出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.162-174、2005年3月

地図を題材にした数学の授業実践に関する一考察

－天井画作図器を用いて－

筑波大学大学院修士課程教育研究科
野沢 和弘，小林 徹也

章構成

要約

本研究では，曲面に透視画を描く装置を用い，授業を実践した。これにより，人の営みとして数学を捉えることができた。また，その装置と数学的なつながりから日常生活の関わりの深い地図を題材に取りあげ，数学と地図の関係を認識することが確認できた。これらのことを踏まえ，数学への興味関心を喚起し，数学観の変容を促すことが示された。

キーワード：地図，三角関数，解釈学的営み，ヴィニョーラ，天井画

１．はじめに

現行の高等学校学習指導要領解説数学編によると，現在の高校数学教育の問題点について，「数学の学習がすべての生徒に必要であるとはいえ，高校では，数学に興味・関心等をもたない生徒が少なからずいる」（文部省，1999，p21）という事実を認めている。その上で，改訂の趣旨を「数学を学習する意義，数学的な見方や考え方のよさ，数学の美しさ，文化や社会生活において数学が果たしている役割などを理解させることにより，数学への興味関心をもたせ，学習への意欲を高めることを大切にした。」とし，さらに，「数学的活動を通して創造性の基礎を培う」（文部省，1999，p21）ことに重点をおいている。そこで，筆者は，「数学的活動の楽しさ」や「文化や社会生活において数学が果たしている役割」に着目し，生徒が自ら実際に体験し，その実感を通して考える授業を実践することで，生徒が興味・関心をもって活動をし，数学観の変容を促すのではないかと考えた。

礒田（2001）は，数学における異文化体験が，無意識下に潜む数学文化を自覚させる行為であり，「数学を人の文化的営みとして理解し，数学観の変容を促す」（礒田，2001，ｐ39）ことに貢献していると述べている。また，礒田（2002）は，「共感と教訓を導く原典解釈機会を取り入れるならば，解釈学的営みを通じて，生徒は，自らその数学内容とそれを生み出した人間との関わりを知る活動に取り組むことになる」と述べている。さらに，礒田（2003）は，道具は「認識の変容をもたらす」（礒田，2003，ｐ248）と述べている。以上のことから，筆者は生徒が原典を人の文化的営みを記したものとし，原典を解釈するとともに，原典に載せられた歴史的道具を用いて異文化体験するならば，人の営みとして数学を見ることができると考える。

本研究では，授業において，原典を解釈するとともに，原典に載せられた道具を，教材

として活用し，数学観の変容を図る。文化や社会生活に即している事物ということで，天井に絵画を描く作図器について載せたヴィニョーラの書いた原典を扱う。また，天井画作図器と数学的なつながりから，円筒図法の地図である透視円筒図法と我々が日常最も目にする図法（滝沢，1998，ｐ19）であるメルカトル図法を扱う。滝沢（1998）は，様々な図法の地図を描くことのできるソフトを開発し，「地図を作成するときには三角関数をはじめ，多くの数学が用いられている」（滝沢，1998，ｐ17）と指摘している。また，滝沢は地図が関わる数学の授業の実践を行い，「そこに活用されている数学について学習させることは，ふだん数学に無関心な生徒でさえも興味を持たせる機会を与える。」（滝沢，1998，ｐ22）と結論付けている。そこで，本研究では，地図と数学の関連から，数学的活動を行なうことで，興味・関心を持つような活動を促し，「文化や社会生活において数学が果たしている役割」を理解できる授業を実践する。

２．研究目的・研究方法

（１）研究目的

ヴィニョーラの原典の解釈，その原典の中で紹介されている天井画作図器（道具）の使用による異文化体験ならびに，地図と三角関数等の数学との関連の学習から，興味関心を一層喚起し，数学観の変容が授業内で達成することができるかを考察する。

上記の目的を達成のため，以下の課題を設定する。

課題１：ヴィニョーラの原典の解釈を通じての異文化体験を取り入れた授業の中で，天井画作図器を操作する数学的活動を行なうことにより，人の営みとして数学を捉え，数学の有用性を感じることができたか。

