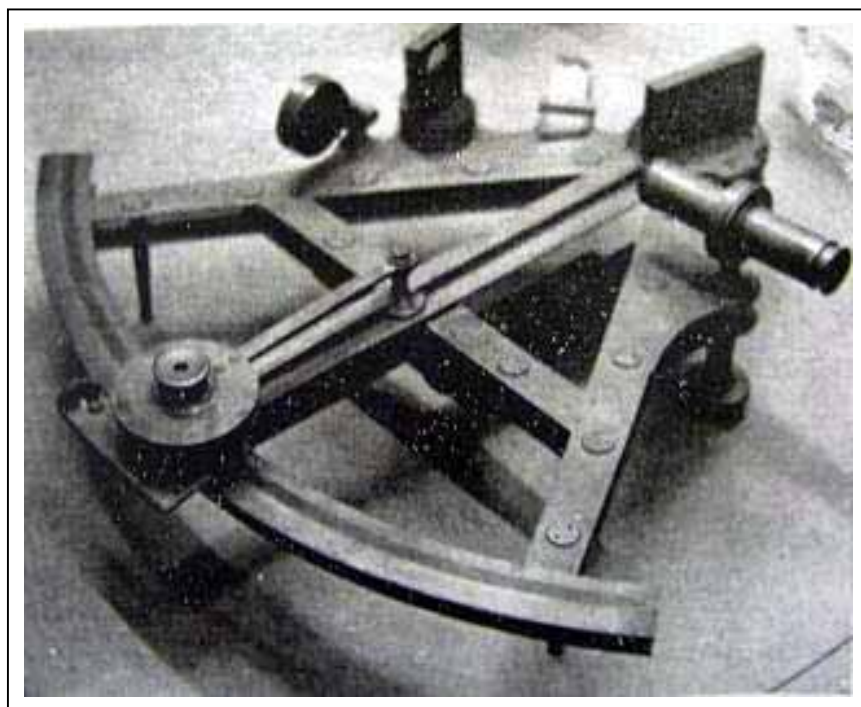


授業研究第 1 日目

# 授業資料

日本の測量における六分儀



2年 組 氏名

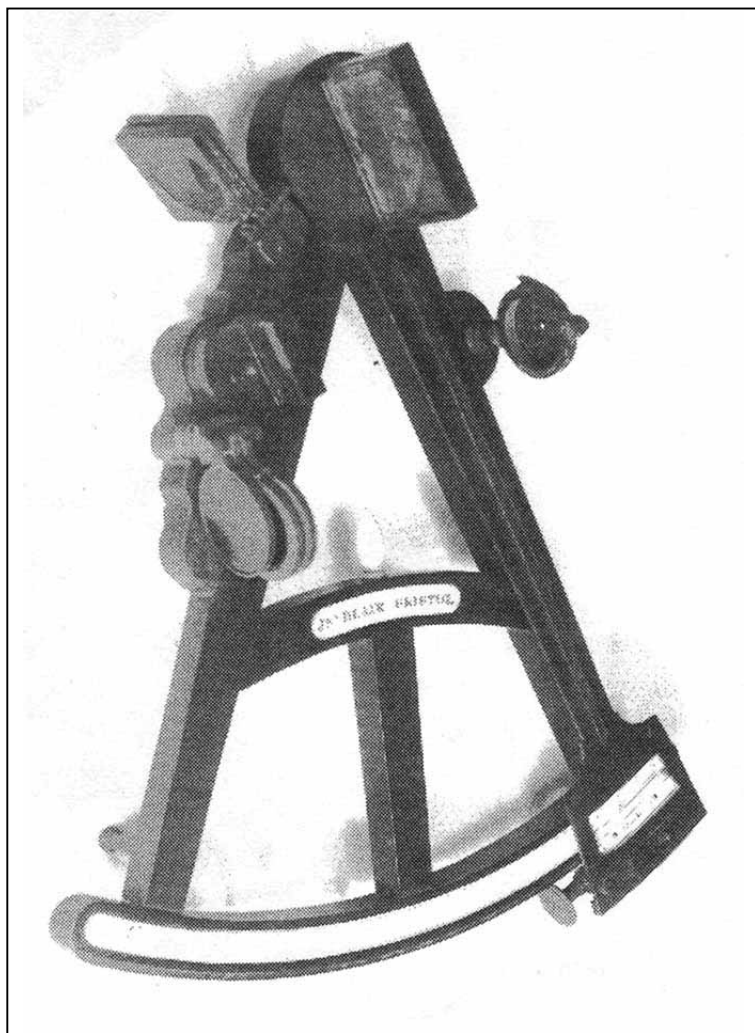
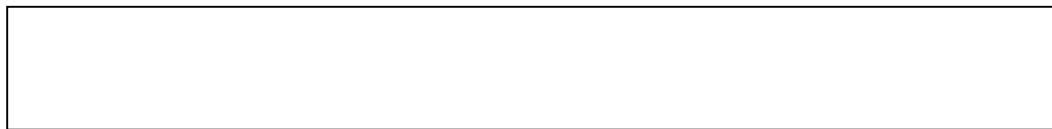
授業者：筑波大学大学院修士課程 教育研究科教科教育専攻数学教育コース 1年  
今居利彦

