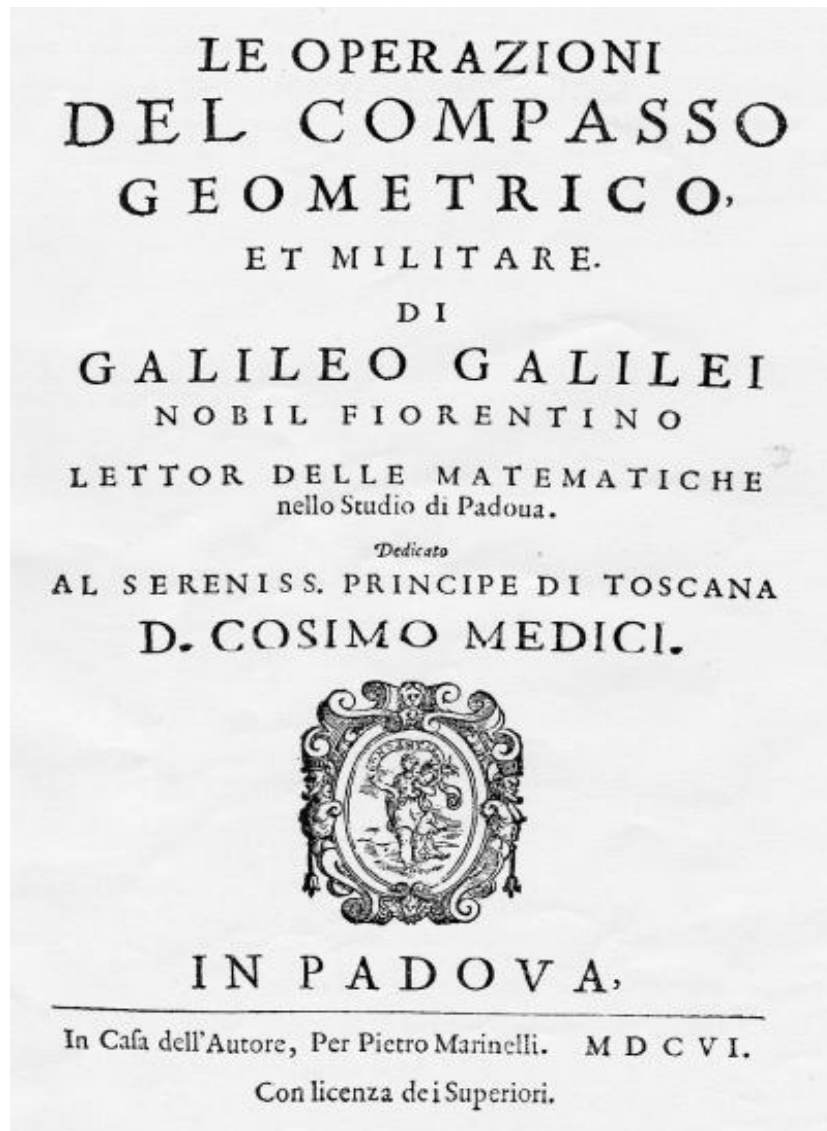


授業資料

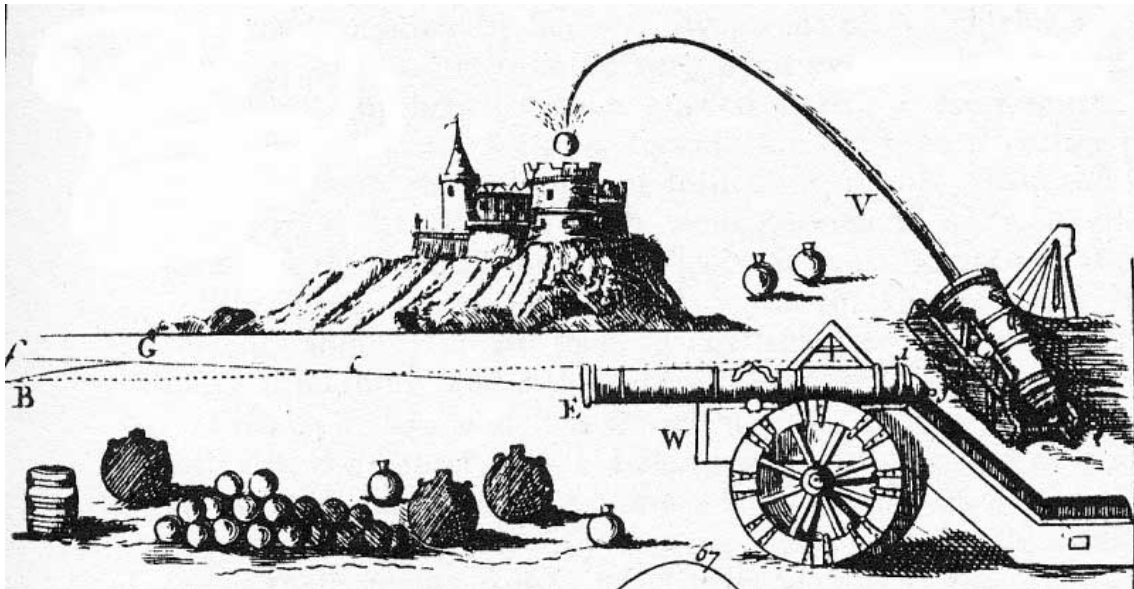
ガリレオに挑戦！（1日目）



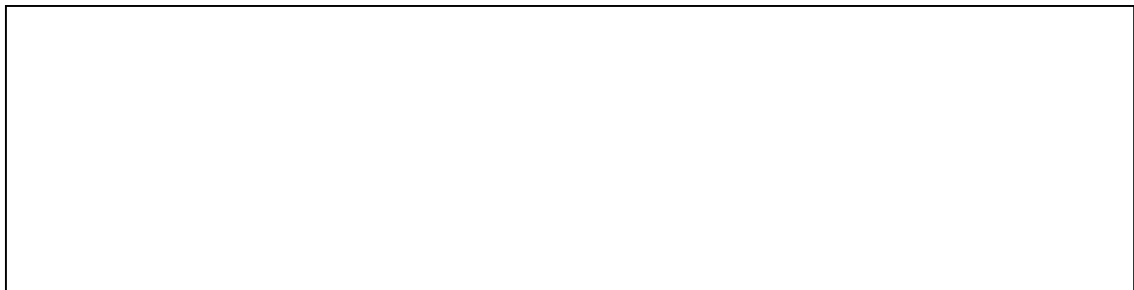
授業者：諏佐 洋一
（筑波大学大学院修士課程教育研究科1年）