課題２：透視円筒図法とメルカトル図法の比較を行い数学的な違いを理解することで，地図に数学が果たしている役割を理解することができたか。

課題３：課題１，課題２を通して，興味関心を持って活動し，数学が生活に関わっていることの理解できたか。また，数学観の変容を促すことができたか。

（２）研究方法

ヴィニョーラの原典を用いて教材開発を行い，地図に関する題材を用い授業を行う。授業の様子を撮影したビデオ，事前・事後アンケートおよび生徒の反応をもとに考察する。

３．曲面の作図史

（１）天井画作図器の教材化

今回の授業研究では，原典として Jiacomo Barozzi da Vignola（1507－ 1573）の『Le due regole della prospettiva practica』を用いた。ヴィニョーラは，この原典の中で，透視画について述べている。その原典の中に載せられた天井に絵画を描く作図器を授業で扱うことにする。この道具を使うことで，平面状の絵画を基にして，天井に絵画を描くことが

図１ヴィニョーラ

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.162-174、2005年3月

できる。この道具を使って描かれた円筒状の絵画は，ある地点から眺めると，平面状の一枚の絵画と見ることができる。

（２）天井画作図器の数学的解説

図２のように，丸い台ＧＨＳＩの真ん中ある点Ａを中心とし，棒ＡＥを軸とする。棒ＥＴと棒ＤＦは，棒ＡＥに交差し，常に平行に保たれている。ＡＥの頂上にある棒ＥＴは、平面に照準を合わせている。もう一方の棒ＤＦは、曲面（円筒）に照準を合わせてある。棒ＥＴの指す平面上の点から，棒ＤＦの指す円筒上の点へと点を置き換えることができるしくみになっている。このとき，軸である棒ＡＥを回転させるとともに，棒ＥＴと棒ＤＦの両方を平行に保ちながら動かす操作を行ない，平面上の像をなぞると，円筒上に像を置き換えることが出来る。このとき，点Ｅから平面の像を眺めたときと，軸ＡＥと棒ＤＦの交点から曲面に描いた像を眺めたときを見比べると，全く同じ形に見ることが出来る。

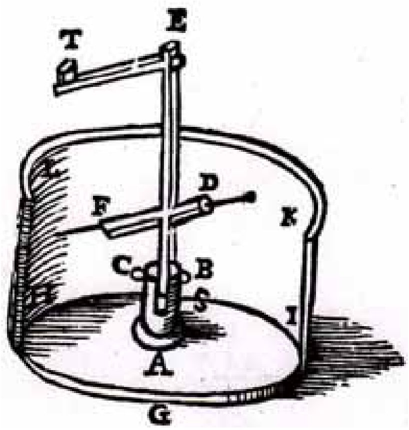

図２　原典に載せられた道具

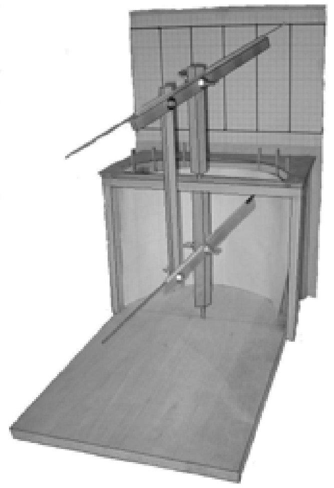
図３　作成した道具

次に，道具を真上から眺める。Ｃを中心とする円は円筒であり，辺ＳＲは平面を示している。このとき，点Ｃを頂点とする角は，すべて同じ大きさとなっている。つまり，円柱と平面が離れるほど，像の拡大率は大きくなる。

図５のように，円の半径を１とする。
等しい角の大きさを 30°とする。
このとき，ST ： TO を考える。
$\angle TCO = 30°$，$CO = 1$ より，

$$\tan \angle TCO = \frac{TO}{CO}$$

ゆえに，$TO = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\angle SCO = 60°$，$CO = 1$ より，

$$\tan \angle SCO = \frac{SO}{CO}$$

ゆえに，$SO = \sqrt{3}$

$$ST = SO - TO = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

以上から，ST ： TO ＝ ２ ： １

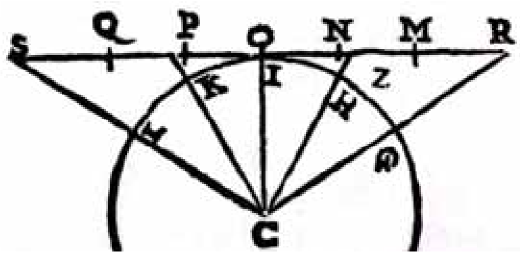

図４　原典に載せられた道具を真上から見た図

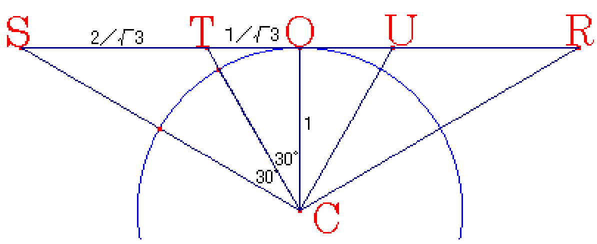

図５　真上から見た図

天井画作図器では，平面から円筒状の曲面に像を移すことを考えたが，反対に円筒状の曲面から平面に像を移す場合を考えると，地図投影法の一種である透視円筒図法に非常に似ている。