## 0. はじめに

皆さんに作ってきてもらったこれは、一体何でしょう。

この道具、名前を六分儀、英語名はセキスタント(sextant)といいます。

六分儀をじっくり観察してみましょう。どのような特徴があるでしょうか。



六分儀は鏡の反射を巧みに利用して、動揺する船の上からでも日月・星の地平高度角を容易に測定できる装置(測角器)である。航海用具であるが、主として天体の高度角を測定するから天体観測装置でもある。

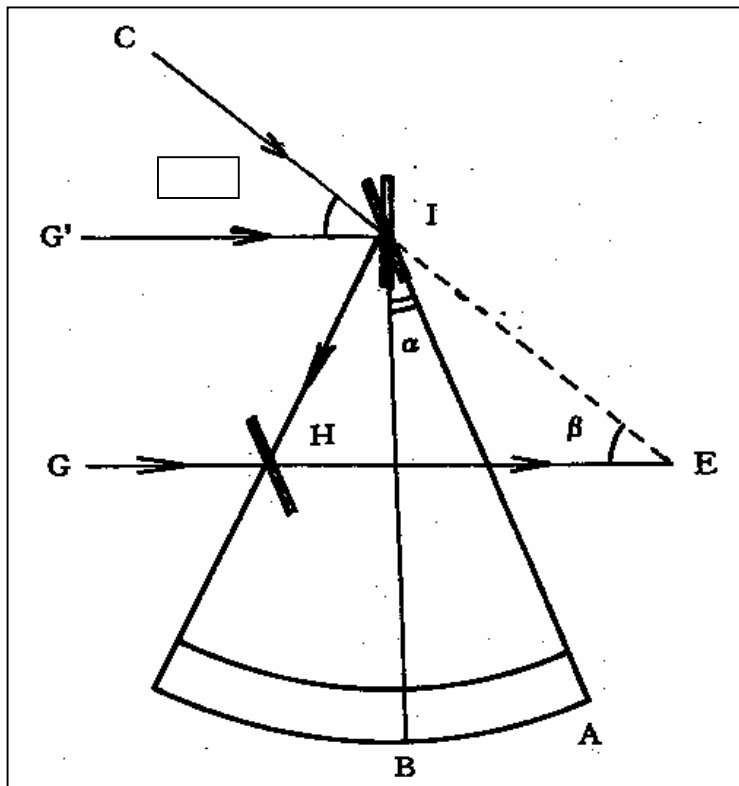
## 1. 六分儀の構造

目盛を読み取る指度桿<sup>かん</sup>IBはIを中心に円弧AB上で回転する。Iの部分には指度桿と一緒に回転できる指示鏡がAIに平行に取り付けられている。

観測者はEにある小穴を通してHの方向を覗く。Hの位置には半分が透明なガラス、他の半分はEの方向を向いた鏡がある。

Bの位置を調節することによって、水平方向からの光GHEと、太陽からの光CIHEとを同時に同じ視野内に見る(左右一直線に並ぶ)ことができる。

これが六分儀の最も本質的なアイデアである。



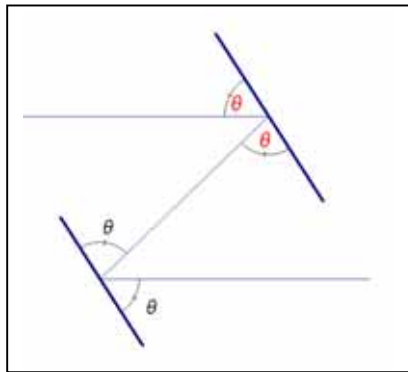
2つの方向を同時に見ているので、動揺する船の上でも水平方向にさえ六分儀を向けておけば、2つの方向のなす角度が測定できることになる。鏡Iと鏡Hとが平行になる指度桿の位置Aが角度の原点(0度の位置)で、この時透明ガラス部と鏡部には同じ景色(海上なら普通は水平線)が見えている。