2年 組 番
氏名

0 . はじめに



上の図は 16 世紀から 17 世紀の頃の絵です。
あなたが砲手で、城に向けて大砲を撃つとき、どのような情報が必要だろうか？



1 . 人物紹介

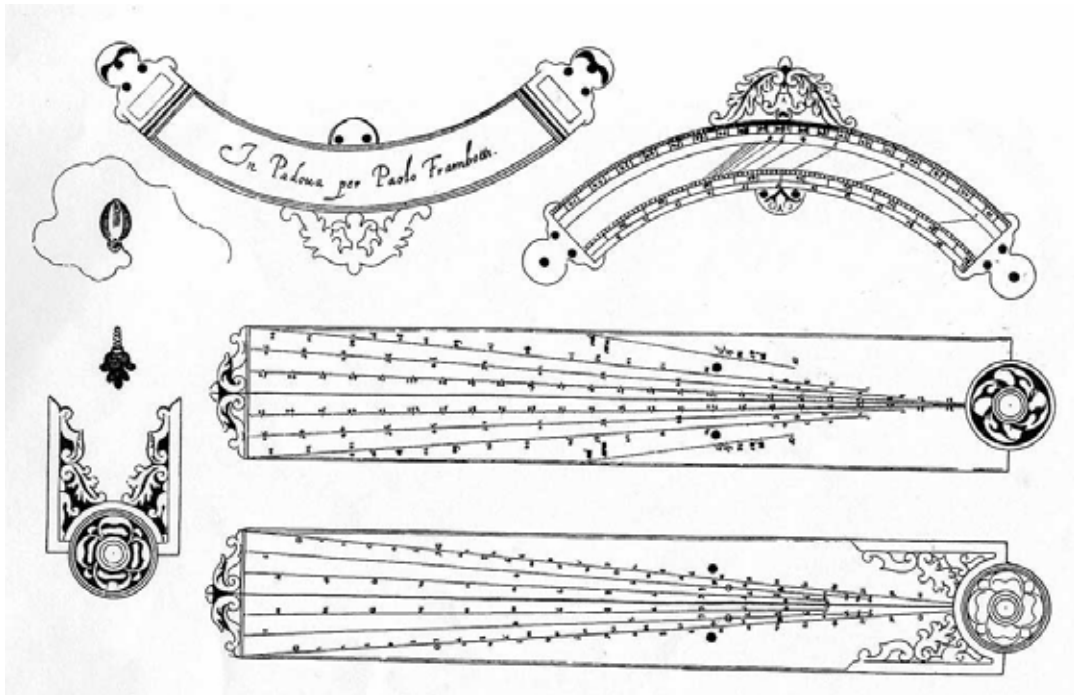
ガリレオ・ガリレイ (Galileo Galilei, 1564-1642)

