

磯田正美,梅津由一,佐々木美佐子,大久保和義,佐藤義昭,中山勝喜,課題提示法研究会,“研究ノート コンピュータを利用した問題設定～中学校数学科を対象に～”,北海道教育大学付属教育実践研究指導センター紀要, no.27, 1991.

概要

本稿は、新学習指導要領中学校数学科で提案されたコンピュータ活用並びに課題学習に対して、問題設定の立場からアプローチすることをねらった我々研究会の本年度の活動成果を記録することを主題としている。ただし、今年度の活動は、この報告をまとめる時期以後の三学期の授業研究に焦点を当てて進めている。したがって本稿はその経過報告に留る。

参考文献

- 1)古藤怜,“数学教育研究”, no.4,5, 上越教育大学
- 2)金子忠雄監修,“対話と探求を深める数学科授業の構築”, 1989,教育出版
- 3)磯田正美,“コンピュータ活用の現在の方向性”, 数学教育, no.2, 1990, 明治出版
- 4)M.Isoda, “Research on The Method of Instruction in Secondary School Mathematics Using the Classroom Microcomputer network for Mathematization”
- 5)M.Isoda, “Microcomputers in Secndary Education”, North Holland, 1987
- 5)飯島康之,筑波数学教育第9号A
- 7)飯島康之,数学教育研究, no.5, 上越教育大学
- 8)飯島康之,イプシロン, vol.32, 愛知教育大学
- 9)沢田利夫他,“問題から問題へ”, 東洋館
- 10)文部省,“情報教育に関する手引き”
- 11)磯田正美,教科教育学研究第8集(第1法規), 筑波数学教育研究, no.2
- 12)徳峯良昭,日本数学教育学会誌, vol.71, no.11
- 13)ハンソン,“知覚と発見”, 紀伊国屋書店
- 14)ナイサー,“認知の構図”, サイエンス社
- 15)ドウンカー,“問題解決の心理”, 金子書房他
- 16)ウォルター,ブラウン,“いかにして問題を作るか”, 1990, 東洋館

研究ノート

コンピュータを利用した問題設定

～中学校数学科を対象に～

磯田 正 美(北海道教育大学岩見沢分校)・大久保 和 義(北海道教育大学札幌分校)
梅津 由 一(札幌市立北辰中)・佐藤 義 昭(札幌市立藤野中)
佐々木 美佐子(札幌聖心女子学院)・中山 勝 喜(札幌市立白石中)

課題提示法研究会

1991年3月

北海道教育大学附属教育実践研究指導センター紀要

第10号 別刷

コンピュータを利用した問題設定

～中学校数学科を対象に～

磯田 正美(北海道教育大学岩見沢分校)・大久保 和義(北海道教育大学札幌分校)
梅津 由一(札幌市立北辰中)・佐藤 義昭(札幌市立藤野中)
佐々木 美佐子(札幌聖心女子学院)・中山 勝喜(札幌市立白石中)

課題提示法研究会

はじめに

本稿は、新指導要領中学校数学科で提案されたコンピュータ活用並びに課題学習に対して、問題設定の立場からアプローチすることをねらった我々研究会の本年度の活動成果を記録することを主題としている。ただし、今年度の活動は、この報告をまとめる時期以後の三学期の授業研究に焦点を当てて進めている。したがって、本稿はその経過報告に留る。本年度の全様は、別途報告する計画である。

本稿の構成は以下の通りである。

I. 数学科におけるコンピュータ活用

I-1. コンピュータ活用の多様性

I-2. 数学的活動を支援するためのコンピュータ

II. コンピュータを活用した問題設定

II-1. 問題設定の意義

II-2. 問題設定のタイプ

III. 問題設定の方法

III-1. 問題設定の過程

III-2. 問題設定の指導過程

今後の予定

[注及び参考文献]

I. 数学科におけるコンピュータ活用

本章では、数学科におけるコンピュータ活用の多様性をコンピュータの側から探り、次に、数学科の学習指導の側から数学的活動を支援するコンピュータ活用法を提起しよう。

I-1. コンピュータ活用の多様性

この節では、コンピュータ活用の側から、数学科におけるコンピュータ活用の多様性を示す。従来の活用法を分類することによりその多様性を整理して示し、活用の現状を概観しよう。

