

道具を用いた数学的活動による実践研究

計算尺を題材として

筑波大学大学院修士課程教育研究科
本福陽一

章構成

要約

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| 1. はじめに | 本研究は、数学学習において数学史や文化的価値を備えた |
| 2. 研究目的・研究方法 | 道具を取り入れた授業を実践することにより生徒の数学観 |
| 3. 計算尺を用いた数学的
活動の教材化 | の変容がみられるか検証した。礪田(2001)が言うように、 |
| 4. 計算尺の数学的解説 | 数学を人間の営みとして捉え、カルチャーショックを伴う |
| 5. 「計算器を使おう」の授
業概要 | 異文化体験により、新たな文化的視野を覚醒させることが |
| 6. 議論 | できるという視点から、生徒の数学観の変容がみられるの |
| 7. おわりに | ではないかと考え、計算尺を題材にして教材化を図った。 |
| | そして、授業実践により、数学史の有用性が確認できたと |
| | 同時に、生徒の数学に対する興味・関心を高めることが示 |
| | された。 |

キーワード：数学史，異文化体験，数学的活動，計算尺，対数

1. はじめに

平成13年度小中学校教育課程実施状況調査報告書 - 中学校・数学 - (国立教育政策研究所教育課程研究センター，2003)によれば、数学は「学年が進むにつれて、役に立たないと思う生徒が増えてくる」(p.245)との報告がある。このことは、数学の学習内容の抽象度が増すほど、数学が実生活から隔離されたものとして扱われると感じるようになることを意味づけている。この報告により、数学学習に数学的な見方や考え方のよさやその価値を見出そうとする生徒の態度が欠落していく傾向にあることが危惧される。そこで、本研究の主題として実践授業による生徒の数学観の変容を挙げ、生徒の数学的活動を通して数学的な見方や考え方のよさを見出す態度を生徒の中に育成することとする。

生徒の数学する心はその生徒の数学観に支えられ、その数学観は経験によって変容する。今回の研究においては、数学観の変容を促すものとして、数学史を取り上げる。また、礪田(2001)によれば、「異文化体験を自らの文化を自覚し、その文化を発展させる文化的視野の覚醒への好機」(p.40)とみなし、さらに、「普段与えられることのない課題を投げかけて異文化体験させて、生徒自身が学んでいる数学文化を自覚できない状況、学んでいる数学から疎外されている状況から脱して、その意味を自覚し、それ以後の数学意識への新たな視野を提供する」(p.43)と述べ、生徒が数学史の原典解釈によって異文化体験をする機会を設けることにより、生徒の文化的視野の覚醒を提供することができるとしている。本研究

において生徒が扱う原典とは、翻訳文献までを含めることとする。数学が人間の文化的営みによって発展し、発見されてきたという視点で数学学習に数学史を取り入れることの有用性は多くの先行研究により例証されている。また、数学学習に道具を導入する効果について、野口(2001, p.140)によれば、数学史を題材とした教材を生徒自身の原典解釈や追体験により、「生徒は必要に応じた道具が数学的に発明されていることを理解し、更に自らの道具の法則を見つけようという意欲を持った」と述べている。

本研究では、学習指導要領における高校数学 で取り上げられる「対数関数」に関連して、数学史の文献・道具を用いた教材を開発し授業実践を行った。教材においては、数学的活動を人間の営みであると捉え、対数が現在の数学の指導内容に盛り込まれているような指数関数の逆演算による定義ではないことから、筆者は生徒が異文化体験をする機会を設け、生徒の文化的視野の覚醒を提供しようとする。そして、数学史上の文献の原典解釈に加えて、授業に道具を取り入れることにより、その効果は大きくなると考える。そこで、数学史上の文献の原典解釈を取り入れた授業実践と歴史上の文献に関連した教材をもとに、生徒の数学観に変容が見られるか検証していく。

2. 研究目的・研究方法

(1) 研究目的

本研究では、以下を研究目的とする。

研究目的：道具の操作による数学的活動を取り入れた授業を通して、数学への興味・関心を一層喚起するとともに、数学を人の文化的営みとして捉えることにより、数学学習における数学史の利用が生徒の数学観の変容に貢献できることを考察する。

この研究目的に対して、以下の課題を設定する。

課題1：数学史の原典解釈や追体験を取り入れた授業を通して、計算尺を操作する数学的活動により、数学に対する興味・関心を高めることができるか。

課題2：生徒が当時の原典解釈と追体験により、数学が人の文化的営みとして発展してきたものであると捉え、数学の創造的な側面を見出すことができるか。

(2) 研究方法

数学史を内容とする一次文献を利用したテキスト・道具を開発し、教材化を図る。

そして、授業を実践し、その授業の事前・事後アンケート・ワークシート、また授業の様子を録画したビデオをもとに生徒の反応を見て、設定した課題を考察することにより研究目的が達成されたか調査する。

3. 計算尺を用いた数学的活動の教材化

計算尺は、1970年代に電卓が台頭するまで日本では広く普及していた。計算尺を用いることにより、乗除の計算をはじめ、単位の換算や平方・平方根など種々の計算の値もしくは概算値を求めることができる。計算尺にはこれらの計算器としての道具という側面のほかに、歴史上の文化的な価値を備えた文化財という側面も兼ね備えている。本研究では、

