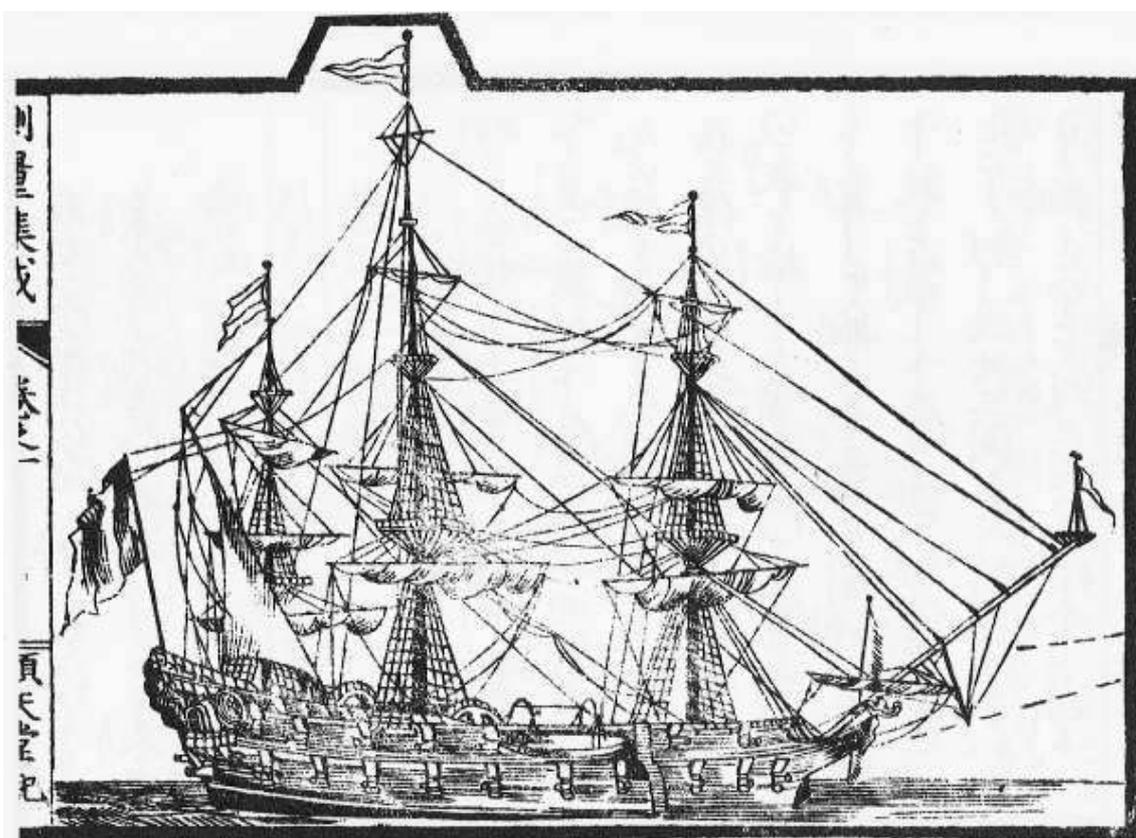


授業研究第3日目

授業資料

～和算から西洋数学へ！（3日目）～



2年3組 番

氏名

授業者：筑波大学大学院修士課程 教育研究科教科教育専攻数学教育コース1年
丸山 洋幸

0. 前回の内容

- 『測量集成』には「八線表」と呼ばれる幕末版 三角関数表が載せられていた。八線とは、正弦・余弦・正切・余切・正割・余割・正矢・余矢のことをいう。
- 福田理軒は「量地儀」や「経緯儀」によって角度を測って測量を行うことを『測量集成』において示していた。
- 角度を使って測量をすることにより巨大な山の高さを測ることができる。

0.1 「八線表」を用いることの意義を理軒はこう説いている

八線表は円周を分割する弧度に応じて生ずるこの八線を求むる捷法にして、宇宙の万物測量の術この表によらざるはなし。渾圓の周囲を三六〇度とす。是則ち円体を算定する一種の規尺なり。 (測量集成第2編第1巻より)