実際に角度を測ってみよう。

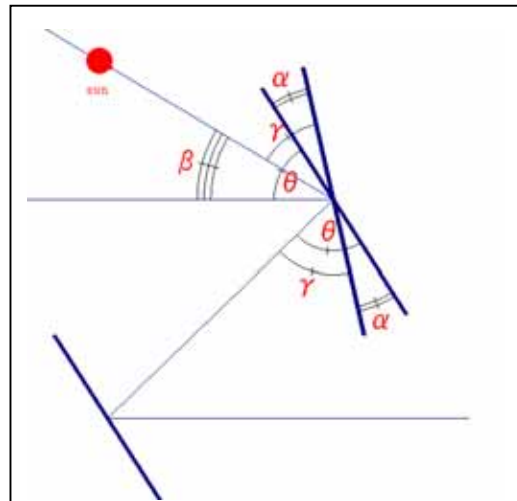
## 六分儀の原理

ところで、“鏡をある角度だけ回すと反射光は2倍の角度だけ増える”という幾何光学の基本定理によって常に  $\beta = 2\alpha$  という関係が成り立っている。

### 証明



太陽が見えるまで 度動かす。



太陽の光の入射角を  $\alpha$  とする。

$$\begin{cases} \theta = \alpha + \gamma \\ \beta + \gamma = \theta + \alpha \end{cases}$$

$$\beta + \gamma = (\alpha + \gamma) + \alpha$$

$$\beta = 2\alpha + \gamma - \gamma$$

$$\underline{\underline{= 2}}$$

即ち、六分儀の円弧部に実際の角度の  $2$  倍の数値を目盛っておけば、水平方向と天体 C とを鏡 H の同じ視野に入れることによって、天体の高度角  $CIG'$  ( ) を直接円弧上で読み取ることが可能になる。

## 2. 六分儀の歴史

大航海時代、今現在船が何処にあるのかを知ることはとても重要だった。船の位置を知るには、船上からの天体の高度角を測定することだった。それによって正確な緯度の測定ができた。正確な緯度の測定は、ヨーロッパから西インド諸島に航海する時に最も深刻な問題であった。荒天のため正しい緯度が測定できず途中の目印の一つであるバルバドス島を見失ったが最後、強い貿易風に逆らって船は元の進路に戻るのに何週間も費やすか、永遠に西インド諸島にはたどり着けないことも珍しくなかった。従って、荒天でも使える測定装置の要望は非常に強かったのである。



### 六分儀の発明

鏡の反射を利用した緯度測定装置のアイデアはロバート・フック、ニュートンやハーレーも提案しているが、実用的な航海用の装置を発明したのは John Hadley が最初である。彼が 1731 年 5 月に英国王立協会に提出した装置は基本的に現在の八分儀(英語名: **オクタント**(octant))の機能を全て備えていた。

八分儀を実際の航海に初めて活用した一人は Captain John Campbell で、キャンベルはその経験から 1757 年に八分儀を改良した**六分儀**を提案した。六分儀は 60 度弧(円周の 1/6)であり、八分儀は 45 度弧(円周の 1/8)である。この意味から日本名がそれぞれ六分儀、八分儀となった理由も推測される。

## 3. 日本への導入

1731 年に八分儀が英国で公表された訳だが、江戸時代の日本にオランダを通して八分儀が輸入されたのはいつ頃であろうか。オランダ船が長崎に来航するのに欠くことのできない航海用具だったはずで、オランダ船はハドレーの発表後じきに八分儀の使用を開始したと想像されるが、日本側の記録に現れるのは遅く 18 世紀末近くである。日本では鎖国政策のために、六分儀のような優れた航海用具が西洋から入ってきても遠洋航海に使う機会はなかった。