この計算尺の二面性に着目して教材開発を行った。

計算尺の歴史は15世紀から17世紀初頭にかけての大航海時代にまでさかのぼる。大航海時代において、天体の位置を手がかりにして天文航法によりあらかじめ定められた航路にしたがって船を進めていくために、7桁にまでになる天文学的な数の計算をできるだけすばやく行う必要があった。安全な航海をするために計算器が必要となり、そのような生活上の必要性から計算尺という道具が考案されたのである。考案者は諸説あるが、ここでは、イギリス人牧師 William Oughtred(1574-1660)を取り上げる。筆者は、ここに、計算尺の文化的価値を認めることができると考える。

また、計算尺の仕組みを説明するためには、対数概念が必要不可欠である。大航海時代において、航海上の必要性から、乗除を中心とする計算の値をいかに簡単に求めることができるか、ということが主要な問題であった。この問題に大きな解決の糸口を与えたのがスコットランド生まれの John Napier(1550-1617)と呼ばれる人物である。彼は、積を和に変換するという発想のもとで、対数概念の構成に成功した。

本研究においては原典として John Napier による対数の構成に注目し、

A DESCRIPTION OF THE ADMIRABLE TABLE OF LOGARITHMES (pp.1-6)

を用いた。この文献は彼のラテン語による著書“Mirifici logarithmorum canonis descriptio(1614)”の英訳版であり、その内容は、対数の定義、対数の性質、対数表などについて記述されている。ここで注目すべきことは、当時は指数関数の概念が定義されておらず、現在のような指数関数の逆演算としてではなく、対数が数列の概念から定義されているということである。筆者は、この対数概念の構成の原典解釈と追体験により、異文化体験による生徒の文化的視野の覚醒を提供しようとする。

研究目的を達成するために、磯田(2001, p.43)の視点に基づき、「自文化の過般化が通用しない体験によるカルチャーショックを前提に、他者の立場になって考えてみる、他者の世界において考えてみるという解釈学的営みに従事すること」を重視する。大航海時代を生きる人々の立場に立って、なぜ対数概念や計算尺などを必要と感じたのか、という問いに対して、計算尺の文化的価値を認め、対数概念の構成に関する原典解釈や計算尺を操作する数学的活動としての追体験による異文化体験を通して、生徒の数学に対する興味・関心を引き出すとともに新しい視野の覚醒を期待して教材化した。

4. 計算尺の数学的解説

計算尺を用いることにより、乗除算をはじめとして平方根や立方根などさまざまな計算が可能になる。そのような計算の仕組みについて、対数の概念を用いて説明することができる。対数には和の演算を積の演算に変換する性質があるからである。実施した授業においても、計算尺を用いて比例式を解くことや掛け算が可能になる仕組みを数学的に説明するという活動を取り入れた。本研究において用いた計算尺は直線型なので、直線型計算尺の数学的な仕組みについて、乗法を例に取り上げて説明を与えることにする。

掛け算はC尺とD尺を用いて計算することができる。まず、C尺とD尺の目盛りについて説明することにしよう。C尺・D尺ともに左端を1とし右端の1まで目盛りされている。

目盛りは、その目盛りの常用対数を左端からの距離と同一視してとられている。例えば、“2”という目盛りは左端からの距離として $\log_{10} 2$ を表している。そこで、 2×3 の値を計算尺を用いて計算できることを簡単に説明する。

目盛りのとり方に注目すると、下図のように表すことができる。距離の相当性から、

$$\log_{10} x = \log_{10} 2 + \log_{10} 3$$

となっていることがわかる。

ところが、対数の和に関する性質から、

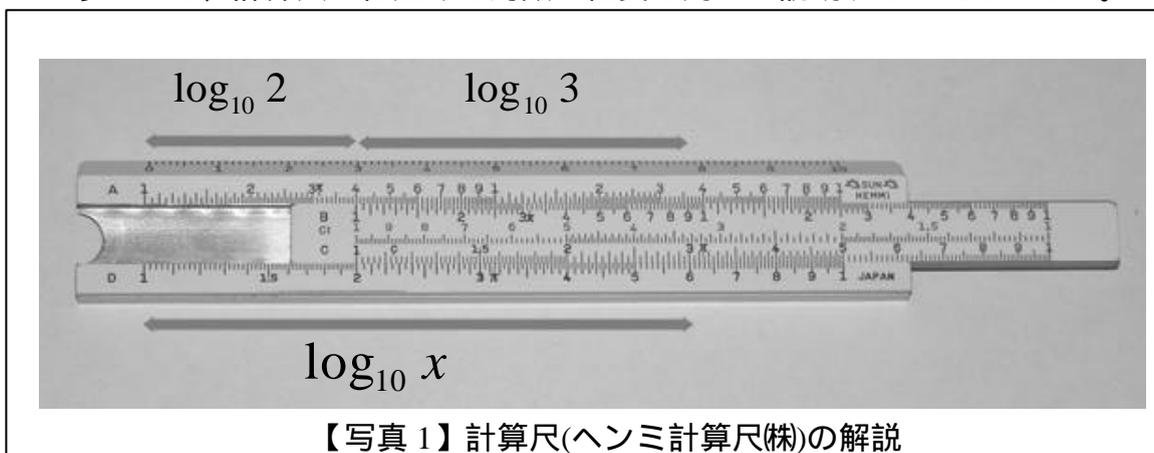
$$\log_{10} x = \log_{10} 2 + \log_{10} 3 = \log_{10} (2 \times 3) = \log_{10} 6$$