- ・ イタリアのピサ生まれ (トスカナ大公国)
- ・ 物理学者、天文学者、数学者
- ・ 慣性の法則、物体落下の法則、
振り子の振動の法則を発見
- ・ 望遠鏡を自作 太陽の黒点を発見
- ・ 計算法や測量にも興味を持っていた



2 . ガリレオの比例コンパス

16 世紀から 17 世紀にかけて、万能計算器具である関数尺がヨーロッパ各地で発明された。そのなかでも、ガリレオの発明した「比例コンパス」は、1つの器具で当時のあらゆる数学的問題を即座にかつ容易に解くことができる計算器である。先ほどあげた、大砲の問題にも使われていたことなどから、「軍事的コンパス」とも言われる。



3 . 当時の時代背景

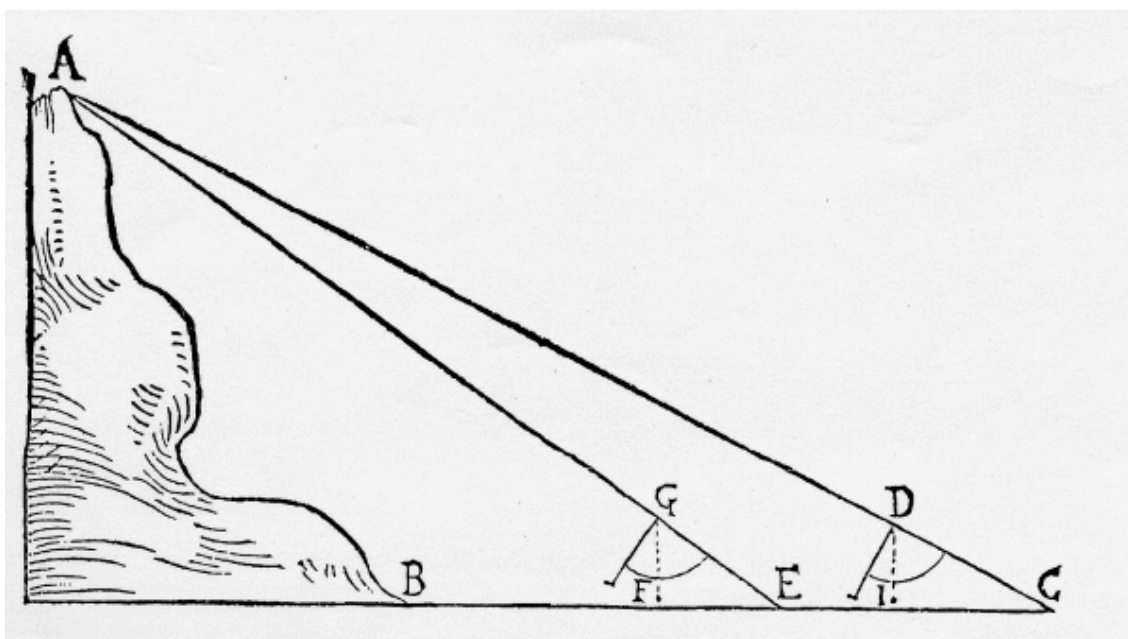
ガリレオが生まれたころは、ルネサンス期の終わりごろで、科学史的には今日「科学革命」とよばれる時代を切り拓く転換期であった。コペルニクスが「地動説」を唱えたことなどで、このころから天文学が大きく発展してくるようになった。

また、この時代の数学を学ぶもっとも重要な理由の1つは戦争に関係していた。1つは、上流階級の紳士たちに築城学を背景として教えられた。例えば、城の壁を攻撃で壊れないように頑丈にするには、壁をどのくらいの角度にするかを算出する方法が教えられた。もう1つは労働階級の職人たちに、砲弾を狙った標的に当てるためには、どの角度に向けるべきかを教えられていた。