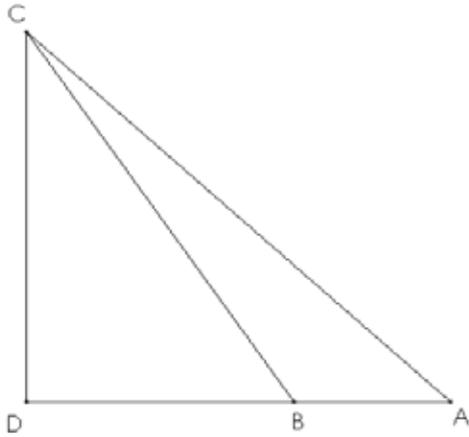
< 現代語訳 >

八線表は円周を分割したとき、その弧度^{注1}に応じて生じる八線の長さを求めるための簡単な方法であり、宇宙における万物の測量をするときはこの表を用いないことは決してない(=必ず用いられる)。コンパスの円の周囲を360度とする。これはつまり円体^{注2}を算定する一種の定規である。

注1：円の角度をこの長さによって表記すること

注2：円によってできる図形のこと

1. 「八線表」による問題の幾何的な解釈



$$CAD =$$

$$CBD =$$

$AB = l$ のとき

CD, AD を $1, l,$

用いて表してみよう。

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \alpha = \text{—————} \\ \tan \beta = \text{—————} \end{array} \right.$$

AD, BD を左辺に移行して

$$\left\{ \begin{array}{l} AD = \text{—————} \quad \dots \\ BD = \text{—————} \quad \dots \end{array} \right.$$

- より

$$AD - BD = \text{—————} - \text{—————}$$

$$AB = CD \left(\frac{1}{\text{—————}} - \frac{1}{\text{—————}} \right)$$

$$\therefore CD = \frac{\text{—————}}{\frac{1}{\text{—————}} - \frac{1}{\text{—————}}}$$

2. H-2 ロケットの高さは？

(ビデオから出題されます。八線表は巻末の附録参照)



補足：対数を用いた測量計算

- 『測量集成』第3編第10巻の理軒の辞 -

八線の圖解及び査表の法等そうじ総て前編巻之四に載せる八線真数表の用法と異なるるといえ雖ども今初学の為に査表の大略を示す。対数表は洋語にて「ロガリ」といふ。布算の勞を省く法なりて加を以て乘に換へ減を以て除に代へ真数表を用ひて乗除するこの対数表に在ては加減して其数を得。其業最も簡易にして航海測算に在ては其益最も少なからず。

今録する處の表は初度より九十度に至り上下順逆を以て正余を分ち全円の用を施す。仍て九十度以上全周三百六十度に至るものは左文みたりて査表の度数を求むべし。

< 現代語訳 >

八線の図解や八線表を読む方法などは全般的に第2編第4巻に載せた八線(真数)表の用法とは異なると言えるため、今は学問を始めたばかりの人のために八線対数表の読み方の概略を示す。対数表は西洋の言葉で「ロガリ」という。これは計算を省く方法であり、掛け算を足し算に変え、割り算を引き算に変えるため、八線(真数)表を用い乗除の計算とするところをこの対数表があれば加減の計算をすることにより其の数を得る。その方法は最も簡単なため航海での測量計算ではその利益が最も大きい。

今掲載してある部分の表は0度から90度まであり、上下の順序を逆にすることにより正余を区別して円全体の用法をあらわす。よって90度以上から円周の360度までの値は左側の図(図1)を見て表の度数を求めなさい。

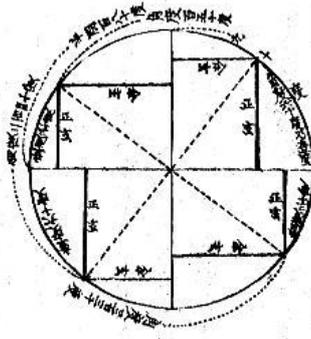
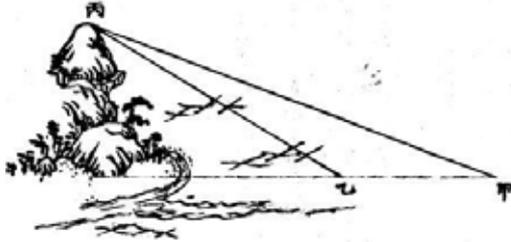