（３）地図の教材化

① メルカトル図法

15～16 世紀，世界は大航海時代であった。その時代は，プトレマイオスの地図が使われていた。しかし，プトレマイオスによる地図は，角度を正確に知ることができる地図ではなかった。そのため，船出をするときに，進むべき方向を考えることは難しかった。そこで，メルカトル（1512～1594）は，時代の要請に適応した地図の必要性を感じ，新しい地図を作ったのである。

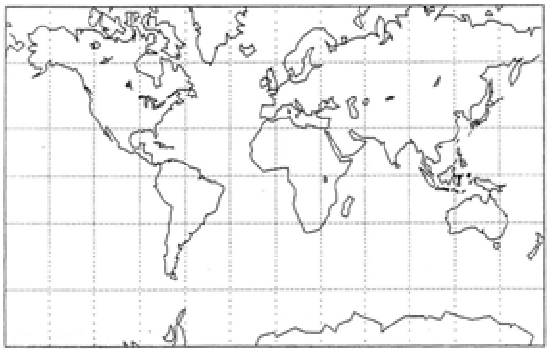

図 6 メルカトル図法による地図

地球は，球状であるため，緯線は赤道の長さが最大であり，60°付近では，緯線の長さが赤道の半分の長さになっている。しかし，メルカトル図法の地図では，緯線は，全て同じ長さになっている。そのため，60°付近では，球状の緯線の 2 倍に拡大されており，極では，無限大に大きくなっている。つまり，極に近づくにつれ，拡大率は，大きくなる。

そのため，メルカトル図法は，北緯南緯とも 80°付近までしか地図化していない。一般に，緯線の拡大率は $\dfrac{1}{\cos\theta}$ である。そこで，等角性を保つために，緯線の拡大率と，経線の拡大率を等しくしなくてはならない。そのため，経線の拡大率は，$\dfrac{1}{\cos\theta}$ となっているのである。

② 透視円筒図法

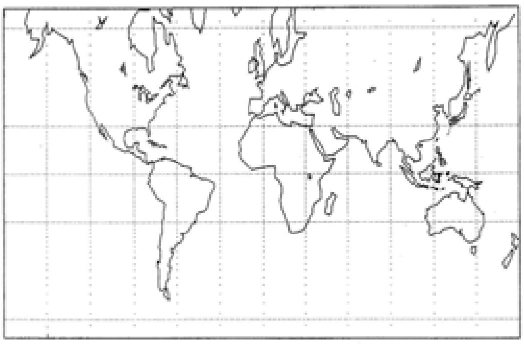

図７ 透視円筒図法による地図

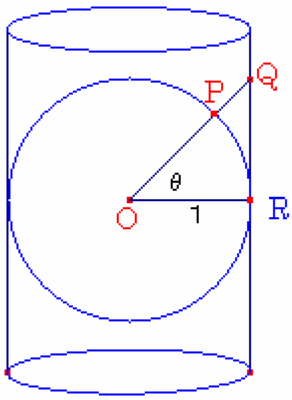

図 8 透視円筒図法

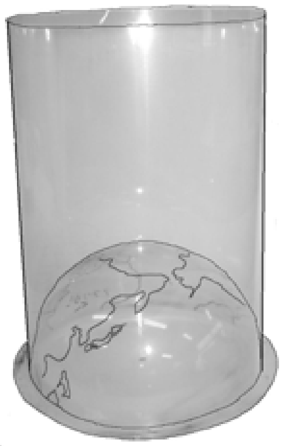

図９ 作成した円筒

球面を円筒で囲み，図 8 のように，球の中心Oを通りながら線を伸ばし，球上の点Pを円筒上の点Qへと移す方法が透視円筒図法である。これを教材化したものが，図

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.162-174、2005年3月

9 である。経線の拡大率が $\dfrac{1}{\cos\theta}$ であり，緯線の拡大率が $\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ である。メルカトル図法とは，経線の拡大率が異なっていて，透視円筒図法の方が拡大率が大きい。つまり，メルカトル図法と比べ，縦長になっている。