4 . 17 世紀における測量

ガリレオは、1606 年に「比例コンパス」の説明書として、『*Le Operazioni del Compasso Geometirico et Militare*』を書いている。その中の測量について書かれている、一部分を読んでみよう。

If we want to measure a height whose base cannot be seen, such as the altitude of the mountain AB, we being at point C, let us sight at the summit A and note the graduation at I cut by the vertical DI, and for example let this be 20; next, approaching the mountain 100 paces and coming to point E, we sight the same summit and note graduation F, which is 22. This done, multiply together the numbers 20 and 22, making 440, and divide this by the difference between those same numbers, which is 2, giving 220, and that many paces high we shall say the mountain is.



この本はイタリア語で書かれているが、今回用いる文章は Stillman Drake によって書かれた英訳本『*The Operations of the Geometric and Military Compasses*』(1977)からの抜粋である。

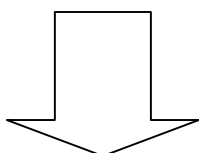
<和訳>

もし、土台が見られない高さ（例えば山 AB の高さ）を測りたいなら、地点 C に立ち、頂上 A を望み、鉛直線 DI によって切断された I のところの目盛りを読んで書き留める（例えばこの目盛りを 20 としよう）。次に山の方に 100 歩進んで、地点 E に来て、同じ頂上を望み、目盛り F を読み、書き留める（例えば 22）。これを行った後、20 と 22 をかけて、440 を作り、これを同じ数の差、つまり 2 で割ると、220 を得る。それが山の高さと言える歩数になるだろう。

実際に実演してみよう！

どうして、このような簡単な計算で山の高さが測れるのだろうか？

このように簡単な計算で高さが求められたのは目盛りをうまく取ったからである。このほかにも、図を見てわかるように、たくさんの目盛りが刻まれており、様々な問題を解決できる。しかし、ガリレオはこの器具を独占し、パドヴァ大学での職の更新と昇給に利用するため、説明書である『*Le Operazioni del Compasso Geometirico et Militare*』には目盛りのとり方については触れておらず、秘密にしていた。



～ガリレオへの挑戦～

みんなで目盛りの秘密（取り方）を探ってみよう！

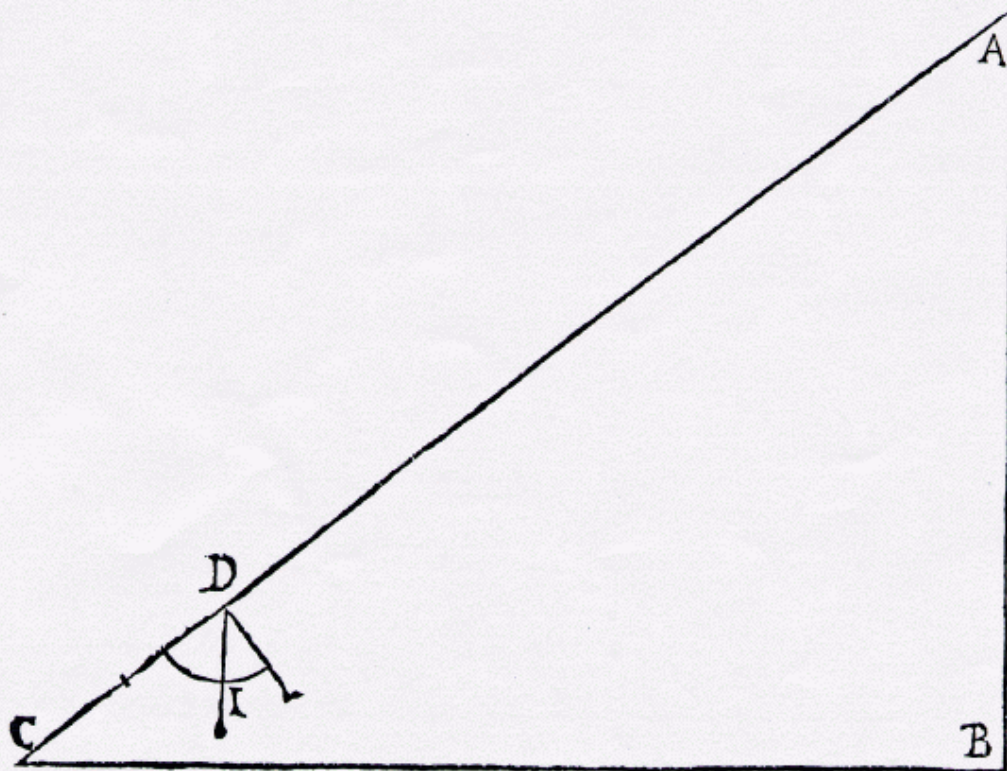
Capra（1580-1626 頃）がガリレオのノートを見て、翌年（1607 年）に比例コンパスの作成法と使用法を書物で公刊してしまったとき、ガリレオはこの学生に抗議し、大学から追放させている。

