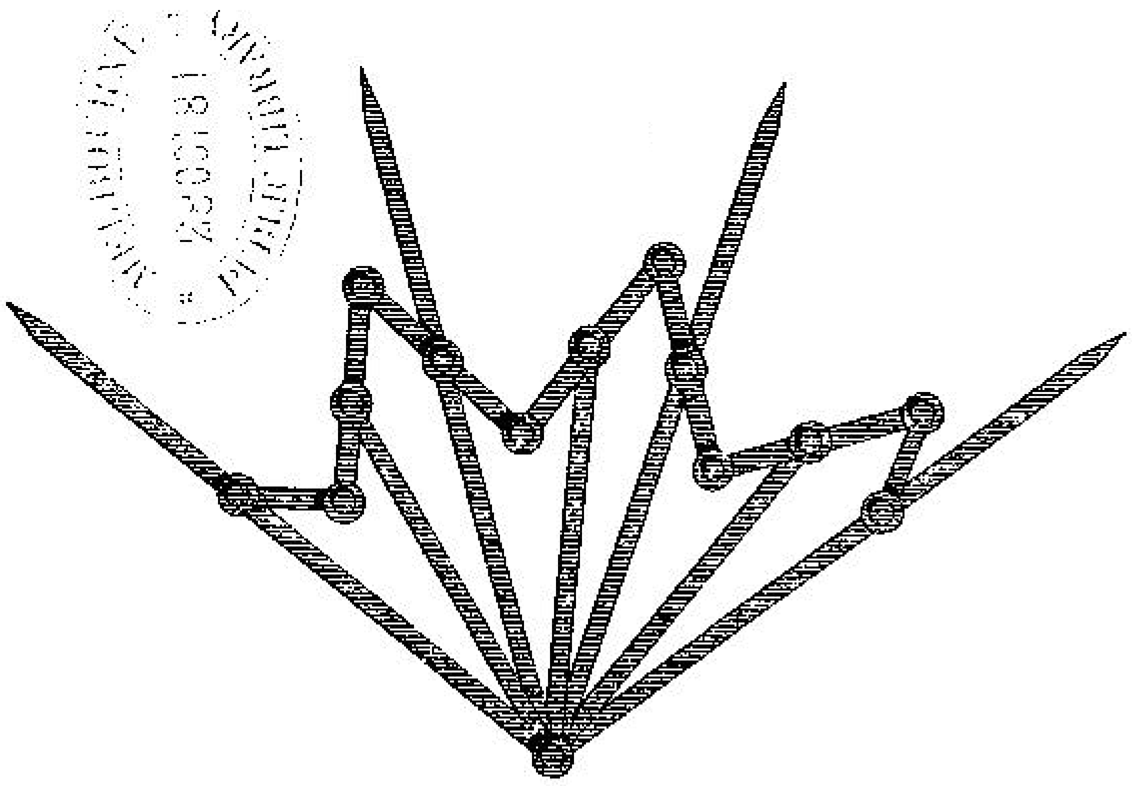
授業資料　　3 日目

角の３等分の探求

～角の 3等分器～



1年　A 組　　番	
氏名	

授業者 :仁田原　史明
筑波大学大学院修士課程教育研究科 1年）

●前回の復習

角の三等分問題：古代ギリシア時代

定規とコンパスを有限回用いて作図する

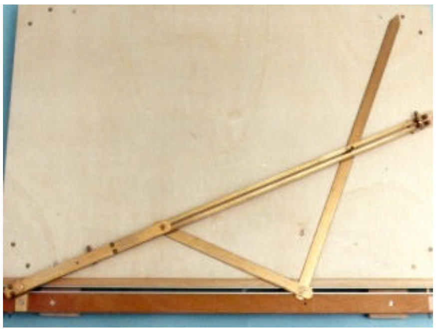
不可能の証明

ピエール・ローラン・ヴァンツェル

☆方程式 $X^3-3X+a=0$ を用いて考えることができる

エティエンヌ・パスカルの角の３等分器

☆リマソン（蝸牛線）を利用している



ケンペの原典

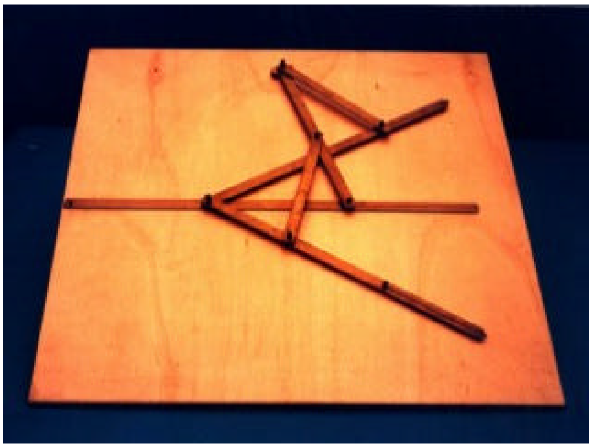
『How to draw a straight line』

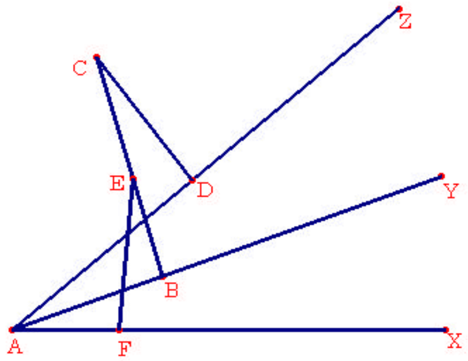
ユークリッド原論について

コンパス　→　容易に作図できる
定木　　　→　困難である

円→直線

●ケンペの傾斜装置(はね上げ戸機構)





条件： AF＝EB、AB＝EF＝CD、AF：AB＝２：３、

視点： **交叉平行四辺形** ABEF **と交叉平行四辺形** ADCB **に注目**

目標： ∠FAB＝∠BAD

証明

条件より
AF=EB , AB=EF , BA=DC , BC=DA
AF :AB＝２:３ , FE :BC＝２:３

交叉四角形 ABEF に関して、AF=EB , AB=EF より
1組の交叉する辺の長さが等しく、残りの 1組の辺の長さが等しい。