である。したがって、

$$x = 6$$

となることがわかる。

このようにして、計算尺の仕組みを対数の性質を用いて説明することができる。



5. 「計算器を使おう」の授業概要

(1) 授業環境

日時：平成 15 年 12 月 9 日・11 日・12 日 (55 分×3)

対象：茨城県立高等学校普通科第 1 学年の生徒 (21 人)

準備：コンピュータ (Windows)、プロジェクター、Microsoft Power Point XP、作図ツール (Cabri Geometry)、授業記録用ビデオカメラ、事前アンケート、事後アンケート、授業資料 (ワークシートを含む)、種々の計算尺

(2) 授業展開



< 1 時間目 >

【ねらい】

計算尺に関する歴史的背景との関連の本で、生徒が実際に計算尺を利用(比例式を解くことや掛け算など)することにより、計算尺の仕組みに対する興味・関心を高めることができる。

【授業の流れ】

導入

生徒にワークシートにある4桁×3桁の計算を指示した。生徒は難なく計算をすることができたが、ここでは生徒に対して面倒な計算に意識を向け、面倒な計算をいかに簡単に計算するかという問題意識を持つように方向付けた。そして、計算尺(写真1)という道具を紹介し、その道具を用いることにより天文学的な数値の計算が可能になるということ伝えた。

計算尺に関する歴史的背景

15世紀から17世紀初頭にかけての大航海時代に関する時代背景を説明した。当時、あらかじめ定められた航路にしたがって航海をしていく天文航法によって安全な航海をするために緯度や経度により船の位置を特定することが必要となり、緯度や経度を計算によりできるだけすばやく求めることが要請されていた。そのような経緯から計算尺という画期的な計算器が考案されたのであるが、計算尺を初めて考案した人物の一人としてイギリス人牧師 William Oughtred(1574-1660)の人物紹介をした。

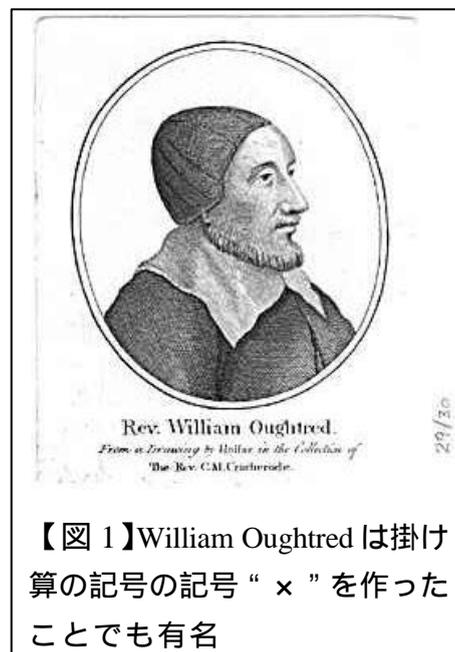
生徒が計算尺を使う活動

計算尺に関する歴史的背景について触れたところで、生徒が実際に計算尺を使う活動に移った。生徒が実際に計算尺を使うことにより、計算尺に対する興味や関心を引き出すことを図った。計算尺を用いことにより様々計算が可能になるのだが、時間の制約上、ここでは生徒が計算尺を使う活動として比例式を解くことと2桁から3桁の掛け算を取り入れた。

・計算尺を使って比例式を解く

比例式 $2 : 3 = 4 : x$ を例に挙げ、計算尺のC尺とD尺を用いて説明した。C尺の‘2’にD尺の‘3’を合わせ、C尺の‘4’に一致するD尺の目盛りを読むと‘6’となっている。この‘6’が比例式の解(つまり、 $x = 6$)となるわけである。

ここで、計算尺を用いた比例式の解き方を生徒が身につけることができたか確認するために、生徒にいくつかの簡単な問題に取り組む活動に移った(写真3)。



【図1】William Oughtred は掛け算の記号の記号“×”を作ったことでも有名

・計算尺を使って掛け算の値を求める

2 × 3 を例に挙げ計算尺のC尺とD尺を用いて説明した。C尺の‘1’にD尺の‘2’を合わせ、C尺の‘3’に一致するD尺の目盛りを読むと、‘6’となっている。この‘6’が掛け算の値になるわけである。これは、比例式 $1 : 2 = 3 : x$ を解くことと同じ操作を表していることを付け加えておいた。

ここでも、計算尺を用いた掛け算の値を求めることができたか確認するために、生徒にいくつかの簡単な問題に取り組む活動に移った(写真4)。

この計算尺を用いた一連の活動を通して、なぜこのようにして比例式を解くことができるのか、また、なぜこのようにして掛け算の値を求めることができるのか、その仕組みを考えていくことを生徒の課題として提示した。

まとめと展望

最後に、1時間目の授業内容のまとめとして、計算尺に関する歴史的背景を復習した。そして、2時間目以降計算尺の仕組みを考察していく活動に入るに際して、計算尺を用いた活動を身近な事象において考察し、計算尺に対する興味・関心をより引き出すために、計算尺を用いて正弦定理により三角形を解く問題を1日目の課題として課した。