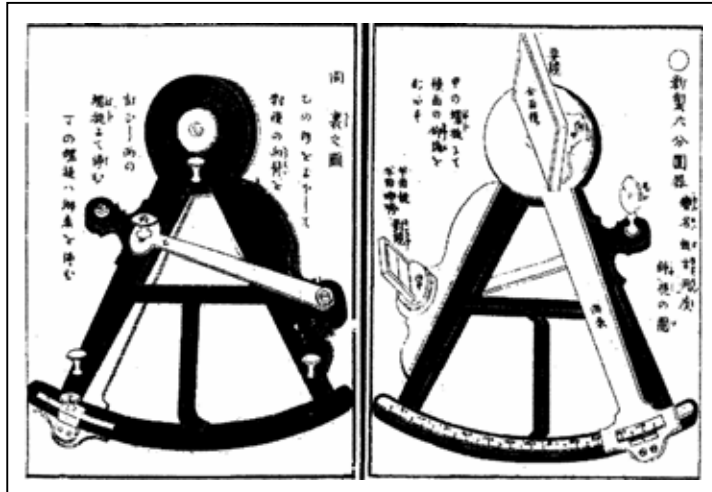
日本では、六分儀の相互角距離測定の機能に着目し、これを測量における 2 地点の角度測定に応用することを考えたのである。やがて、測量における六分儀の有用性が認識されてくると、多数の測量に関する著書で六分儀・八分儀を取り上げるようになってきた。その背景には、文化頃から外国勢力の北方侵入などが相次いだため、国防・海防の意識が高まり、測量や砲術に対する要求が強まったことがあげられる。



ではどのように使われたか具体的にみていこう。

### 3. 村田佐十郎恒光『六分圓器量地手引草』

嘉永六年(1853)の版本 津藩の村田は幕府天文方に出仕したことがある。



#### 第一測法

測量もつ六分圓器を甲乙丙丁とて主要鏡の心を甲乙丙丁とて測表を無度とて目的と對鏡の鏡面を見通し鏡面を密着すると一線を見よとて測表の向背を一圓のめく神定おは洋かりとて測表を運轉し夜目的の右鏡面を密着し來て目的と一垂線をかゝるを視定先測表と傳む二圓のめくは角度十七度三十分を得よ 夜目的のめくは三圓進て乙丙より器の要鏡の心を乙丙より居て目的を視通し測表を角度よきて對鏡の向背を一圓のめく神定す第一目的の遠近よ仍て異る故に測所毎に對鏡を補定するあり然るに行條少くは夜目的と一垂線を測定も即二圓のめくは角二十五度を得たり

#### 第一測法

## 書き下し文

右圖の如く目的の右に松あり是を仮目的と定て  
測量するに六分圓器を平にして 要鏡の心を甲  
所に当て遊表を無度に直目的を對鏡の玻璃に見  
通し鏡面に寫影すると一体に見るよふに對鏡の  
向背を一圖の如く補定補定することして遊表を  
運旋し仮目的の松鏡面に寫り来て目的と一直線  
になるを視定め遊表を停む二圖の如し 角度十  
七度三十分を得る 仮目的に向て三間進て乙所  
に至り器の要鏡の心を乙所に居て目的を視通し  
遊表を無度に並て對鏡の向背を一圖の如く補定  
すべし目的の遠近に仍て異なる故に測所毎に對鏡  
を補定するなり然して前條の如く仮目的と一直  
に測定す 即二圖の如し 角二十五度を得なり

## 現代語訳

右圖のように目的の右に松がある。これを仮目的と定めて  
測量するのに六分儀を平らにして、要鏡(指示鏡)の中心を甲所に持つ  
てくる。遊表(角度桿)を0度にして直に目的を對鏡の透明ガラス越し  
に見通し、更に(下の)鏡面に写す。両者が一体に見えるように對鏡を  
一圖のように向きを調整する。(對鏡の向きを変えて、ガラスと鏡の像  
がずれないようにする。)遊表を回して仮目的である松が鏡面に写り、  
目的はガラス越しに見定め両者を見えるようにし、遊表を止め  
る。二圖のように見えている。(目的は上のガラス越しに、仮目的は下  
の鏡に見えている。)そして角度十七度三十分を得る。仮目的に向か  
つて三間進んで乙所に行く。六分儀の要鏡の中心を乙所に持つてきて  
目的を見通し、0度に合わせる。對鏡を一圖で行った時のように調整  
すべきである。目的までの距離が異なるために測る場所ごとに對鏡を  
調整しなければならない。そして、前述のように仮目的と目的とが同  
時に見えるように測定する。即ち、二圖のようにである。そして角度  
二十五度を得る。