よって、交叉四角形 ABEF は、交叉平行四辺形である。
同様にして、交叉四角形 ADCB について、AB＝CD , AD＝CB より
交叉四辺形 ADCB は、交叉平行四辺形である。
次に、交叉四角形 ABEF と交叉四角形 ADCB において、
AF:AB＝EB :CD＝AB :AD＝EF :CB＝２:３ より、対応する辺の比が等しい. ……①
さらに、∠ABE＝∠ABC ……②
①、②より、2つの交叉平行四辺形 ABEF,ADCB の対応する辺の長さの日が等しく、1つの対応する角が等しいので、この 2つの交叉平行四辺形は相似である.

交叉平行四辺形 ABEF ∽ 交叉平行四辺形 ADCB

よって、対応する角は等しいので、∠FAB＝∠BAD

●原典『How to draw a straight line』

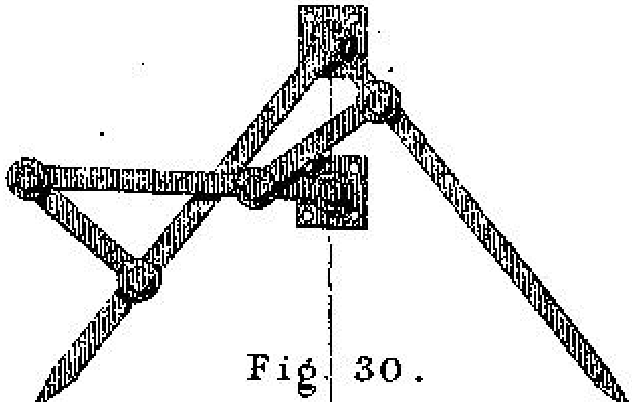


Fig. 30.

An extension of the linkage employed in these two last figures gives us an apparatus of considerable interest. If I take another linkage contra-parallelogram of half the size of the smaller one and fit it to the smaller exactly as

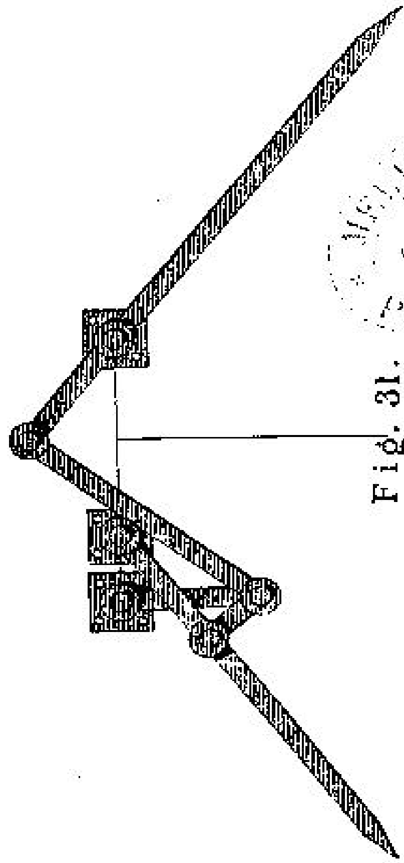


Fig. 31.