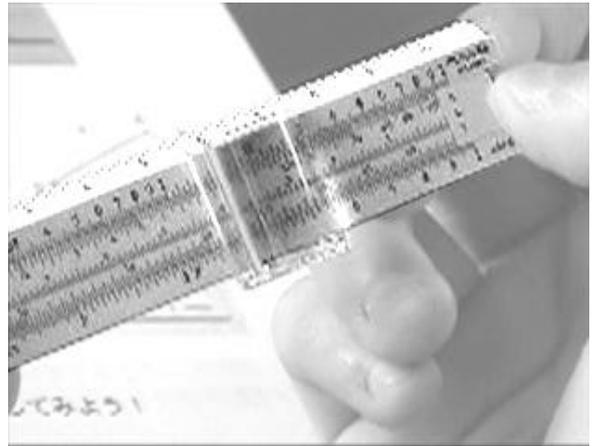
< 2時間目 >

【ねらい】

生徒が原典解釈という解釈学的営みを通して、Napierによる対数概念の定義を追体験により、等差数列と等比数列の対比という観点から考察する。

【授業の流れ】

計算尺の使い方の復習と導入



【写真 3】計算尺(ヘンミ計算尺(株))を操作する様子



【写真 4】計算尺(ヘンミ計算尺(株))の使い方を生徒同士で確認している様子



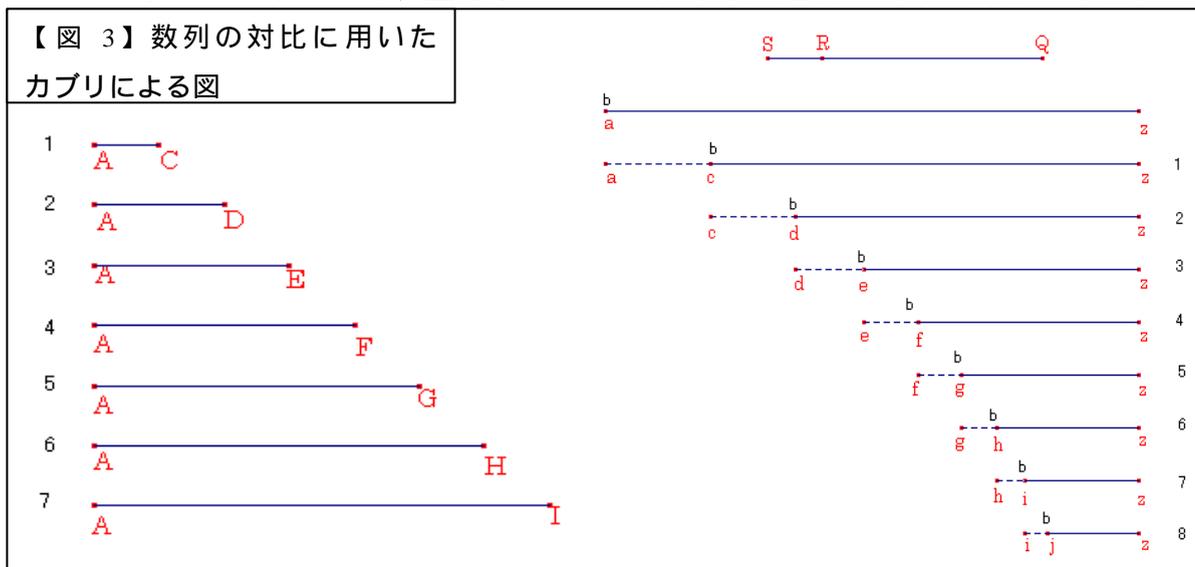
【図 2】John Napier(1550 - 1617)

まず、前回の復習として、比例式の解き方に関する計算尺の使い方を振り返り、実際に具体例に適用することで確認した。その後、1時間目の授業で課してあった宿題に対する考えをクラス全体で共有する場面に移った。前回の授業で計算尺を初めて使ってみての感想で、「使い方が難しい」「なかなか慣れない」などといったものが出ていたが、この宿題の問題に取り組むことを通して生徒が実際に計算尺を操作する活動を行うことにより、生徒の計算尺に対する興味・関心は大きなものになっていったことが確認できた。そして、この計算尺の仕組みを解明するために、Napier という人物が重要であることを伝え、John Napier(1550 1617)の人物紹介に移っていった。そして、Napier の定義した対数を捉えるのに重要な等差数列と等比数列についての説明を行い、原典解釈の活動に移っていった。

“ A Description of the Admirable Logarithmes ” の原典解釈

原典として取り上げた部分は、“ A Description of the Admirable Logarithmes ” において Napier が対数を定義するところである。しかし、この段階ではまだ Napier が作り上げたものが対数であるということを敢えて伏せておいた。