4．天井画作図器と地図を題材とした授業の概要

（1）授業環境

① 対象：栃木県立高等学校 2 年生（1 クラス 43 人）
「三角関数」既習

② 日時：平成 16 年 12 月 7 日，14 日，15 日（45 分×3 時間）

③ 準備：コンピューター（Windows），Microsoft Power Point,
プロジェクター，実物投影機，Grapes，Cabri GeometoryⅡ
事前・事後アンケート，授業資料，天井画を描くための器具，透視円筒図法の地図を描くための透明な円柱

（2）授業展開

〈1時間目〉

【目標】

「天井画は，どのように描かれているのか」という問題提起に対して，ヴィニョーラの原典の挿絵を解釈することで，道具の操作や仕組みという「異文化」を体験し，実際にその道具を用い，操作し作図するという数学的活動をすることで，数学に対する興味関心を高める。また，原典の数学的な考えが，地図の性質と関連していることを認識する。

【授業の流れ】

まず，授業資料 1 ページ目と同じ絵をプロジェクターで大きく映し，以下のようなやりとりを行なった。

授業者：これは，一般的などこにでもあるような絵画ですが，建築物のある変わった所に描かれたものです。どこに描かれたものでしょう？

生徒 A：天井！

授業者：天井はどんな形をしていたのかな？

生徒 B：ドーム型をしています。

授業者：ドーム型の天井に描いた絵画であるのに，真下から見ると，なぜ平面の絵画に見えるのだろう？

問題提起を行なったところで，このドーム型の天井に絵画を描く器具を考案したヴィニョーラについて説明し，ルネッサンス期の建築家であることや，書いた著作の説明をし，授業で扱う原典を紹介した。その原典は，透視図について載せているものだと説明した。

次に，ヴィニョーラが書いた原典「Le due regole della Prospettiva Pratica」の中に，先ほど挙げた天井画を描く装置について載せられたページがあることを説明し，

http://math-info.criced.tsukuba.ac.jp/Forall/project/history/2004/vignola/vignola_index.html

そのページを示した。本文はイタリア語で，文章が長いため，解読することは，容易でない。そのため，イタリアのモデナ大学のホームページに原典の当該箇所の要約が載せてあるため，その日本語訳を見せた。その際に，自作の道具を生徒に見せた。

「原典に載せられた図と同じように（授業者が）道具を作りました。では，どういった仕組みになっているのだろう？」と発問をし，その要約を読みながら，原典の挿絵の解釈を行った。要約を読んだだけでは，意味が伝わり難い所は，適宜授業者が仕組みについて説明を行なった。

その後，実際に，天井画作図器を使って，平面に描かれている図（縦の線と横の線）を円筒上に描く体験を行なった。ここで，生徒は道具を手に試行錯誤をしながら，作業を行なった。（図 10，11 参照）「縦線の間隔が違っているよ。」などと，生徒たちは相談し，協力しながら，主体的に活動している姿が見られた。図 12 のように，原典に書かれていた曲面上の視点から見ると，円筒上に描かれた曲線や直線は，実際にどのように見えるのか確認し出す生徒も多数見られた。

図 10 道具を使う生徒

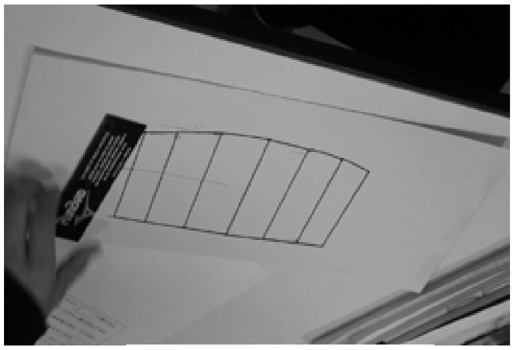

図 11 描けました！

作業を終えたところで，平面上の図と描かれた円筒上の図を比較し，特徴的な違いについて黒板を使ってまとめた。その際に，円柱と平面が離れるほど，円柱に書かれた縦線の間隔が狭まっていくという生徒の意見を強調した。この意見の他に，上下の直線が円筒では曲線になることや，間隔でなく，面積が小さくなることを見つけ出した生徒もいた。