5 . 四分円の目盛り

VARIOUS WAYS OF MEASUREMENT BY SIGHTING; and first, of Vertical Heights whose bases we can approach, and [from which we can] retire.



he final circumference, divided into 200 parts, is a scale for measuring heights, distances, and depths by means of sighting. And beginning first with heights, we shall show various ways of measuring them, starting with vertical heights whose bases we can reach, as it would be if we wished to measure the height of the tower AB. Being at point B, let us move toward C and walk 100 paces or other units. Stopping at C, let us sight along one side of the Instrument



at the height A, as is seen for side CDA, and note the graduations cut by the thread DI. If these fall in the 100 away from the eye, as in the given example for arc I,²² the number of those graduations is the number of paces (or other units we have measured along the ground) that we shall say are contained in height AB. But if the thread cuts the other 100, as seen in the next diagram

<和訳>

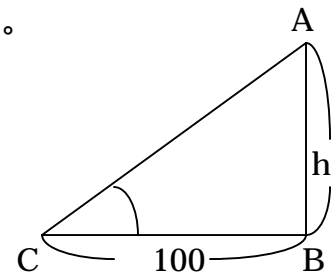
観測を用いた測量の様々な方法
土台に近づくことができ、後退できる垂直の高さ

200 の部分に分割された最後の (番外の) 円は観測によって高さ、距離、深さを測量するためのスケールである。はじめに、高さを測るのに、土台に近づくことができる垂直の高さで考える。タワー AB の高さを測りたいとしよう。地点 B の行き、C の方へ 100 歩、もしくは他の単位分を歩こう。C で止まり、高さ A、辺 CDA に対して見られるように、器具の 1 側面に沿って測量しよう。そして、糸 DI によって切断された目盛りを読もう。もし、それらが視点から離れた 100 にあれば (例えば弧 I として)、それらの目盛りの数は歩数 (他の地面に沿って測った単位の数) であり、高さ AB に等しいと言える。