以下の挙げるやりとりは、生徒が ‘ 6.Def ’ にある図を用いて原典解釈する際に見られ



たものである。

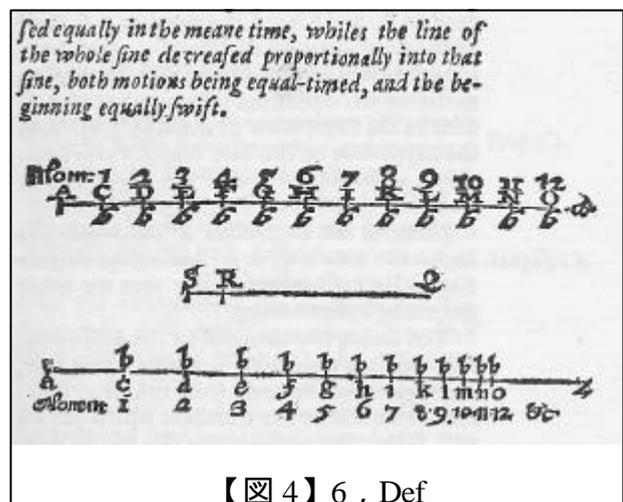
教師：等差数列において、1と2の和はどこにあらわれているでしょう？

生徒：7です。

教師：では、等比数列において、3と4の積はどこにあらわれているでしょう？

生徒：これも7です。

このやりとりからこの生徒は等差数列における加法と等比数列における乗



法の対応に気づいたことがわかる。ワークシートの記述からも多くの生徒がこの対応に気づいていた。

そして、生徒の原典解釈の活動内容として Napier が定義した他の 'Definition' についても扱う予定であったが、時間の制約上、全ての定義について触れることはできなかった。

考察とまとめ

考察としてこの対応を 'Logarithme' として定義し、この 'Logarithme' を対数と呼ぶことを伝えた。授業においては、ここで初めて「対数」という言葉が登場することになった。2時間目のまとめとして、John Napier(1550

1617)が 'Logarithme' と呼ばれる対数を定義したことを伝え、現在多く学ばれている常用対数や自然対数とは異なるということをつけ加えた。そして、計算尺と対数の関係を探ることを次回予告として授業を終えた。

< 3時間目 >

【ねらい】

計算尺を操作するという数学的活動を通して、計算尺を用いて比例式を解くことや掛け算の値を求めることができることを対数の性質から考察する。

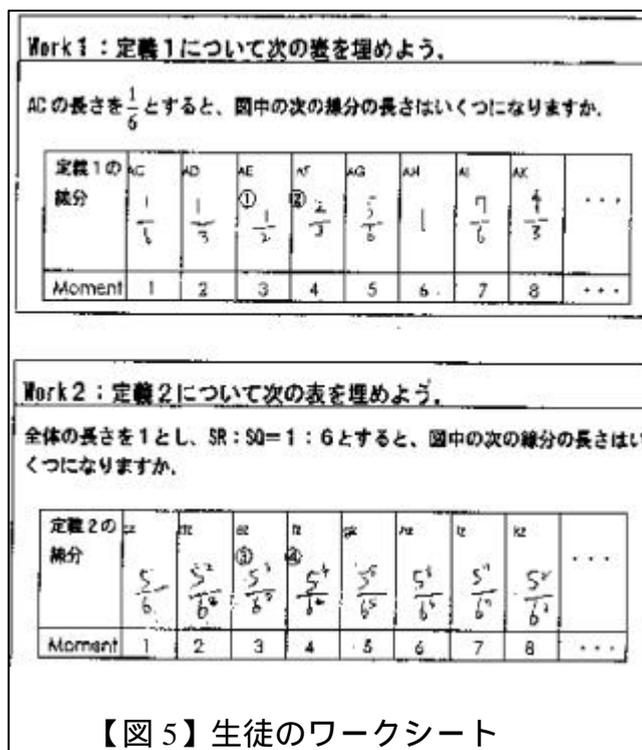
【授業の流れ】

John Napier が定義した 'Logarithme' の復習

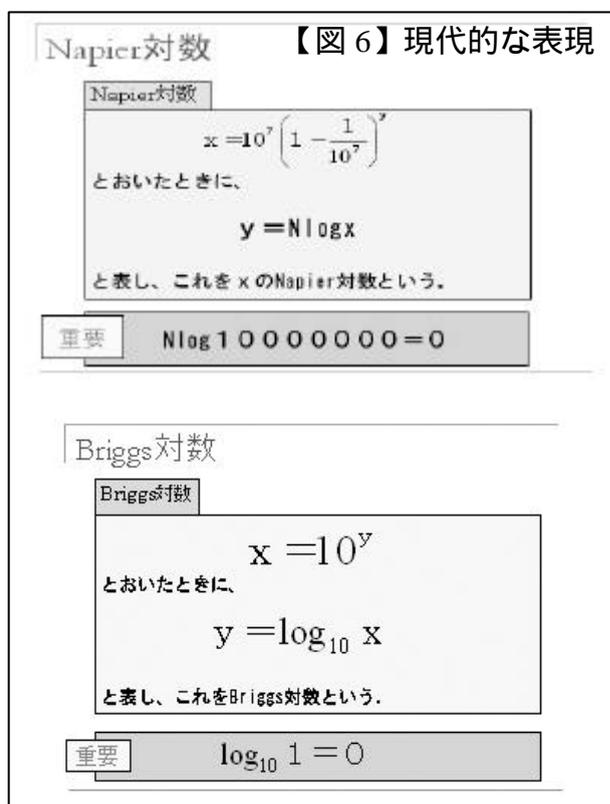
等差数列と等比数列を対比により Napier は 'Logarithme' を定義し、これを Napier 対数と呼んだということを復習するとともに、3時間目の主たる活動として、計算尺を用いて比例式を解くことを説明することであるということを示した。