図 12 平面に見えるかな？

次に，原典に載せられていた道具を真上から見た図を示し，何を意味しているか考えた。真上から見ているため，平面が直線に，円筒が円に見える。作成した道具では，平面の縦線が等間隔になっていたのだが，原典に載せられていた図では，円筒（円）が等間隔になっていることを確認した。そして，先ほどのまとめを生かし，円の弧の長さは同じであっても，円と直線が離れるほど，対応する直線の間隔が大きくなることを説明した。ここで，地図との関連性を持たせるために，地図とはどういうものかを生徒に問い，「球を平面に映すことである。」との意見に焦点を当てた。原典の円を地球と見なし，平面を地図と見たら，この方法は地図の作り方に生かせる考えであることを述べ，次の時

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.162-174、2005年3月

間からはこの時間の考えを生かし，地図の学習をすることとした。

〈2時間目〉

【目標】

透視円筒図法の作図という数学的な活動を通して，地図は三次元の球体である地球を，二次元である平面に映すことを知る。また，地図化にするには，数学が関わっていることを通し，数学の有効性を理解する。

【授業の流れ】

前時では，地図について学習するという流れから，地図とはどういうものかを最初に説明することにした。つまり，地球は，全ての性質を満たし，平面状（地図）に書き表すことは，不可能である。そのため，地図の使用目的に応じて，いくつかの性質（面積，方位等）を選んで地図化する必要があることを説明した。その地図化で，地図投影法を強調した。

次に，地図投影法には，どういったものかを示すため，代表的な方法である円錐図法，方位図法に図を用いながら，説明を加えた。その際に，ただ説明を聞くだけでなく，各々の図法には長所短所があることを知ってもらうために，図を見ながら，球面から平面にすることでの長所, 短所を考える活動を行なった。

図 13 透視円筒図法の作図

ここで，前時の球面を平面に写す方法は，どの方法に対応しているかを考え，かつ前時の学習内容を思い出してもらうために，原典の図を元にした数学的な問題を解いた。（図 14 参照）この活動を通し，前時学習した球と平面が離れるに従い，長さの縮尺が異なることを復習できる。また，この図と関連のある投影法が円筒図法であることが視覚的に理解することができる。

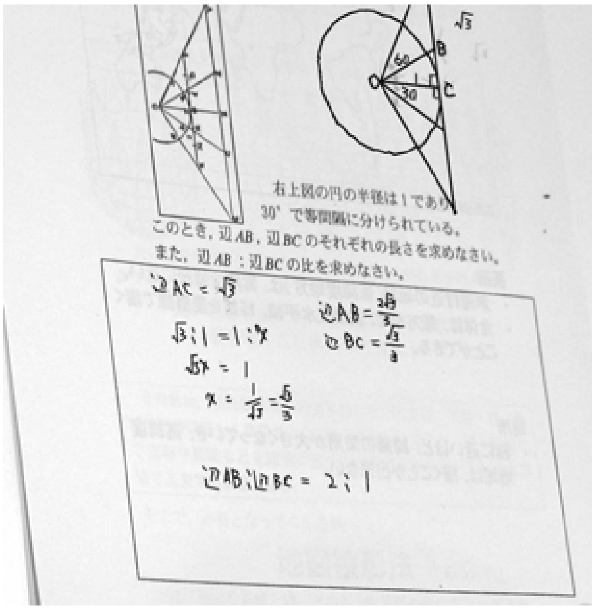

図 14 生徒の計算

円筒図法についての簡単な説明を加えたあとで（長所短所の説明はしていない), 2〜3 人のグループに分かれ，透明半球を地球と見立てた道具を用い，透視円筒図法により地図化を行なった。（図 13 参照）このとき，地球の中心点，地球上の点，円筒上の点が一直線上になるところを描かなければいけないが，なかなか合わせることが難しく，試行錯誤を

繰り返している姿が目立った。そういった状況のため，作業の進行が遅く，地図の完成に至った班は，3 分の 1 程度であった。そして，この透視円筒図法の長所短所を生徒の描いた地図を実物投影機で映し出しながら考えた。赤道に近い地域は，地球上の形に近いのに対し，極に近い地域ほど，縦に伸びることに気付き，歓声が起こった。

〈3 時間目〉

【目的】

メルカトル図法は，等角性を保つために緯線経線の縮尺を訂正していることによる緯線経線の拡大の倍率を，2 時間目に学習した透視円筒図法の緯線経線の拡大倍率と比較することで，数学的な違いを理解することができる。また，地図には数学が大きく関わっていることを理解することができる。