1つの分類観点として、コンピュータを利用する面から、次の様に教師と子どもに分ける観点がある。

① 子どもが使うコンピュータ

子どもが実際にコンピュータを操作することによって学習していくCAI学習、計算のドリル学習での活用や、学習者がコンピュータを操作し、実験の代用としてシミュレーションを行ない、現象を把握したり、その現象の背後にある法則を発見し、検証する等の実験シミュレーションとしての活用がある。

② 教師が使うコンピュータ

教師が課題を提示したり、ある概念を理解させるために、コンピュータを活用する。コンピュータを活用する。コンピュータによる複雑な事象、現象をシミュレーション、アニメーションで演示したり、複雑な図形の提示などグラフィック機能を有効に活用する事によって、その現象などに興味感心を持たせたり、概念形成を助けたり、法則の理解を深めたりする。

他の分類観点としては、コンピュータの機能面からの観点があり、次の様に分類できる。

- (1) 学習環境の整備、多様化の手段として
- (2) 学習の個別化の手段として
- (3) 教師の教材研究の手段として

以下、(1)~(3)、それぞれの内容、利点、問題点を述べよう。

(1)は、コンピュータ等のシミュレーション機能を利用する等、これまでもよりも豊かな学習環境を整えることを目的とする。

子ども達が理解しにくい事象、考え方、法則、規則などをシミュレーションして、わかりやすく示したり、子どもたちに結果を予測させて表示したり、実際に操作させることによって発見させたりしながら、理解を深めるのである。

新指導要領での要請もあり、最近では、教科書会社等によるこの種のソフト開発が盛んである。例えば、中学校数学における、円周角での利用、多角形の外角の和を求めるシミュレーション、統計処理における表計算ソフトの利用、あるいは、現行過程との違いはあるものの、LOGOの利用などが考えられる。

ソフトを通常の授業で提示型活用する場合の問題点としては、大型ディスプレイの必要や、予定した授業展開とソフトの展開の流れとのギャップが指摘できる。特にLOGO利用の場合などは、展開の違いが顕著に出やすい。また、子どもが学習していくときの、理解の仕方、速さ、つまづく箇所等が子どもによって異なるなどの障害もある。

(2)についての方法は、おおきくCAI学習とCMIによる診断に分けられる。その利点から述べよう。

CAIによる個別化の利点

- ・個々の子どもに応じた学習速度になる。
- ・個に応じた学習内容になる。

CMIによる学習状況の診断

授業改善を目的とした教師の活動を支援し、個別的学习状況を形成的評価することから、

- ・次の授業の手立てを探る手段となる。
- ・教材データベース等との相互活用により、より授業準備を支援する。
- ・形成的評価に加えて、データの蓄積、処理により、診断的評価を支援する。

運用上の問題点としては、台数の制約、コースウェア・教材データベース等の不足、システム間の互換性などが上げられる。

(3)については、ドリル問題の作成、評価問題の作成、テスト問題の作成等が考えられるよう。適切な教材データベースがあれば、教師の期待する条件の問題を入力する事で、意図する問題を自動作成することができる。このような利用法は、多忙な教師が、個別指導などを行う際の負担を軽減する意味で、有効であるとされる。運用上の問題点としては、問題の蓄積不足、ドリルを作成するソフト不足などがあげられる。

以上のように、コンピュータの側から数学科での活用法は多様に上げられる。次の節では、数学科の学習指導の側から、特に、数学科の高次目標を意識して、数学的活動を支援する意味での活用法を検討していこう。

I-2. 数学的活動を支援するためのコンピュータ

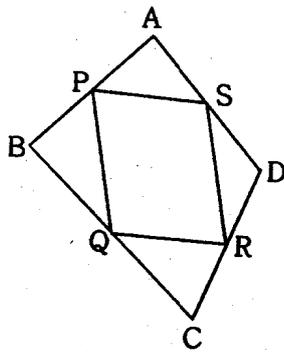
古藤怜氏が指摘するように、今日強調されるところの「個を生かす指導」においても、生徒自身が数学の発見や創造活動に参加する「Do Math. の指導」が重視される¹⁾。数学の発見や創造は、試行錯誤、仮説検証、問題解決、証明と論駁、対話と探求、モデル化、数学化というような標語に代表される数学的活動による。以下では、こういった活動重視の立場から、数学的活動を支援する為のコンピュータ活用を提起していこう。

人間活動は主体性と社会性という二面を備えている。この二面から数学をみれば、数学的活動は、主体的探求と対話という二面から促えることができよう。金子忠雄氏等は、この二面を重視して、対話と探求による学習指