Napier 対数と Briggs 対数

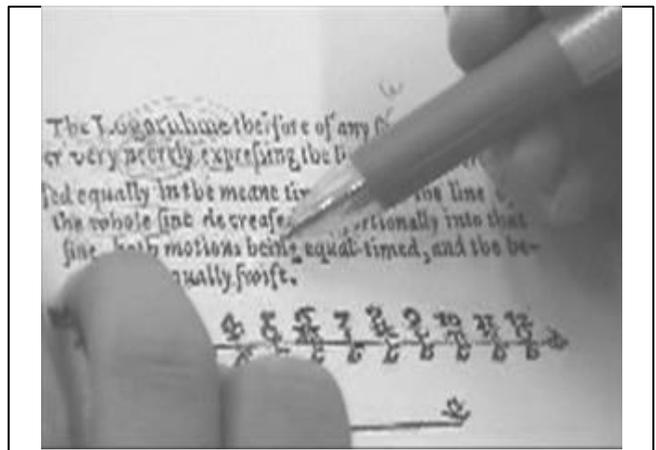
まず、2時間目で定義した Napier 対数



【図5】生徒のワークシート



を現代的な記号を用いて表記した。ここで、Henry Briggs(1561-1631)は、使いやすい形に変形させることにより新たに Briggs 対数を定義した。Napier 対数の定義においては、天文学的な 7 桁の数値の近似計算をするために全 sine を 10^7 としていたので、これにより定義が少し複雑なものになってしまったのである。このような経緯で対数が発展し、これがいわゆる常用対数になっているということを伝えた。



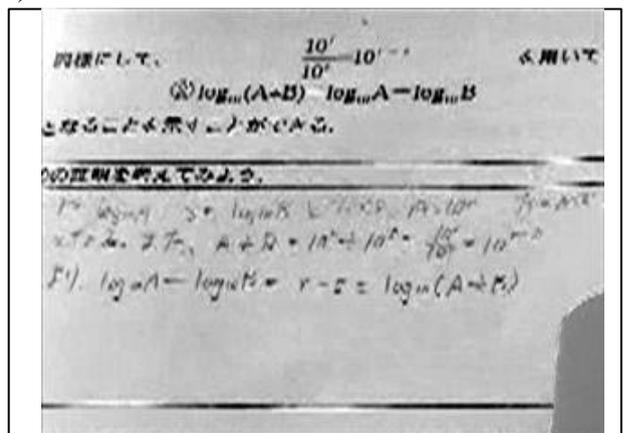
【写真 5】生徒の原典解釈の様子

積から和への変換の性質の探求

ここで、対数の性質を用いて計算尺の仕組みを説明するために、Briggs 対数により積を和に変換する公式の証明を考察する活動に移った。自らの力で証明することは難しかったようなので、証明では Briggs 対数と指数法則の性質に注意しながら、定義を学習したばかりの生徒が証明しやすいように段階をひとつずつ確認しながら進めていった。そして、生徒が Briggs 対数の定義を正しく捉えることができたかを確認するために、商を差へ変換する性質について考察し、その性質を表す式を証明する活動に移った(写真 5)。その活動においては、生徒各自が自分の言葉で表現する機会を提供するために記述式による証明を採用した。

計算尺の対数の性質による説明(写真 6)

ここで、比例式が計算尺を用いることによって解くことができることを対数の性質によって説明する活動に移った。その際に、計算尺の目盛りの取り方について、尺全体を 10 としたときの 1 からの長さが Briggs 対数すなわち常用対数の値そのものを示しているということを伝え、常用対数表によりこの目盛りをとることが可能になることを気づかせた。



【写真 6】テキスト中の生徒の証明

そして、計算尺の C 尺と D 尺に注目して、1 時間目に扱った比例式 $2 : 3 = 4 : x$ が解けることを対数の性質を用い

て説明し、1 時間目で計算尺を用いて比例式が解けるということについて、対数という数学的性質を用いて説明できることを強調した。そして、掛け算が比例式の特別な形であったことを想起し、この原理により古人は計算尺の考案に成功したことを確認した。

計算尺の使い方の確認とまとめ

最後に、計算尺を用いた比例式の解き方や掛け算の値の求め方を確認した。ここで、直線型の計算尺だけでなく円形の計算尺などいろいろな種類の計算尺を提示し、実際に生徒が操作する活動に移った。そして、円形計算尺と直線型計算尺の違いについて、次のような対話があった(写真7)。