ではどのようにして距離を求めたのだろう。

書き下し文

○八線表用法  
 第一測  
 此測得形甲乙邊及甲  
 角乙角の度あり依て  
 甲角乙角相減し  
 丙角なり故に對邊對角法  
 を用て乙角五十五度正弦三六二と進間と相乘し丙角  
 正弦〇五二三を以て除き甲丙邊六分を得なり

○八線表用法  
 第一測  
 甲角乙角相減し得七度丙角なり故に對邊對角法  
 を用て乙角五十五度正弦三六二と進間と相乘し丙角  
 正弦〇五二三を以て除き甲丙邊六分を得なり

図のような三角形の甲角、乙角、甲乙間の辺の長さが分かっている。  
 甲丙間の辺の長さ及び乙丙間の長さを問うこと。

斜三形法の  
 對邊對角法

圖のめく斜三形の甲角  
 若干乙角若干甲乙邊若干  
 あり甲丙邊及乙丙邊を問

cf) 1間=約 1.8m

この書では、1間=10分、1分=10厘  
 即ち、9間6分=9.6間



文章を参考にして求めてみよう

現代語訳

第一測

ここに測り得た三角形がある。

甲乙間の辺の長さ及び甲角、乙角の角度がわかっている。

よって甲角から乙角を減じ、丙角七度半を得る。

よって対辺対角法を用いて、

乙角二十五度の正弦 $\circ$ 四三二二六二と

進んだ距離三間とを乗じ、

丙角七度半の正弦 $\circ$ 一三〇五二で除き

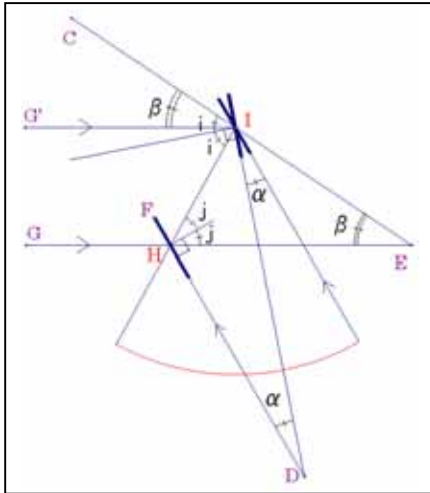
甲丙間の辺の長さ九間六分を得る。

図

では、ここで対辺対角法とは何を意味しているのだろう。

補足 1

六分儀の原理 =2 の別証明 (法線を用いる証明)



IHE に注目すると

$$\begin{aligned} \text{CEH} &= \text{CIH} - \text{IHE} \\ &= 2i - 2j \\ &= 2(i-j) \end{aligned}$$

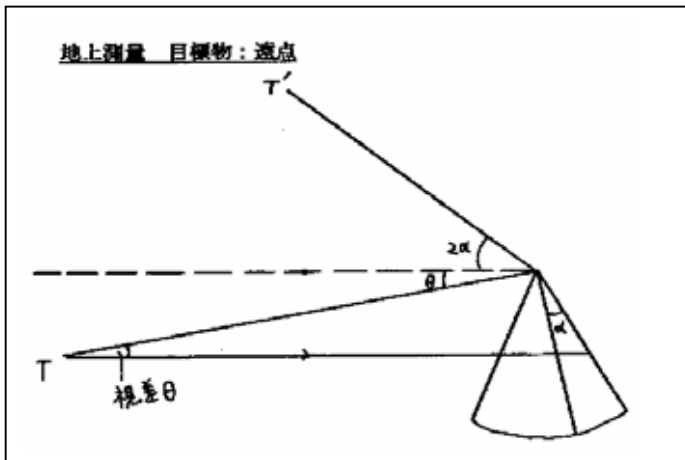
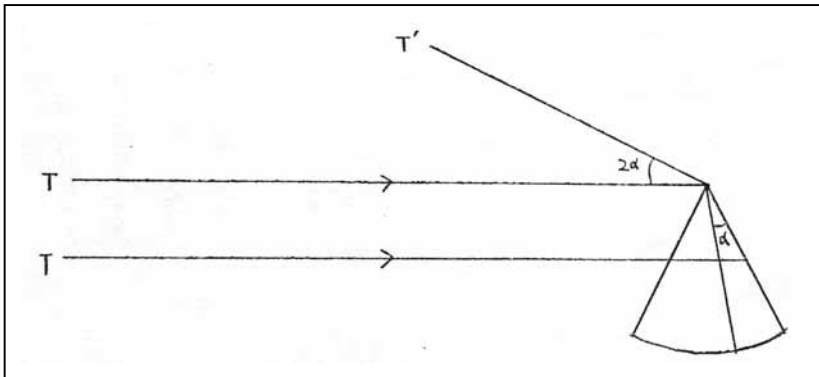
IHD に注目すると

$$\begin{aligned} \text{IDH} &= \text{IHF} - \text{HID} \\ &= (90^\circ - j) - (90^\circ - i) \\ &= i-j \\ &= 2 \end{aligned}$$