導を提唱している²⁾。その中で、酒井勝吉氏は、探求を深めるツールとして対話型のコンピュータ活用を提起している。金子氏等が指摘するように、通常の学習指導にみられる生徒、生徒相互・生徒教師間の自由な探求、対話と、個の学力差に応じた学習指導を実現しようとするフレーム型CAIの個別学習でみられる探求、対話の質は、かなり対象的である。仮説設定、修正のため情報を得るツールとしてのコンピュータ活用は、数学的活動の促進を主題としており、生徒個々の探求、生徒相互・生徒教師間の自由な対話を促進する意味で、数学的活動を重視した学習指導研究に整合的である。以下では、ツールとしてのコンピュータとの対話が、従来の学習活動を、より数学的に意義ある活動へと改善する可能性をもつことを示そう。

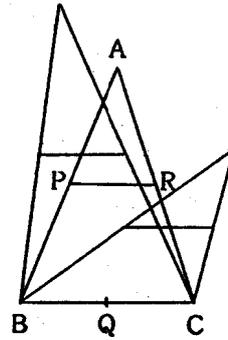
対話型の活用は、理論を学んだ後、典型的事例(数学現象)を示すという「理論→現象」型の従来の学習系列に対して、数学現象から数学理論を構成しようとする「現象→理論」型の学習系列を支援する³⁾。例えば、次のような事例を上げることができる。

①四角形ABC
Dの各辺の中
点を順にP,
Q, R, Sと
すれば、四角
形PQRSが
平行四辺形で
あることを証
明せよ。



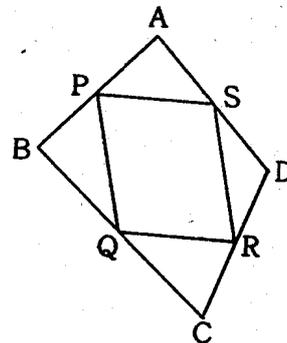
問①は、普通、中点連結定理学習後の応用問題(理論の事例、数学現象)として出題される。すなわち、「理論→現象」型の学習系列で提示される。それに対して、コンピュータは「現象→理論」型の問②に始まる学習系列を容易にする。

②下の図はそれぞれ三角形ABCのAB、AC、BCの中点P、Q、Rとして、PQを結んでかいた図である。何か気がつきませんか。



問②の図をみても $PQ \parallel \frac{1}{2}BC$ は意識できよう。さらに、点Aを動点にして、コンピュータでシミュレートすれば問いはより現実身を帯びてこよう。シミュレートしながら、誰かが「平行だ」ともらしたとしよう。皆が「エッ!」と思って点Aを動かしてみる。確かに「平行だ!」と確認する。また、誰かが「長さが半分」ともらしたとしよう。平行で半分であると確認する。これが、上記の酒井氏の言う仮説検証を含んだコンピュータとの対話過程と言える。無論、その後、証明する必要がある。証明すれば、中点連結定理がえられるのである。これが「現象→理論」型の展開である。

③四角形ABCDの各辺の中点をPQRSとする。頂点A、Cを動かすと、四角形PQRSの形はどうなるだろう。



このような展開の後、先の問題を改めて問

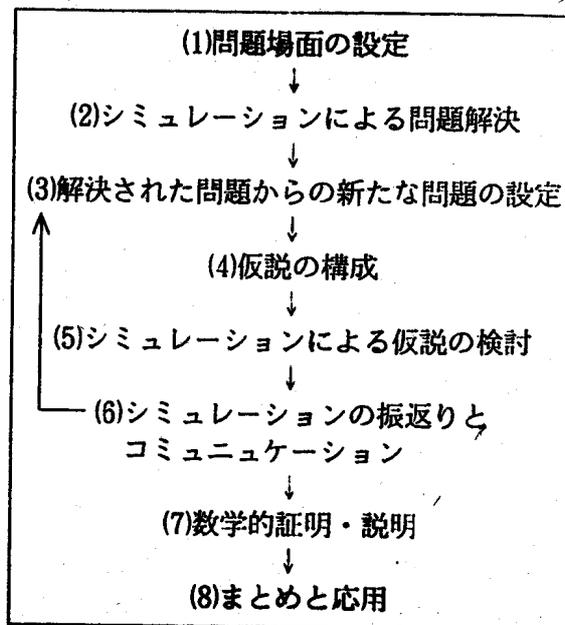
③の形式で提示する。同じ様に「現象→理論」型展開がみえてこよう。

再度、①の扱いと②③の扱いを比較していただきたい。①はなぜ証明するのかという必然性がない。②③の扱いは、発見したことを検証しようとする必然性に支えられた活動が期待できる。学習指導でコンピュータとの対話を利用する事で、従来の「理論→現象」型の学習活動を、「現象→理論」型の活動へと改善できるのである。