図 1

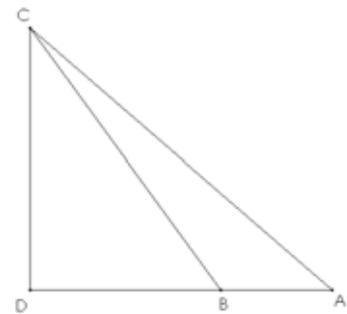
2日目の進退法の問題を，八線対数表を用いて解く



甲のところにおいて山の頂上を見るとその高度は80度あった。これより目当てに真っ直ぐ前に30間進んで再び山の頂上を見るとその高度は84度であった。

まず比例冠と呼ばれる外項の積と内項の積の計算式でBCの長さを出す。このときに理軒は正弦定理を用いて出していることがわかる。すなわち

$$\frac{BC}{\sin 80^\circ} = \frac{AB}{\sin 4^\circ} \text{ よって } BC = \frac{AB \times \sin 80^\circ}{\sin 4^\circ}$$



これにより求めたい山の高さのCDは正弦定理より

$$CD = \frac{BC \times \sin 84^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{AB \times \sin 80^\circ \times \sin 84^\circ}{\sin 4^\circ \times \sin 90^\circ}$$

となる。この計算を八線表を用いてすると確かに

$$CD = \frac{30 \times 0.9848078 \times 0.9945218}{0.0697565} = 421.21358 \text{ となる。}$$

しかし，八線対数表を用いて計算すると

$$\begin{aligned} \log CD &= \log 30 + 80\text{度正弦対数} + 84\text{度正弦対数} - 4\text{度正弦対数} - 90\text{度正弦対数} \\ &= 1.47712 + 9.993351 + 9.997614 - 8.843585 - 10 \\ &= 2.622235 \end{aligned}$$

$$\text{これにより } 10^{2.622235} = 419.02024$$

となる。これで小数点以下の数もある数を小数点以下もある数で割るなどという複雑な計算は行わなくて済むことになる。この際に対数を真数に戻すための乗除対数表という表も用いられていた。

(次のページへつづく)

ところで90度正弦対数を調べると10.000000になっていることを下の表から確認できる。sin 90°は1であるからこの対数をとれば0のはずである。ほかの数にも同様なことがいえるがこれは負の数を避けるためにすべて10が足されているからである。このようにして極力計算を軽便にするための工夫がなされた。

度	度 九 十 八										度 八 十 八										順上
	九十分	八十分	七十分	六十分	五十分	四十分	三十分	二十分	十分	〇分	九十分	八十分	七十分	六十分	五十分	四十分	三十分	二十分	十分	〇分	
余弦対数	10.000000	9.999999	9.999998	9.999997	9.999996	9.999995	9.999994	9.999993	9.999992	9.999991	9.999990	9.999989	9.999988	9.999987	9.999986	9.999985	9.999984	9.999983	9.999982	9.999981	
余切対数	虚	1.275812	1.245709	1.215606	1.185503	1.155400	1.125297	1.095194	1.065091	1.034988	1.004885	0.974782	0.944679	0.914576	0.884473	0.854370	0.824267	0.794164	0.764061	0.733958	
度	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	

發兌書肆

浪花
敦賀屋九兵衛
河内屋太助

東京
須原屋茂兵衛
山城屋佐兵衛
小林新兵衛
岡田屋嘉七
和泉屋吉兵衛
和泉屋金吾門
出雲寺萬次郎
須原屋伊八
英文藏
寫屋平七

授業研究3日目ワークシート

2年5組 番氏名 _____

量尺または量地儀を使って教室の壁に貼ってある紐の高さを測って
正確に計測できるか確かめてみよう。