教師：円形の計算尺でもできる？

生徒：できた。

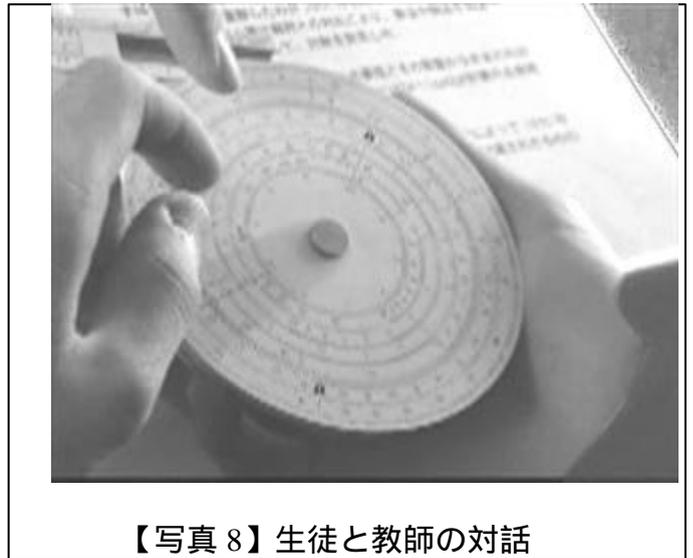
教師：直線型計算尺と円形計算尺、
どっちが使いやすい？

生徒：いちいちずらさなくていいから円の方が使いやすい。

最後に、3時間全体のまとめとして、大航海時代における航海上の必要性から生まれた計算尺に関する歴史的背景を振り返り、さらにその背景には John Napier が発見した対数に関する性質が大きく関係していることを確認した。そして、対数の原理を用いて計算尺を考案した William Oughtred についても触れ、この計算尺が文化的価値の高いものであることを伝え、授業を終えた。



【写真7】比例計算の説明



【写真8】生徒と教師の対話

6. 議論

(1) 課題1に対する議論

課題1：数学史の原典解釈や追体験を取り入れた授業を通して、計算尺という道具を操作する数学的活動により、数学に対する興味・関心を高めることができるか。

計算尺を使った感想を自由に書いてください。

現在に至るまでの昔の人々の工夫がわかった。計算にもいろいろな方法がありおもしろかった。

昔からこんなものがあったなんて古人の知恵はすごいと思った。

使い方は難しいがとても画期的な発明だと思った。

計算尺を使うのは難しいけれど、平方根の記号を使わない数値を出しやすいと思った。

理解するまでにかかなりの時間がかかった。

上に挙げたものは生徒のワークシートからの抜粋である。本研究における授業では、計算尺を操作する活動として、比例式を解くことと掛け算の値を求めることを扱った。授業でははじめから対数に着目するのではなく、人間の営みとして用いられてきた道具としての計算尺の中にある数学を感じ取ることができるように工夫した。生徒は今まで見たことも使ったこともない計算尺という道具を操作することで、「これはいったい何だろう？」という問いを自分自身に、もしくは、周りにいる生徒に投げかけている。筆者は、その問いの投げかけこそ、数学に対する興味・関心そのものであると考える。

実際に、生徒のワークシートからの抜粋から、数学に対する興味・関心を高めることができたと考えられる。

のように、計算尺を使うことができた上で、計算器具としての計算尺に興味を抱いている生徒がいた。原典解釈や追体験により他者の立場に身をおき、異文化体験を通して、計算尺の仕組みが対数の性質によることを正しく捉えたうえで、数学的に道具を説明することの興味深さを味わう生徒が見られた。

また、のように、使い方に難色を示しながらも、道具としての計算尺の仕組みに興味をもった生徒もいた。対数の性質を正しく捉えているが計算尺の仕組みを説明することは難しく、生活上の苦難を数学的な考え方により解決していくという人間の営みにおいて、計算尺という道具の発見そのものに興味を持つ生徒がいた。

しかし、のように計算尺の仕組みを考察するのに苦しむ生徒も少なくなかったようである。それでも、これらの生徒にも数学的に考察しようとする意志があり、数学に対する興味・関心を引き出すことができたと考えられることができる。

さらに、筆者自身が授業を行った際に生徒の計算尺という道具に興味・関心があることを感じ取り、授業を記録したビデオによってもこれらのことが確認することができた。

以上のことから、課題1を通して、生徒が実際に計算尺を操作することにより、原典解釈や追体験による異文化体験を通して、生徒は計算尺の仕組みを解明しようという動機のもとに興味・関心を高めることができたと考えられる。

(2) 課題2に対する議論

課題2：生徒が当時の原典解釈と追体験により、数学が人の文化的営みとして発展してきたものであると捉え、数学の創造的な側面を見出すことができるか。

次のページに挙げるものは事後アンケートからの抜粋である。これらの抜粋から、いずれも数学の創造的な側面を見出していることがわかる。

のように回答した生徒は、原典解釈と追体験による異文化体験により、対数の文化財としての側面に気がついたといえる。すなわち、対数が人間の営みとして発展してきたということを認識するところまで達しているのである。学習内容に盛り込まれているものが人間の営みとして発展してきたと認識することにより、数学文化の新たな視野をもつことができたといえよう。

3日間の授業を受けての感想を自由に書いて下さい。

対数の概念が古く中世から存在していることを知り、とてもすごいことだと思った。

初めて計算尺を使ったとき、なんでこんなもので計算ができるのか不思議だった。乗法や除法を加法や減法に変換する方法を利用して簡単に計算できるようになることを発見した昔の人はすごいと思った。

計算尺の仕組みには対数の概念が関係していて、簡単な計算ができることができたけど、仕組みについてはなかなか難しかった。ただ、円形の計算尺は直線型とは違い、一方を固定し、一方をずらすという作業がないところがすばらしいと思った。

のように回答した生徒は、大航海時代における人々の立場に立ち、「なんでこんなもので」と思うことによりカルチャーショックを受けたことがわかる。そこで、対数の構成や計算尺の操作に関連した原典解釈や追体験により、古人が「乗法や除法を加法や減法に変換する方法」を発見したということを認識している。このことから、生徒は、数学の創造的な側面に気づいたと考えられる。