重要なことは、②③のような学習活動は個別学習では成立しない点である。個別に成立するには全員に「平行」を気付かせるような工夫が必要になる。このような工夫、いわば教師の「させる」行為は、主体的で自由で自然な探求を生徒から奪うことに通じる。「平行だ」ともらず仲間がいるから、皆が「エッ」と仮説を持って調べる気持になり、個々の主体的な探求が期待できるのである。よく指摘されるように、コンピュータを操作しながら、適切な議論ができるのは、2～4名の小グループであるという。仲間と対話をしながら進めることで学習が成立するのである。このような活用では、従来から研究されてきた一斉指導のノウハウを生かすことができるばかりか、なお一層それが重要になる。

このような探求や対話を深める意味での、数学的活動を支援するコンピュータ活用は、従来から数学科で重視されてきた活用法である。個を生かす意味での、主体性、社会性が発揮される学習展開が構想できるからである。かつて、磯田は、コンピュータとの対話を重視し、立方体の切断や1次返換を題材に、右上のような学習指導過程モデルを提案した⁴⁾。

モデルを問②で説明しよう。(1)問②を読んで、直観的に平行が意識されることで、問題場面が設定される。(2)シミュレーションで、その予想は直観的に解決される。コンピュータを囲んだ班内での対話が極く自然になされる。(3)線分の長さが普遍なことをシミュレ-



ーションから意識する者が出る。(4)(5)その仮説を再度シミュレーションで直観的に解決する。その間、見つけ出した情報は生徒の歓声によって班内に限らず、班間を伝って、自然に広がっていく。その広がりを契機に、コンピュータから離れた学習活動に移る。(6)シミュレーションからわかったことを報告し合う。(7)直観的にわかったことを数学的に確かめようとする活動がなされる。(8)定理として確認して、練習等に移る。

このようなツールとしてのコンピュータ活用はソフト面でも、事例事にプログラムが蓄積される傾向が顕著にある。例えば、愛知教育大学の飯島康之氏の開発した、Geometric Constructure⁵⁾のように、平面図形での探求行為のほとんどに対応しえるパッケージソフトも構築されるに至っている。このようなソフトの充実が、指摘した「現象→理論」型の学習活動が容易にできるようになってきている。

II. コンピュータを活用した問題設定

ここで問題設定とは、特に、前章で述べたコンピュータのような対話により、コンピュータから情報(仮説)を得て問題文化していく行為を指す。本稿で主題とするコン

コンピュータを活用した問題設定による学習指導とは「前出の問②や問③のような情報をコンピュータで指示し、生徒自身がそこから問題を設定し解決し、さらには発展させていく学習活動」を指し、問題設定以後の活動も含むものである。問題設定におけるコンピュータ活用は、数学的活動を支援する活用法の一つと言える。ここでは、コンピュータを活用した問題設定による学習指導の意義と類型を提示する。

II-1. 問題設定の意義

我々はこの学習活動に次のような意義を認めている。

① 生徒が主体的に数学の創造過程に参加できる。

これは従来から数学科の学習指導の課題であった。ところが、従来の指導では創造活動の重要性が指摘されても、生徒の能力の多様性、基礎基本の定着の必要、時間不足等の諸条件による制約から、実際にはそのような学習活動を展開することが難しかった。まずは解けるようにとの願いから、「解きなさい」ではじめる学習活動が基本になったのである。

そのような偏りを改めようとはじめられたのが問題設定(作問)研究とみることができる。ただし、従来の問題設定研究の主流は、解いた問題の条件換えにより、「解きなさい」後の活動に焦点を当てたものであった⁶⁾。先の問題②、③のような場面からの問題設定にはじまる授業展開は、実践的にはめずらしくないが、まとまった研究としては新しいタイプの研究である。その理由は、先の問題②や問③の図を書くこと自体に時間を要し、また生徒の作図技能が多様で一斉にできない等、従来の学習環境では期待した反応が得がたかったためとみることができる。特に、図を個々にかいた場合、それぞれ独立した図とみて、それが連続的に変化するというような意識では促えにく