I fitted the smaller to the larger, I get the eight-linkage of Fig. 32. It has, you see, four pointed links radiating from a centre at equal angles; if I open out the two extreme ones to any desired angle, you will see that the two intermediate ones will exactly *trisect the angle.*

●要約

私達が、大きさが 2 分の 1 の交叉平行四辺形と1 の交叉平行四辺形を用い、その交叉平行四辺形を正確に重ねると、面白いことが分かる。この 2つの交叉平行四辺形を用いれば、この図 30を角の 2 等分と考えることができ、すぐに角の三等分が達成できるであろう。

⬇

2 つの交叉平行四辺形→角の 2 等分

角の三等分するためには？

●ケンペの角の三等分器

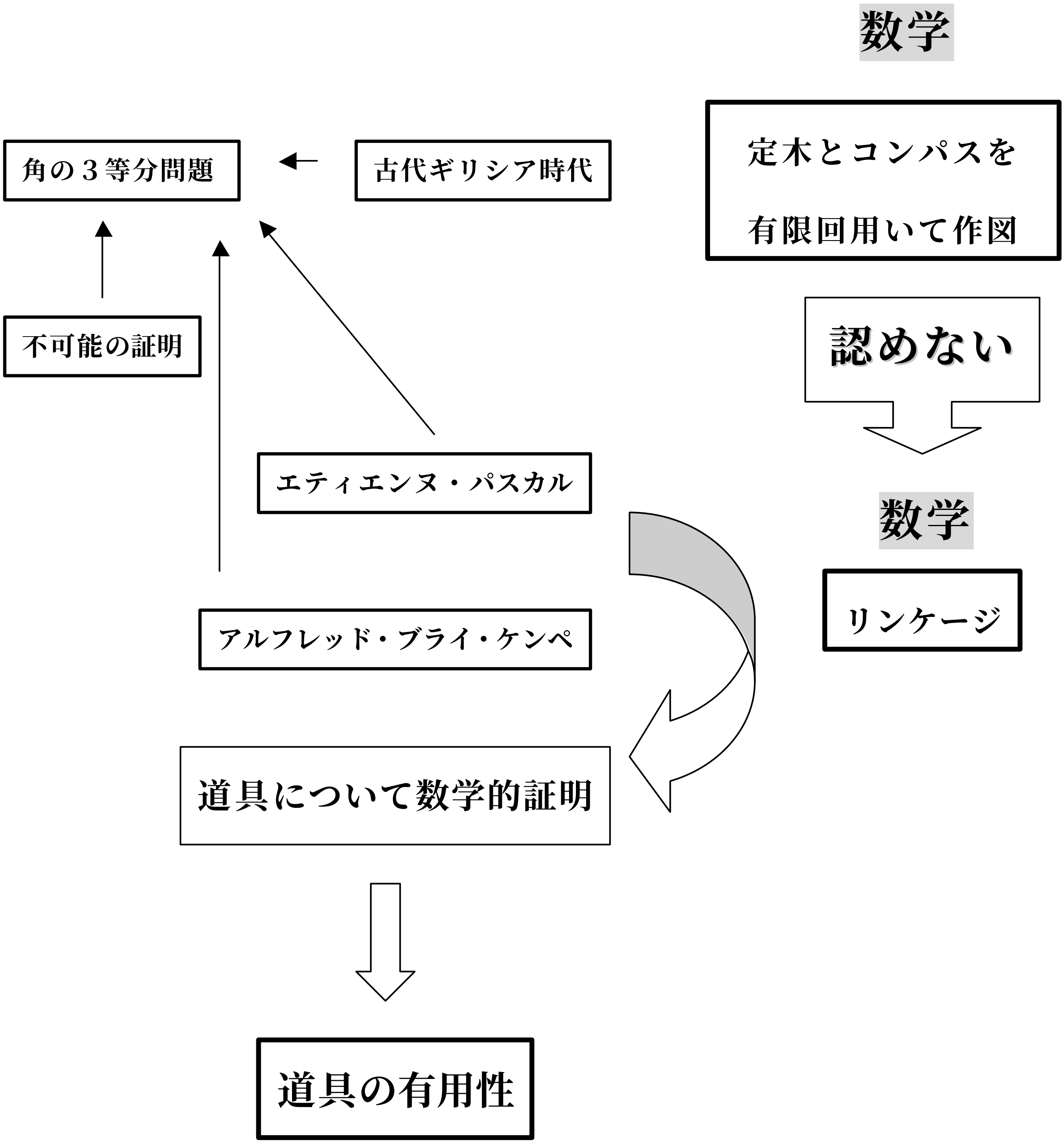
ケンペの傾斜装置(はね上げ戸機構)の仕組みを利用して、角の三等分器を作成しよう。

