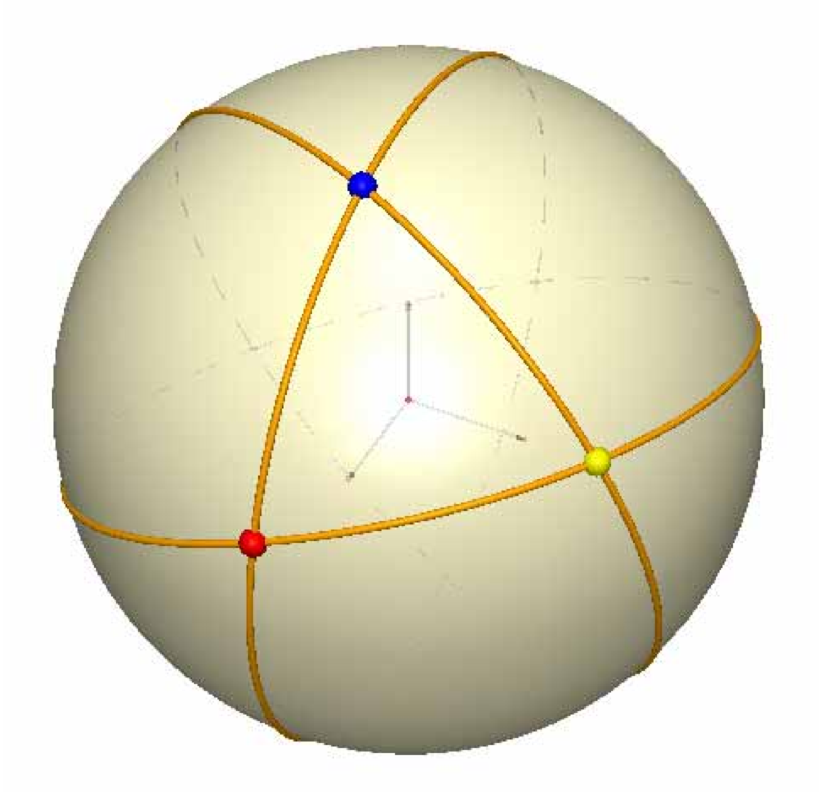
「球面上の数学」
授業資料（3 時間目）

～「三角形の合同条件」の検討～



埼玉県立春日部高等学校

２年______組______番

名前____________________

（授業者：筑波大学大学院教育研究科１年・中村稔）

０、前回の復習

　前回は球面三角形を定義し、球面上の「正弦定理・余弦定理」を導きました。

《球面正弦定理》

$$\boxed{\frac{\sin \mathrm{a}}{\sin \mathrm{A}} = \frac{\sin \mathrm{b}}{\sin \mathrm{B}} = \frac{\sin \mathrm{c}}{\sin \mathrm{C}}}$$

《球面余弦定理》

$$\cos \mathrm{a} = \cos \mathrm{b} \cos \mathrm{c} + \sin \mathrm{b} \sin \mathrm{c} \cos \mathrm{A}$$
$$\cos \mathrm{b} = \cos \mathrm{c} \cos \mathrm{a} + \sin \mathrm{c} \sin \mathrm{a} \cos \mathrm{B}$$
$$\cos \mathrm{c} = \cos \mathrm{a} \cos \mathrm{b} + \sin \mathrm{a} \sin \mathrm{b} \cos \mathrm{C}$$

　今日は球面上の「三角比」の応用として、平面・球面三角形のそれぞれにおいて、合同条件を考えよう。

球面三角形の合同条件を
　　　　　　「球面正弦定理・球面余弦定理」
を使って考えます。

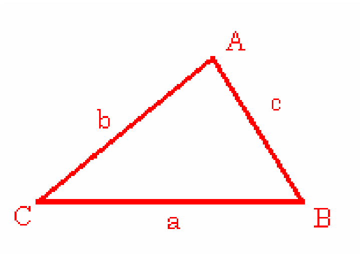
まずその練習として、平面三角形の合同条件を
「平面上の正弦定理・余弦定理」を使って考えてみましょう。

1、平面三角形の合同条件の検討

２つの三角形が $\boxed{}$ とは、

$\boxed{}$ がすべてそれぞれ等しいこと。

<ワークシート問題①>
平面三角形の３つの
合同条件が正しいことを
正弦定理・余弦定理を使って
説明して下さい。



2、球面三角形の合同条件の検討

球面余弦定理については、メネラウスの『球面学』第１巻に出てくる「極三角形」（授業では扱いません）というものの性質を使うと、次のように変形できます。

◎<u>単位球（＝半径１の球）面上</u>の三角形について考える。

《球面余弦定理（変形版）》

$$\cos A = -\cos B\cos C + \sin B\sin C\cos a$$
$$\cos B = -\cos C\cos A + \sin C\sin A\cos b$$
$$\cos C = -\cos A\cos B + \sin A\sin B\cos c$$

注意：球面三角形の内角の和は一定ではない。

＜ワークシート問題②＞
　以上３つの定理を使って、平面三角形の３つの合同条件が球面三角形の場合にそれぞれ成り立つかどうか、考えよう。

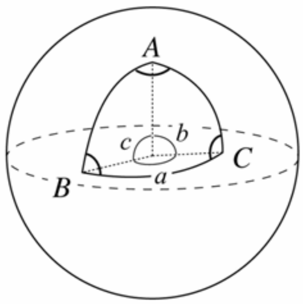
＜ワークシート問題③＞
　問題①で考えた３つの条件の他に、球面三角形の合同条件はないだろうか？

球面三角形の合同条件

① 3 辺がそれぞれ等しい

② 2 辺とその間の角がそれぞれ等しい

③ 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい



３、まとめ

平面	球面
直線	大円
正弦定理・余弦定理 ・$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ ・$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$	球面正弦定理・球面余弦定理 ・$\dfrac{\sin a}{\sin A}=\dfrac{\sin b}{\sin B}=\dfrac{\sin c}{\sin C}$ ・$\cos a=\cos b\cos c$ $+\sin b\sin c\cos A$
三角形の内角の和は １８０°	
三角形の合同条件は 3 辺・2 辺夾角・1 辺両端	

今回は平面と球面に限って考えてきましたが、
空間が違えばまた別の考えが必要になってきます。

３日間ありがとうございました。