い。それに対して、コンピュータで、頂点を主体的に自由に動かすことは、全く容易に誰もが取り組める活動である。キー操作に応じて、図は連続的に変化し、常に不変な平行が浮き出してみえる。一瞬の内に、その性質をみつけることができるのである。

② 自己学習力を育てること

生涯学習社会では、自己学習力が基本である。自己学習力を育てるには、主体的に学こと、学び方を知ること、学ぶこと自体に喜びを味わうことなど多様な要因が上げられよう。生徒自身に問題設定を求めることは、「自分の発見したことは自ら確かめてみたくなる」というような知的好奇心に支えられた主体的な解決活動を保障しようとするものである。実際、先の問題③で自分が見出した問題を解決することは、全く主体的な活動である。一方、問①を「証明せよ」と指示されるのは、全く受動的なばかりでなく、「何ゆえ証明しなければならないのか」という解決意義が最後まで見出せないのである。

自分の問題を解くことは、意義の認められた行為であり、与えられた問題を解くことより格段に喜びの大きいものである。同時に主体的に問いを設定して解決していくことは、学び方の基本である。それゆえ、問題設定を生徒に求めることは、自己学習力の育成と深く関わると言える。

③ 情報処理能力を育てること

高度情報化社会では、情報処理能力が重要である。文部省の「情報化協力者会議」では情報処理能力を「主体的に多くの情報の中から必要な情報を選び、内容を判断し、選んだ情報を整理し、適切な情報を引き出す能力、さらには獲得した情報から新たな情報を作り出し、それを他へ伝達する能力」として、その育成の必要を提起している⁷⁾。コンピュータから、必要な情報を抽出し、問題設定し、解決し、他者へ提示していくというこの授業のもつ学習活動は、まさに

その能力を育てるものである。

④ 事象を数学的に処理する能力を育てること

これは、今次の指導要領改定で再度強調された目標である。コンピュータで提示される場合の事象とは、先に述べた数学現象を指すものとみることができる。数学現象から得た仮説を問題として設定し、解決することは、事象を数学的に処理することに他ならない。それゆえ、このような学習指導は④の能力を育てる上でも重要である。

⑤ 適切な数学観・関心態度を育てること

生徒の多くが数学嫌いであり、しかも数学に興味を持たない状況が指摘されている。普通、教師の関心事は、数学嫌いの生徒をどう指導するか、具体的には「数学は生産される」という数学観がなく、生産したいという態度も有しない生徒をどう生かすかにある。その改善には、その活動に参加し、実際に体験することを通して、数学のよさを理解し、喜びを体験させる以外にはないのである。コンピュータからの問題設定は、すでに述べたような容易な発見活動を提供するばかりでなく、「コンピュータ」ゆえの生徒の興味関心を呼び起こす。

II-2. 問題設定タイプ

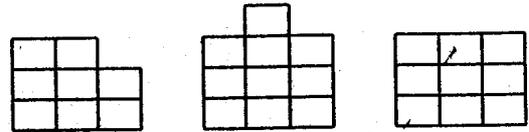
コンピュータを利用しての問題設定は、数学現象から、特定の数学内容を抽象する行為である。したがって、問題設定は、抽象方法から類型化することができる。

抽象方法には2つの側面を認めることができる⁹⁾。

- ① 反省；そこでの行為を振り返ることから抽象する。
- ② 反映；自分のもつ抽象的知識や考え型をそこに投影することから抽象する。

両者はどちらでもreflectionという特定の思考活動を指す語に対する訳語である。それゆえ、抽象は両者が相互に補間しあって進行すると考えるが、ここでは、作問の性格を明

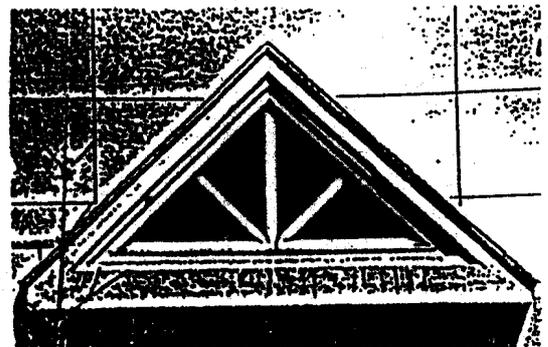
確化する為に、あえて分けて説明しよう。①を強調した事例としては、ブロックの操作を振り返って、数の計算を学ぶような場合等が上げられる。②を強調した事例としては、下の個数を数えるのに、ブロックを移して、 9×3 と考えるような場合である。そこでは、事象に掛け算の知識を映し出して考えているのである。



