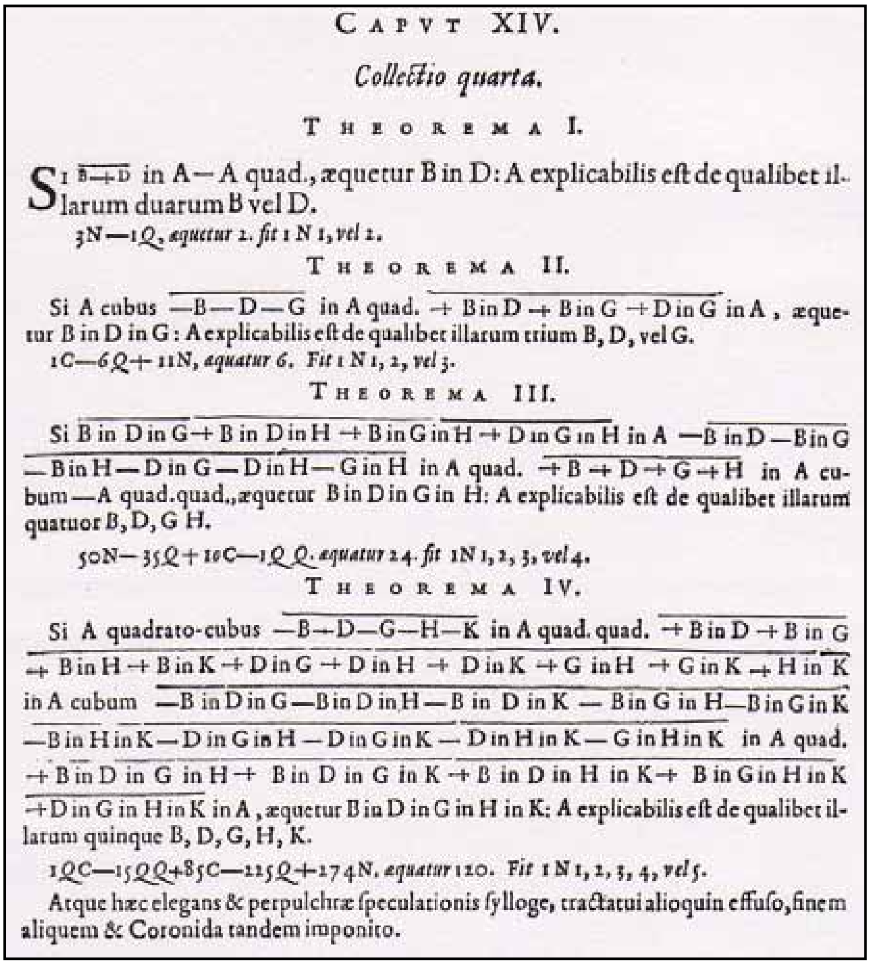
[方程式の理論]

Vol. 2

授業者：筑波大学大学院教育研究科１年
大塚　慎太郎

前回は、メソポタミアとカルダノの方程式の解法について見てきました。カルダノをはじめとするタルタリヤやフェラリなど数学者の活躍で、長年わからなかった三次以上の高次方程式の解を求める方法がわかるようになりました。その結果、ヨーロッパ中に「方程式」の研究が広まり、「方程式」の研究はさらに発展していくように思われましたが、さらに先に進むには大きな壁が二つありました。

さて、この「方程式」がさらに発展するのに大きな壁があったのですが、この壁を乗り越えるのに必要だったものとは何でしょう。



CAPVT XIV.

Collectio quarta.

THEOREMA I.

Si B+D in A − A quad., æquetur B in D: A explicabilis est de qualibet illarum duarum B vel D.

3N − 1Q, æquetur 2. fit 1 N 1, vel 2.

THEOREMA II.

Si A cubus −B−D−G in A quad. + B in D + B in G + D in G in A, æquetur B in D in G: A explicabilis est de qualibet illarum trium B, D, vel G.

1C − 6Q + 11N, æquatur 6. Fit 1 N 1, 2, vel 3.

THEOREMA III.

Si B in D in G + B in D in H + B in G in H + D in G in H in A − B in D − B in G − B in H − D in G − D in H − G in H in A quad. + B + D + G + H in A cubum − A quad.quad., æquetur B in D in G in H: A explicabilis est de qualibet illarum quatuor B, D, G H.

50N − 35Q + 10C − 1QQ. æquatur 24. fit 1N 1, 2, 3, vel 4.

THEOREMA IV.

Si A quadrato-cubus −B−D−G−H−K in A quad. quad. + B in D + B in G + B in H + B in K + D in G + D in H + D in K + G in H + G in K + H in K in A cubum − B in D in G − B in D in H − B in D in K − B in G in H − B in G in K − B in H in K − D in G in H − D in G in K − D in H in K − G in H in K in A quad. + B in D in G in H + B in D in G in K + B in D in H in K + B in G in H in K + D in G in H in K in A, æquetur B in D in G in H in K: A explicabilis est de qualibet illarum quinque B, D, G, H, K.