このとき目盛りはどのように円周上にとられているのだろう？
今まで学んできた数学で考えてみよう

今、求める高さを h 、仰角を $(0^\circ \quad 45^\circ)$ とする。

$h =$



だから、目盛りは の 倍でとられている。

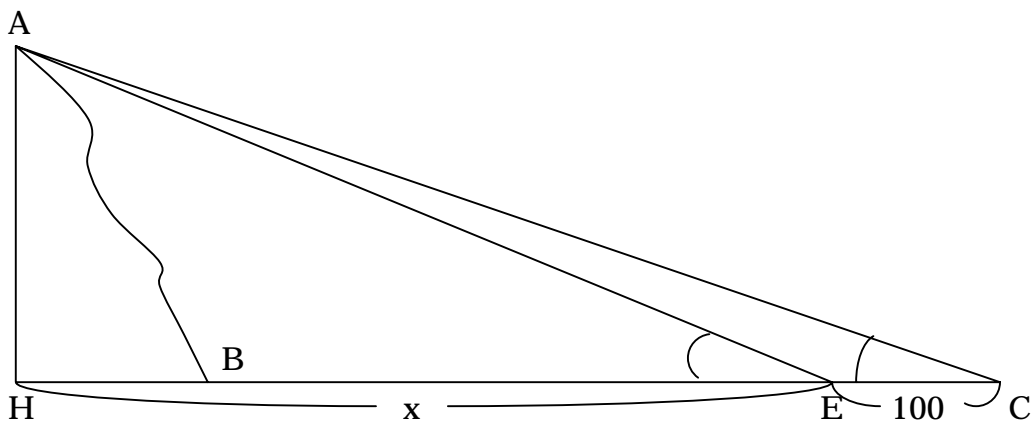
メモ

6 . 山の測量

目盛りがどのように取られているかわかったところで、先ほどの問題であった、山の高さが簡単な計算で求められることを証明してみよう。

証明

図のように A、B、C、E、H をとり、
 $AEH = \quad$ 、 $ACH = \quad$ 、 $HE = x$ とする。

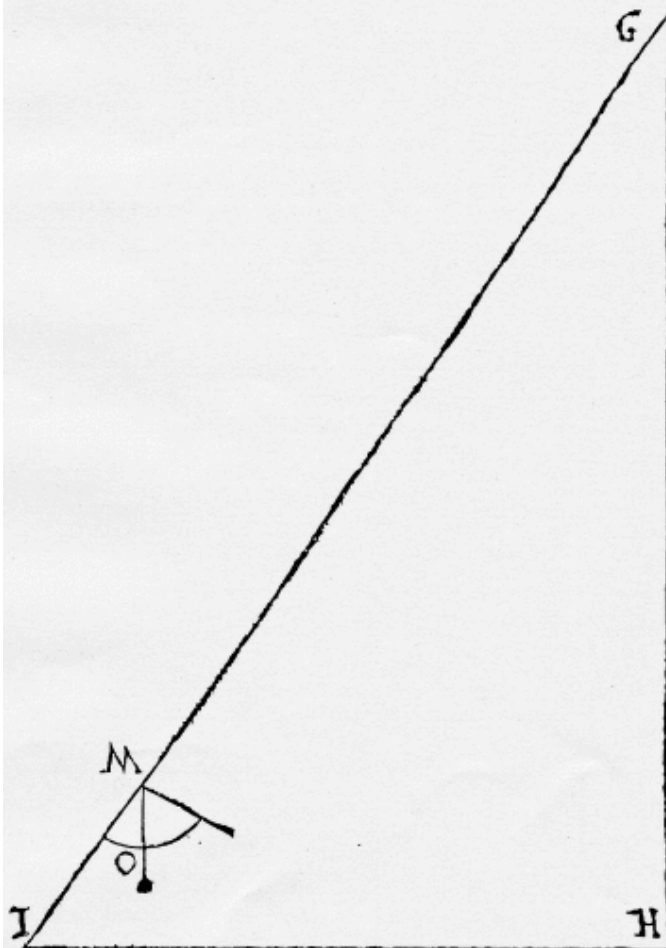


補足

仰角が 45° 以上のときの測量

目盛りを見るとわかるように、 45° 以上の目盛りは、単に \tan で取られているわけではない。よって、 45° 以上の時には違った計算法で求めなければならない。どうやって計算されているか見てみよう。

height AB. But if the thread cuts the other 100, as seen in the next diagram in which we want to measure the height GH, our eye being at I and the thread cutting points M and O, then take that number of graduations and divide it into 10,000; the result will be



the number of units contained in height GH. For example if the thread cuts point 50 [in the arc near the eye], then divide 50 into 10,000 and get 200, and that many units [of which 100 equal IH] will be contained in height GH.

We have seen that sometimes the thread will cut the 100 away from the side along which we sight, and sometimes it will cut the 100 touching that side; either may happen in many of the ensuing operations. Therefore as a general rule it is always to be remembered that when the thread cuts the first 100, contiguous to the sighting side, one must divide 10,000 by the number

cut by the thread, following in the rest of any operation whatever rule is written there; for in the ensuing examples we shall always assume that the thread cuts the second 100 [away from the eye].

<和訳>

しかし、次の図形で我々の目が I にあり、糸が点 M と O を通るときに、高さ GH を測りたいとすると見られるように、糸が別の 100 (45° 以下での目盛りとは別の目盛り) で切断するならば、目盛りの数字をとり、その数で 10000 を割る；その結果が高さ GH に等しい単位の数になるだろう。例えば、もし、糸が (視点の近くの方での) 50 で切断されたら、10000 を 50 で割って、200 を得る。そして、(100 に相当する IH の) 単位の数が高さ GH に等しいだろう。

なぜこの計算で高さ GH が測れるのだろうか？
今まで学んできた数学で考えてみよう。

IMO= とする。

GH=100 (を使って式を立てる)

=100

分子、分母にそれぞれ 100 をかけて

GH=

だから、仰角が 45° 以上のときは、上の計算で高さが求められるのである。

明日へ続く