と答えた生徒は、計算尺という道具を計算器として使えるものの、それが対数とつながっているという仕組みを説明することは難しいとしている。その一方、対数の直線型計算尺と円形計算尺の違いについて、円形の方がずらす手間が省けることを認識している。すなわち、数学が人間の営みを通して発展してきたことを、ずらす手間が省けた事実を認識することにより捉えることができている。

以上により、課題2を通して、生徒は対数と計算尺に関する原典解釈と追体験によって異文化体験を行うことにより、数学の数学史としての側面を認識し、数学が人間の営みとして発展し、その中に創造的な側面を見出したといえよう。さらには、数学的な見方・考え方のよさを体得することができたといえよう。

本研究の先行研究として、寒河江(2002)は、Napierが発見した対数を教材化することにより、生徒の対数へのイメージが抽象から具体へと拡大し、生徒が対数を有用なものとして捉えることができた、と報告している。本研究においては、生徒が対数の構成に関する原典解釈や計算尺の操作としての追体験を通して異文化体験をすることにより、生徒が数学に対する興味・関心をもち、数学が人の文化的営みとして発展してきたと捉え、数学の創造的な側面を見出すことができた。このことは、生徒が対数概念文化的に価値のあるものである、つまり有用なものであると捉えることのできたということに加えて、数学が人の営みとして発展してきたという数学の文化的価値を高く評価し、数学の創造的な一面を実感したことを示している。筆者は、創造性という数学の新たな側面を体得することにより、数学観の変容に貢献できたと考える。

7. おわりに

本研究において、計算尺という道具の操作による数学的活動を取り入れた授業実践を通して、数学への興味・関心を一層喚起するとともに、数学を人の文化的営みとして捉える

ことにより異文化体験を行い、数学学習における数学史の利用が生徒の数学観の変容につながることを認めることができた。等差数列と等比数列の対比に着目した Napier による対数の定義を正しく捉えることは容易なことではない。実際に、対数の定義に関する感想として、事後アンケートにも「難しかった」「よくわからなかった」などといった記述が少なからず見られた。しかし、対数を数列の側面から捉えることはできなくとも、昔の人々の考えたことに対して「すごい!」と知的な興奮を覚えた生徒が多数いたのも事実である。

今後は、計算尺に関する一次文献の原典解釈について授業を行った場合と本研究による成果との比較により、さらに生徒が数学を人間の営みとして捉えることができるような授業について研究していくことが課題となる。また、筆者の教壇上の経験不足から、予定していた内容を授業時間内で終わることができないことがあった。最大の効果を挙げるために、指導内容の精選や余裕のある授業展開を送ることも今後の課題となる。

謝辞

授業の実施に際して、茨城県立土浦第一高等学校の菊池紳一郎先生をはじめ、多くの方々から貴重なご意見・ご指導、並びに多大なご協力をいただきました。厚く御礼申し上げます。

注

本研究は平成 15 年度科学研究費、特別領域研究(2)課題番号 15020214「数学用機械と JAVA による移動・変換と関数・微積ハンズオン教材の WEB 化研究」(研究代表者 礪田正美)において開発された歴史的道具を前提にして、平成 15 年度科学研究費、基盤研究(B)(2)課題番号 14380055「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・指導法開発研究」(研究代表者礪田正美)の一環として行われた。

<引用・参考文献>

- (1) 礪田正美(2001) 異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察 隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて . 筑波数学教育研究, 20, 39-48 .
- (2) 礪田正美(1987) . 数学学習における数学史の利用に関する一考察. 筑波大学付属駒場中・高等学校研究報告, 26, 157-174.
- (3) 礪田正美(2002a) . 解釈学からみた数学的活動論の展開 人間の営みを構想する数学教育学へのパースペクティブ . 筑波数学教育研究, 21, 1-10 .
- (4) 文部科学省(1999) . 高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編. 実教出版
- (5) 野口敬子(2001) 道具を利用した数学史学習による生徒の数学観の変容に関する一考察 角の三等分問題を通して . 教育評価の転換と歴史文化志向の数学教育 ADDING IT UP: Helping Children Learn Mathematics . 中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究, 8, 130-142 .
- (6) 礪田正美(2002b) . 数学する心を育てる . 課題学習・選択数学・総合学習の教材開発 . 明治図書 .

- (7) 国立教育政策研究所教育課程研究センター(2003) .*小中学校教育課程実施状況報告書 中学校数学* .ぎょうせい .
- (8) 寒河江雄一郎(2002) .「Napier による対数の発見」の学習による数学的意義理解の一考察 .「確かな学力」の育成と歴史文化志向の数学教育 個に応じた指導 ,*数学史・道具* . 中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究) , 10 , 116-126 .
- (9) John Fauvel & Jan van Maanen(2000) . *History in Mathematics Education* . Kluwer Academic Publishers .
- (10) John Napier(1969) *A description of the admirable table of logarithmes* .Da Capo Press . (初版 1616)

上記以外に教材開発で参考にした文献

- (11) 志賀浩二(1999) .*数の大航海 対数の誕生と広がり* . 日本評論社
- (12) F.Cajori(1998) .*復刻版カジョリ初等数学史(小倉金之助 訳)* .共立出版 .(原典 1925)
- (13) Smith.D.E.(1959) . *A Source Book in Mathematics* , New York : Dover Publications .
- (14) William Oughred(1660) . *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrument* . (William Forster 訳) . (原典 1632)

教材開発において参考にした Homepage

- (15) <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/>