●角の三等分器の比較

パスカルの 3 等分器とケンペの 3 等分器を比較しよう!!

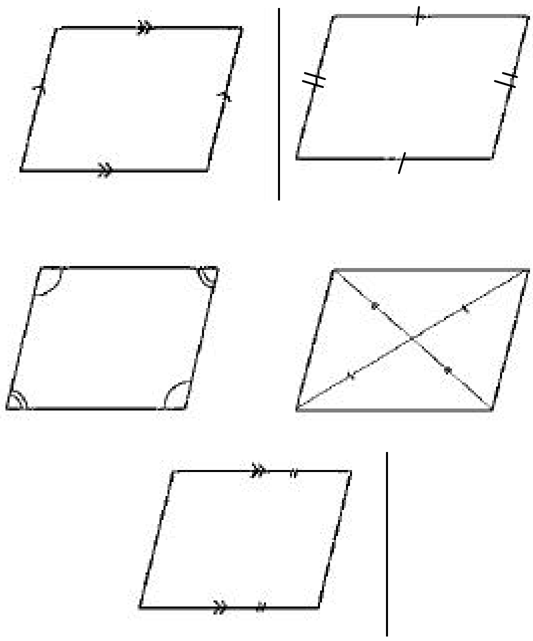
メモ

● まとめ


数学
定木とコンパスを
有限回用いて作図
認めない
数学
リンケージ
角の３等分問題
古代ギリシア時代
不可能の証明
エティエンヌ・パスカル
アルフレッド・ブライ・ケンペ
道具について数学的証明
道具の有用性

●補助資料

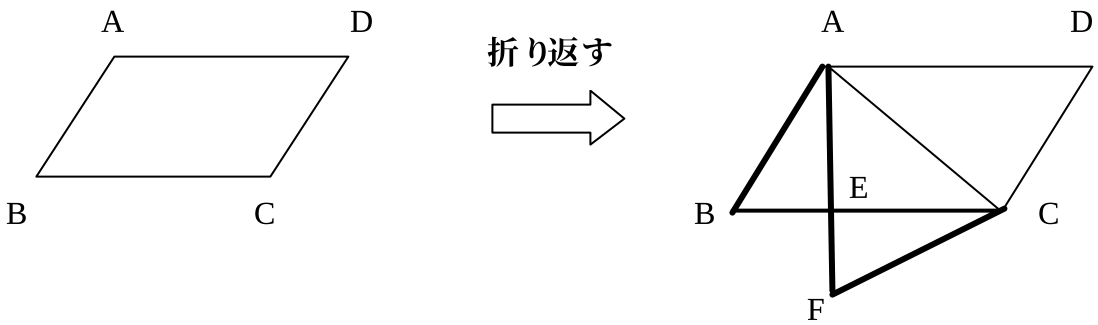
平行四辺形



定義　２組の対辺がそれぞれ平行

性質
- **①２組の対辺がそれぞれ等しい**
- **②２組の対角がそれぞれ等しい**
- **③対角線がそれぞれの中点で交わる**
- **④１組の対辺が平行で長さが等しい**

交叉平行四辺形－Ⅰ



このとき、交叉平行四辺形 AFCB **の中にある、**△AEB **と**△CEF **は、**

△AEB≡△CEF

☆ ある交叉四辺形において、1組の交叉する辺の長さが等しく、残る1組の辺の長さが等しいとき、この交叉四辺形は交叉平行四辺形となる。

☆**交叉平行四辺形** ABDC、FHIG **において、辺の長さの比が２**AB＝FG、 **２**BD＝GI **であるとする。このとき、**∠ABD＝∠FGI **であるとき、**

交叉平行四辺形 ABDC　∽　**交叉平行四辺形** FHIG **である。**