このような考えから、先に磯田は、事象からの問題設定の方法を、抽象方法から、次の2つに類型化した⁹⁾。

- ①' 反省型；行為を振り返ることを通して問題設定するタイプ
- ②' 反映型；自分の知識を投影することから、問題設定タイプ

次の玄関の飾り窓を例にしよう。



この写真には直角二等辺三角形が沢山写っている。

反省型①'は次の様に「作業する側の立場に立って」問題を作るタイプである。窓枠を作る作業を振り返ってみよう。「大工さんは、外側の直角二等辺三角形を最初に作り、等辺の頂点と斜辺の midpoint をつなぐかすがいを入れた。次に、等辺の midpoint と斜辺の midpoint をつなぐかすがいを入れた。このように作るとなぜみな直角二等辺三角形になるのだろう」というような問題が設定できよう。

問題から問題を作る場合では、問題解決後、

その問題の本質を生かし深め、新たな問題を作る行為がみられる。これも反省型である。

反映型②'は次の様に「自分が想起した知識を投影して」問題を作るタイプである。窓枠から直角三角形やその個数をみいだしたとしよう。「直角二等辺三角形はいくつありますか」とか、「直角二等辺三角形の頂点と斜辺の頂点を結ぶと、もと直角二等辺三角形は2つの直角二等辺三角形に分割されることを証明しなさい」というような問題が設定できよう。

特に反省型は、特定の行為の振返りから問題作成するから、できる問題は特定の内容に絞られるのが普通である。それに対して、反映型は、生徒が想起する数学的知識は多様に制約がないので、問題は多様にできるのが普通である。

以上の類型は、作問の性格をはっきり示す意図からあえて分けてもので、もともと反省、反映の語源はreflection一語であるから、類型は相対的である。すなわち、反省的な思考のウエイトが重い場合が反省型であり、反映的な思考のウエイトが重い場合が反映型というようにみるものである。

特に、コンピュータからの問題設定の場合は、特に活用環境に依存した対話の度合いで異なってくる。教室に1台を持ち込み教材提示に利用する場合は、生徒は直接対話するというより、教師が介在しての対話になる。従って、主体的な作業ではなく「みる」側面が強くなるので、自分の知識を投影して問題を作る反映型の性格が強くなる。教台に1台のいわゆる対話型の環境であれば、直接生徒は作業できるので、行為を振返って問題を作る反省型の性格が強くなる。このような環境要因を考慮すると、コンピュータからの問題設定、特に本研究で積極的に利用するCG（コンピュータグラフィックス）を活用した問題設定のタイプには次の3つの類型を認めることができる。

まず、行為を振返ることで問題設定する反省型には次の2つのタイプが認められる。

ア. シミュレーション型；対話型の環境

シミュレーションとしてコンピュータを活用する場合で、先の間②、③のような情報をコンピュータにシミュレートできるようにして、そこから得た情報を基に、「常に平行であることを証明せよ」というような問題設定をしていく場合である。自分自身の試行錯誤を振返ることで問題設定がなされるのである。

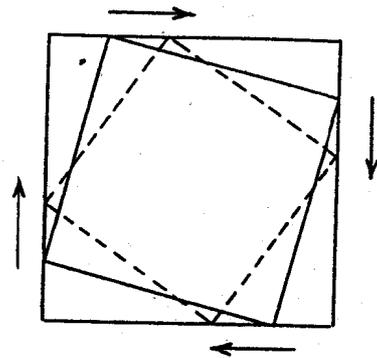
イ. プログラマー型；対話型の環境

プログラムを書く立場での問題設定である。一般的に、プログラミングは問題設定～解決という行為を前提にしている。このような問題設定は中学生には一見不可能であるが、徳峯良昭氏はプログラミングすることなく、それと類似な活動が中学生にも不可能であることを示した¹⁰⁾。解説には紙数を要するので、徳峯氏の報告を参照されたい。

反映型は次のタイプである。

ウ. アニメーション型；提示型の環境

次の様に正方形内を内接正方形が矢印方向へ運動するCGの提示を例にしよう。



提示型では、生徒が直接シミュレートすることができないので、みたことから想起されたことで数学の問題を作っていくことになる。そこでは、「内接正方形の面積が最小になるのは外側の正方形の各辺の中点を結んだ場合であることを証明せよ」とか、「内接正方形で切り取られてできる4つの直角三角形は常に合同であることを証明せよ」というような問題が多様にできる。