【授業の流れ】

本時の目的である透視円筒図法とメルカトル図法の違いを理解させるために, 二つの図法による地図を見せることから授業を始めた。また, 授業を進めていくにあたり, メルカトル図法について知っておく必要があるため, メルカトル図法の長所と短所, メルカトルの生涯の説明をした。メルカトルの時代は，大航海時代の末期でありその時代には, 船で旅行する際に, どの角度に船の舵を切れば良いか分かる地図が無かったため, メルカトルは, 新しい種類の地図を作ろうとしたことを説明した。

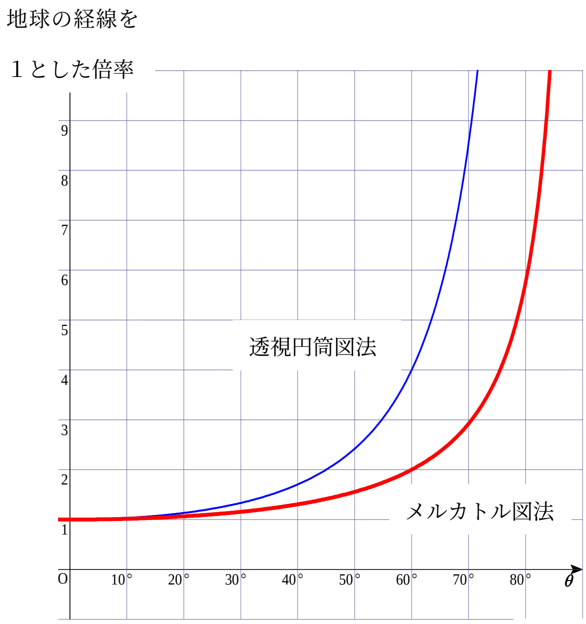

図 15 経線の伸びの違い

図 16 授業風景

まず，地球の側面を切り取り，切り取った側面を眺めると, 舟形になることが分かる。この舟形を長方形化すると，緯線が横に伸びる。そのとき，舟形上の点は，緯線方向に $\dfrac{1}{\cos\theta}$ 倍されていることが分かる。（緯線方向の拡大倍率は透視円筒図法も同じ）しかし，緯線を伸ばしてしまうと, 等角性を保てなくなってしまうため，経線も同様に，$\dfrac{1}{\cos\theta}$ 倍する必要がある。このように，メルカトル図法は，緯線経線ともに $\dfrac{1}{\cos\theta}$ 倍していることを

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.162-174、2005年3月

証明により導いた。

次に，2 時間目に学習したことから，透視円筒図法とメルカトル図法の比較を行い，経線の伸びが異なることが原因となることを示した。そして，grapes で，透視円筒図法の経線方向の伸びの $\frac{1}{\cos^2\theta}$ 倍，メルカトル図法の経線の伸び $\frac{1}{\cos\theta}$ 倍を視覚的に示し，透視円筒図法の方が縦の伸びが大きいことを示した。（図 6，7，15 参照）

5．議論

（1）課題１に対する議論

課題１：ヴィニョーラの原典の解釈を通じての異文化体験を取り入れた授業の中で，天井画作図器を操作する数学的活動を行なうことにより，人の営みとして数学を捉え，数学の有用性を感じることができたか。

事後アンケート抜粋（生徒の記述）

【ヴィニョーラの原典ならびに道具について】

① 何百年も前に，このような道具を発明してすごいと思った。

② 昔の道具は，今の道具と同じくらいすごいなと思った。

③ 複雑な道具であるが，それに込められている数学のアイデアはすばらしい。

④ 平面から曲面に移したときに，思っていたよりも元の平面とかけ離れていて，驚いた。

⑤ 数学を利用して，平面から曲面に描いていてすごいと思った。

⑥ 道具の使い方が難しい。

上記の事後アンケートによると，①のように，当時の道具を操作することで，異文化を体験し，人の営みとして捉えることで感銘を受けている生徒や，②のように，自文化と異文化を比較することによって，古い文化にカルチャーショックを感じている生徒が多数見られた。

③では，営みとして道具の仕組みを理解した上で，数学的なアイデアを駆使し，作っていることに驚きを感じ，数学の有用性を自覚していることが読み取れる。④は，道具を操作し，平面から曲面に変換する活動の中で，新しい発見を通して，数学に対して興味を抱いている姿勢が伺える。⑤もまた，平面から球面に移す数学的活動を用い，数学の有効性を実感している。つまり，事後アンケートの記述から，原典を解釈し，道具を用いることで，人の営みとして数学を捉え，数学の有用性を実感する授業の実践したことを示す結果となった。一部ではあるが，⑥の生徒のように，道具の使用法に難色を示す生徒も見られたことを付け加えておく。