1QC − 15QQ + 85C − 225Q + 274N. æquatur 120. Fit 1 N 1, 2, 3, 4, vel 5.

Atque hæc elegans & perpulchræ speculationis sylloge, tractatui alioquin effuso, finem aliquem & Coronida tandem imponito.

§2. 方程式の理論の発達

　当時の数学には、現代のような便利な文字表記がありませんでした。そのため、自分の考えを表現するためには言葉で説明しなくてはならず、今と比べてわかりにくい数学でした。また、当時の方程式の研究といえば、ほとんどが方程式を解く方法を見つけることであり、多くの数学者は様々なタイプの問題を解くために方程式を研究していました。そのため、方程式を広い視野で見ることがありませんでした。
　しかし、ある一人の数学者によって、この二つの問題の解決に大きなきっかけが与えられました。

Francois Viete

◎ヴィエトについて

名前：フランソア・ヴィエト
　　（Francois Viete, 1540-1603）
出生地：フランス

主な著書：
　『解析術序説』
　（In Artem Analyticam Isagoge, 1591）
　『数学の問題の諸種の解答』
　（Variorum de rebus mathematicis resonsorum, 1593）
　『方程式の理解と改良について』
　（De AEquationum recognitione et emendatione, 1615）
　（ヴィエトの死後友人であるアンダーソンによって出版された）
　など

ヴィエトの凄さを知る逸話として、次のような話があります。

当時のフランスはスペインと宗教戦争の最中でした。スペイン王からオランダの総督宛の手紙をおさえたフランスでしたが、その文章は当時最先端の難解な暗号で書かれていました。そこで、ヴィエトはこの難解な暗号を解読し、フランスに多大な貢献をしました。スペイン王は絶対に破られないと思っていた暗号が破られたため、『フランスが暗号を解読するのに魔法を使っている』と教皇に訴えたりもしています。

◎方程式への文字の使用

ヴィエトの最大の業績といえば、数学を説明するのに文字を用いたことです。そこで、ヴィエトはどのように方程式を表したか見てみることにします。

Francois Viete “ De AEquationum recognitione et emendatione ” 1615 より引用

THEOREMA I.

SI $\overline{B+D}$ in A − A quad., æquetur B in D: A explicabilis eſt de qualibet illarum duarum B vel D.

3N — 1Q, æquetur 2. fit 1 N 1, vel 2.

[日本語訳]

定理Ⅰ

もし、$\overline{B+D}\ \mathrm{in}\,A - A\,\mathrm{quad}.\ aequatur\ \ B\ \mathrm{in}\,D$ならば、$A$は２つの量$B$または$D$に等しい。

$3N - 1Q, aequetur, 2$において、$1N$に１または２を当てはめてみよ。

$\overline{B+D}$ in A − A quad., æquetur B in D

- A ：未知数
- B ， D ：既知数
- *aequetur* ：等号“＝”
- *in* ：掛け算“×”
- *quad* ：未知数の平方
- $\overline{\qquad\qquad}$ ：括弧“（　）”

3N — 1Q, æquetur 2

- N ：未知数
- Q ：未知数の平方

問題

１．上の意味を参考にして、ヴィエトの述べている定理の中に現れる式を現代の表記に直しなさい。

２．ヴィエトはこの定理で何を言おうとしているのだろうか。

THEOREMA II.

Si A cubus $\overline{-B-D-G}$ in A quad. $\overline{+B\,\mathrm{in}\,D+B\,\mathrm{in}\,G+D\,\mathrm{in}\,G}$ in A, æquetur B in D in G: A explicabilis est de qualibet illarum trium B, D, vel G.

1C—6Q+11N, *æquatur 6. Fit* 1 N 1, 2, *vel* 3.

［日本語訳］

定理Ⅱ

もし、

$A\,\mathrm{cubus}\,\overline{-B-D-G}\,\mathrm{in}\,A\,\mathrm{quad}.\,\overline{+BinD+BinG+DinG}\,\mathrm{in}\,A\ aequatur\ B\,\mathrm{in}\,D\,\mathrm{in}\,G$ ならば、Aは３つの量B、DまたはGに等しい。

$1C-6Q+11N, aequatur, 6$ において、$1N$ に１、２、または３を当てはめてみよ。

問題

１．ヴィエトの述べている定理の中に現れる式を現代の表記に直しなさい。

２．この定理の逆であるAは３つの量B、DまたはGに等しいならば $A\,\mathrm{cubus}\,\overline{-B-D-G}\,\mathrm{in}\,A\,\mathrm{quad}.\,\overline{+BinD+BinG+DinG}\,\mathrm{in}\,A\ aequatur\ B\,\mathrm{in}\,D\,\mathrm{in}\,G$ を証明せよ。