Ⅲ. 問題設定の方法

問題設定の方法を考えるには、問題作成過程を明らかにする必要がある。そこでその過程を考え、次に指導法を提起しよう。

Ⅲ-1. 問題設定過程

本研究では主としてCGで場面を提示する。問題設定は、次の2つの行為からなる。

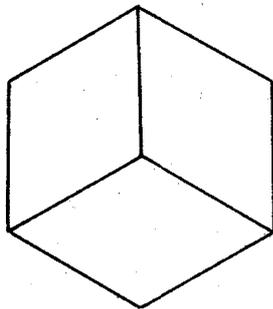
ア. 場面からの情報抽出行為

イ. 得られた情報からの作問行為

CGからの情報抽出アでは「どのようにみているか」を吟味する必要がある。情報抽出の過程を認知心理学や哲学の結果を利用して説明しよう¹¹⁾。

マンホールや標識、お金などの円形は、実際にはひどく極端な楕円にみえている。ところが、我々はそれを真円のごとく解している。なぜだろうか。旧くはゲシュタルト心理学、最近では認知心理学の結果として、みえは、場面やそれまでの考察過程、特にそれまでの経緯や目的というような文脈、そしてみる人が想起している知識構造(スキーマ)などによって確定する認知構造に支配されることが明らかになっている。特に、この認知構造は我々が通常「視点」と呼ぶものに近い。斜めに円をみれば楕円にみえているのに、円と解するのは、円を鉛直方向からみるばあい視点を考えているからである。

例示しよう。次の図は「合同な菱形3つを敷き詰めた図です。この菱形の内角は、何度ですか。」



今、平成図形がみえているに違いない。とこ

ろが「立方体を作りました」と言ったらどうだろう。突然、中心が突出してみえるであろう。「立方体の各面は正方形で、角は90度です」と言うと、角まで直角にみえることだろう。

このように考えると「何がみえるか」は次の要因に依存してできる視点によると言えよう。

ア. 文脈; 何をみようとしているのか。動機や目的は何か。

イ. 知識構造; どのような知識を想起してみているか。

この2つの要因を変数に、みることからどのように情報抽出が進展するかを内省的に考察していこう¹²⁾。

その1・文脈・知識構造共に不足した状況

I-2で示した問②問③のような探求の文脈なくして、CGをみる場合を考えよう。先の「正方形の中を内接正方形が運動する」アニメーションを突然みた場合がそれにあたる。

我々が提示するCGは動画である。動画は基本的には金子氏等の指摘する時系列的な情報¹³⁾の一種である。そこで、時系列的情報について解説しておく。「① $4x + 3 = x$, ② $3x + 3 = 0$, ③ $x = 3$ 」は、この順序(時系列)で提示すれば方程式を解く手順として脈絡をもった情報である。①③②の順で提示した場合はどうであろう。異なる情報として脈絡なく別のものとして読取れるだろう。時系列的な情報は潜在的に特定の文脈を備えているのである。その文脈を読み取れるかどうかは、その文脈を解釈するために必要な知識構造が想起されるか否かにかかっている。方程式を解くことを知らない生徒は①②③の順に提示されても、脈絡が読取れない。すなわち、知識構造がなければ、潜在的な文脈を解釈できないのである。

先の正方形のアニメーションには、内接正方形の運動により「内接正方形の位置と大きさの変化」というような文脈が潜在し

ている。そして、その文脈の意識化には「正方形、大きさ、位置、変化」に関係した数学の知識構造が想起される必要がある。このような想起が不十分な場合、アニメーションをみても何もみえないのが普通である。「何がみえるか」と無理やり聞いても「動いている、大きくなったり小さくなったり、きれい、おもしろい」というような漠然とした解答しかできない。アニメーションをみても、そこから数学的な情報を読み取ることができなければ、問題を作ることはいできない。

その2. 文脈や知識構造を喚起する

知識構造の喚起とは次の様な事柄である。その1の状態の後、「大きくなったり小さくなったり」に対して、「何が」と聞く。「正方形が」と答えることで、図形についての知識構造が奮起される。無論、正方形をふくめた図形の知識をもつことが前提である。

文脈の喚起とは次の様な事柄である。その1の状態の後、「どのように?」と聞けば、探求の文脈が喚起される。内接正方形の大きさの変化に意識が焦点化され、最小の場合などが見えてこよう。