事後アンケートの「今回の授業を受けて，数学を学ぶ上で、昔の人の考え方を知ることは、大切であると思いましたか？」との問いからは，42 人の生徒のうち，34 人の生徒がとても「とても大切で」もしくは「大切」を選んだ。多くの生徒が，異文化体験により，数学の有用性を実感した結果となった。

以上から，原典の解釈を通じての異文化体験を取り入れた授業の中で，道具を操作

する数学的活動を行なうことにより，人の営みとして数学を捉え，数学の有用性を感じることができたと考えられる。

（２）課題２に対する議論

課題２：透視円筒図法とメルカトル図法の比較を行い数学的な違いを理解することで，地図に数学が果たしている役割を理解することができたか。

事後アンケート抜粋（生徒の記述）

【今回の授業を通じての感想】

① 地図でもさまざまな描き方に, いろいろな数学的な考えを利用していると思った。

② 地図はとても研究して作られていることがわかった。そして，数学(例えば, 三角関数)が関わっていることが分かった。

③ 身近にある地図に対して，特に深い感情は無かったが，そこに隠された数学の考えに触れ，地図の奥深さが分かった。

④ 地図がこんなにも三角関数などの数学的な考えを利用して, 描かれていたのには，驚いた。

⑤ 地図をあのように数学を使っているとは思っていなかったので, 最初に地図を作った人はすごいと思った。

授業では，2 時間目と 3 時間目に地図を扱う授業を行った。その際に，三角関数が関わっていることに証明を用いながら説明を加えた。

事前アンケートで, 地図と数学の関係性の有無を聞いたところ, 約半分の生徒が「関係がある」と答えたが，その関係性のある分野は 5 千分の 1 や 1 万分の 1 の地図といった縮尺について挙げている生徒が９割を占め，三角関数との関係を挙げている生徒は見られなかった。つまり，授業の前の段階では，中学校の社会の時に学習した知識しか有していないため，数学との関係性を尋ねても，縮尺しか思い浮かばないわけである。

上に挙げた事後アンケートの結果にあるように，①，②では，地図と数学の関係を多面的に理解することができたと答える生徒が多数見られた。また, ③, ④のように, 日常的に接する地図であるが，考えたことのなかった地図の背景に数学の果たす役割の大きさを理解し，大きな驚きを感じている生徒も見られる。⑤では，地図に関わる数学の役割の大きさを理解し，それを考え出した地図の作成者に対しての敬意を称していた。つまり，事後アンケートからは，授業を通して，縮尺以外の観点から地図に関する数学の役割を理解したと考えることができる。

以上のことから，透視円筒図法とメルカトル図法の比較を行い数学的な違いを理解することで，地図に数学が果たしている役割を理解することができたと考えられる。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.162-174、2005年3月

（３）課題３に対する議論

課題３：課題１，課題２を通して，興味関心を持って活動し，数学が生活に関わっていることの理解できたか。また，数学観の変容を促すことができたか。

事後アンケート抜粋（生徒の記述）

【今回の授業を通じての感想】

① いつもの数学とは異なる地図の視点からの数学の授業で, 新鮮な気持ちで受けられて良かったと思う。

② 数学が身近ないろいろなところに使われているのが分かった。

③ 数学は,「生活」するために意味のあることだと分かった。

④ 授業の内容のように, 数学的な関連があるということは他にも数学が関連していると感じた。

上に，事後アンケートの感想を載せた。①にあるように，今までの授業とは視点の異なった数学の授業を実践したことで，新鮮にかつ興味関心を持って授業に取り組めたと考えられる。授業を撮影したビデオを通しても，ヴィニョーラの道具を用いての作図や，透視円筒図法での地図作成では，同じグループのメンバーと協力して，興味関心を持ちながら，数学的活動をしている様子が伺える。そうした活動を踏まえ，②のように数学が身近なことで，私たちの生活に役立っていると理解している生徒や，③は, 異文化体験と地図と数学の関係から, 生活に役立っていると考えられる生徒は,数学観が変容していると考えられる。人の営みが数学と関係していたことや，地図と数学との関連を理解したうえで，④のように，他の分野にも数学が関係しているのではないかと，発展的に考える生徒も見受けられた。