- 補足 2 -

視差について...実は六分儀を地上測量に用いる場合、視差が生じる

目標物：無限遠点(太陽などの天体)



六分儀で読んだ角度：2

2点間の実際の角度：2 +

目標物が十分遠い場合は、  
は非常に小さいので無視。

即ち、2 2 +

しかし、目標物が近い場合、  
は無視できない。

元々そういう装置ではないので  
近い目標物の角度を測るのには  
向かない。

地上測量する場合、視差が現れるので要鏡と対鏡が平行のままだと像が一致しない。像が一致しないと角度を測り始める基準にならない。対鏡を調整するのはこのためである。

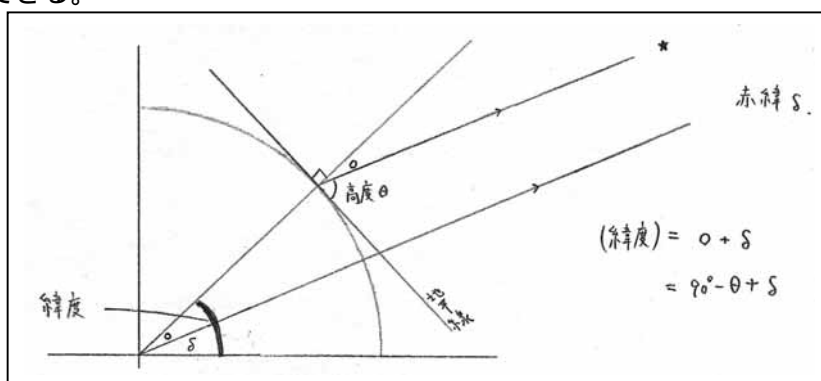
### 補足 3

#### ・ どうして天体(恒星)の高度角が解れば、緯度が解るのか。

恒星までの距離は、太陽系に比べて極めて大きい。したがって、恒星は動かないものとして考えることができる。恒星の見かけの位置は、地球の自転・公転のよって刻々と変わっていく。恒星の位置が解れば、地球上での位置を計測することができる。通常、地球から各恒星までの位置は、近いものから遠いものまで様々であるが、地球から極めて遠いことを考えれば、天球という概念を取り入れて恒星の位置を表すことができる。天球の存在は否定されたが、地球から天体の位置を表すための基準として現在も使われている。

「緯度の計測法」

天体の南中高度を測る...位置(特に赤緯)の既知な天体の南中高度を測れば、緯度を導くことができる。



\* 赤緯...天体の位置を表す値。天球での赤緯は、地球での緯度のようなもの。

\* 精密に天体の南中高度を測ったとしても地球は真の球ではなく、回転楕円体なので実は誤差がある。

#### 太陽の場合はどうなるのか。

太陽までの距離は大きいですが、上で考えた恒星ほど遠くはないので、太陽の赤緯は場所によって異なる。

太陽の南中高度は場所によって違うが、夏至(南中高度が一番高い)の時と冬至(南中高度が一番低い)の時の太陽の南中高度は、以下の式で表される。

$$\text{夏至の時の太陽の南中高度(度)} = 90^\circ - (\text{その場所の緯度}) + 23.4^\circ$$

$$\text{冬至の時の太陽の南中高度(度)} = 90^\circ - (\text{その場所の緯度}) - 23.4^\circ$$

それ以外の時は、太陽が北よりに位置しているのか、南よりに位置しているのかを示す「視赤緯(みかけの赤緯)」の値が計算に必要となり、以下の式で計算できる。

$$\text{太陽の南中高度(度)} = 90^\circ - (\text{その場所の緯度}) + (\text{太陽の視赤緯})$$

即ち、(その場所の緯度) =  $90^\circ - \text{太陽の南中高度(度)} + (\text{太陽の視赤緯})$

で求められることになる。

太陽の南中高度については、北が解れば求められる。

太陽の視赤緯については、1485年に南中時太陽赤緯表(noon solar declination table)等が次々出版されている。

因みに p2 の写真は八分儀です