ゆえに，本授業を通して，興味関心を持って活動し，数学が生活に関わっていることの理解できたと考えられる。また，数学観の変容を促すことができた。

６．おわりに

本研究では，原典の解釈と，そこに載せられた道具を操作するという異文化体験を行なうこと，またその道具との数学的なつながりから，透視円筒図法とメルカトル図法の比較を行い数学的な違いを考えてきた。

ヴィニョーラの原典の解釈と，天井画作図器の数学的な操作を行なうことによって，人の営みとして数学を捉えることができた。また，地図という身近な事象が数学と関係し，生活に果たしている役割があることを理解できた。このことから，数学への興味関心を喚起することができ，さらには数学観の変容を促すことが分かった。

今回の授業を通して，道具を操作する数学的な活動や透視円筒図法での地図化という数学的な活動では，生徒同士がお互いの意見や考えを出しあう活動をすることができたが，数学的な計算における思考の過程などの道具を使わない場面で，生徒同士がお互い意見を出し合う機会を設けることができなかった。こうしたことをふまえ，多くの場面で生徒同士意見を交換し，他者の考えと自らの考えを比較するような活動を取り入れていきたい。

謝辞

授業研究の実施に際して，栃木県立佐野高等学校の会田英一先生，石塚学先生をはじめとする数学科の先生方から貴重なご意見とご協力をいただきました。厚く御礼申し上げます。

注

本研究は，平成 16 年度科学研究費，特定領域研究(2)課題番号 15020214「数学用機械とJAVA による移動・変換と関数・微積ハンズオン教材の WEB 化研究」（研究代表者礒田正美）において開発された歴史的道具を前提にして，平成 16 年度科学研究費，基盤研究(B)(2)課題番号 14380055「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・指導法開発研究」（研究代表者礒田正美）の一環として行われた。

引用・参考文献等

(1) 文部省(1999). *高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編*. 実教出版
(2) 礒田正美(2001). 異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察：隠れた文化としての数学観の変容を求めて. *筑波数学教育研究*. 20. 39－48
(3) 礒田正美(2002). 解釈学からみた数学的活動論の展開：人間の営みを構想する数学教育学へのパースペクティブ. *筑波数学教育研究*. 21. 1－10
(4) 礒田正美(2003). なぜ道具を数学教育で活用する必要があるのか：道具を使ってこそ学べる数学の教育的価値を明らかにするためのパースペクティブ. *日本数学教育学会第36 回数学教育論文発表：「課題別分科会」発表収録：今後の我が国の数学教育研究*. 246－249
(5) 礒田正美・土田知之（2001）. *異文化体験を通じての数学の文化的視野の覚醒：数学的活動の新たなパースペクティブ*. *第25 回日本科学教育学会年会論文集*. 497－498
(6) 滝沢昌弘(1998). 地図と数学. *日本数学教育学会誌*. 80. 11. 17－22
(7) 滝沢昌弘(1997). 地図と数学. *テクノロジーの活用による数学科教育内容の改訂に関する研究－解析領域，幾何領域を中心に－. 中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究*. 4. 262－281
(8) Jiacomo Barozzi da Vignola ; editor, I. Danti（1987）. Le due regole della prospettiva practica. Archival Facsimiles Limited（原著出版 1583）
（9）John Noble Wilford（1988）. *地図を作った人びと：古代から現代にいたる地図製作の偉大な物語*. 鈴木主税訳. 河出書房新社
（10）大西直(2004). 身近な事象の数学化についての授業研究：透視図とアナモルフォーズ画法を用いて. *「確かな学力」の育成と道具を用いた数学教育. 中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究*. 11. 111－122
（11）織田武雄（1998）. *古地図の博物誌*. 古今書院
（12）織田武雄（1981）. *古地図の世界*. 講談社
（13）丸山隆玄（1970）. *数理地図投影法*. 槙書店

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.162-174、2005年3月

（14）小坂和夫（1982）．*新程地図編集と投影*．山海堂
（15）三好唯義（1999）．*図説世界古地図コレクション*．河出書房新社
（16）佐藤久他（1998）．*新詳高等地図初訂版*．帝国書院
（17）Modena University ：PERSPECTIVA ARTIFICIALIS
http://www.macchinematematiche.unimo.it/Sito_Macchine/mostra4/pagina_iniziale.htm
（18）丹羽洋（1979）．*フレスコ画の制作 ： 基本技法から壁画制作まで*．美術出版社