このような文脈や知識構造が喚起されれば、「何をみるか」の視点が明確に定まっていける。視点ができてくれば、その「みようとするもの」に従って、改めて画面をみる。そして問題設定に必要な情報抽出ができるようになる。この場合であれば「正方形の大小変化の様子を調べよう」というような視点に従って、画面をみることになるのである。

その3. 視点の深化と情報抽出、問題予想

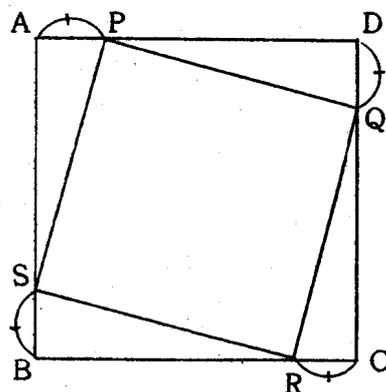
視点が定まれば、その視点に従ってそこでは自分の知識を積極的に画面に投影していく反映行為が営まれる。その反映では、自分のもつ問題に関する知識と得られた情報の照合により「どのような問題ができそうか」という予想も可能になる。例えば、

画面から抽出した情報「正方形の大小変化」から自分で解いた経験のある「面積の問題」を想起して、「正方形の面積がどのように変わるか?」というような問題ができないかなどと考える。視点はより具体的に深化していく。「面積変化」を視点に情報抽出がなされる。「面積が最小になるのは、外側正方形の各辺の midpoint にきたときだ」というような読み取りができるようになる。対話型の環境であれば、このような情報抽出は加速されよう。情報抽出に際して、積極的にコンピュータを操作し、操作結果を振り返り(反省)、仮説を設定し、また検証するというような情報抽出が進展するからである。

以上の情報抽出過程は、適切な数学用語で表していく過程でもある。日常語のままでは、数学にならない。例えば「四角が動いている」というような日常語からは数学にならない。「正方形の位置が変化することで、正方形の大きさが変わっている」というように、より数学的に詳しく適切に表そうとすれば、関数としてみとれるのである。このように、情報抽出過程は、自分のもつ数学の知識を積極的に反映させていく側面が強いのである。

次にこのような情報のストックから作問をはじめめる。これは得られた多様な情報を振り返り問題文へと整理していく過程である。

その4. 数学の言葉に置き換え条件設定する



問題設定では、自分の作りたい問題を決

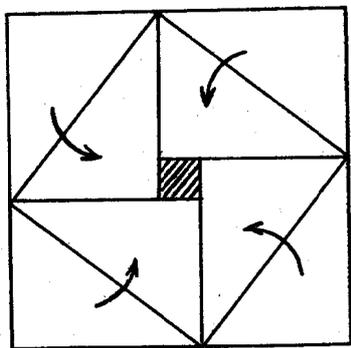
めて、抽出した情報を選択し整理することが必要になる。数学用語で表された情報を、適切な条件設定や図に表すのである。例えば、前頁の様な図をかいてみる。

ここでは $AP=BQ=CR=DS$ というような条件設定をしている。注意すべきは、抽出された情報は真なるものとして受け取れていかないと、このような条件設定はできないことである。「ほんとうに $AP=BQ=CR=DS$ であろうか」とか「ほんとうに正方形だろうか、正方形でなければどうしようか」などと、疑問視すると、何をすべきかが見失われてしまう。条件設定とは「 $AP=BQ=CR=DS$ とする」というように決めてかかる行為、仮り設定していく行為である。

その5. 問題文にする

問題文を作る過程は、先に自分で想起した数学の問題に照して、必要な情報と不要な情報を区別し整理していく過程である。例えば「内接正方形の面積は外側の製法形の各辺の midpoint にきたとき最小になることを証明せよ」というような問題文を作るとしよう。画面からは直角三角形などの情報も抽出されるが、それをこの問題文に盛り込むことはできない。

多くの場合、問題文を作る過程では、解答は予想できている。特に高学力の生徒の場合、解答を予想して、その解答に至るにはどのような問題文にするかと考えるようである。また、そう考えない限り、解答可能な問題はできない。すなわち問題設定行



為は、問題を解く行為を含んでいる。例えば、上記の面積最小の問題を作るには、その場合が面積最小ということを確認する必要がある。作問に際して、まず、それを確かめようとするのである。例えば、左下のように直角三角形を織込むとしよう。

直角三角形が最大になるとき、正方形の面積は最小になる。すなわち、各辺の midpoint にきた時である。

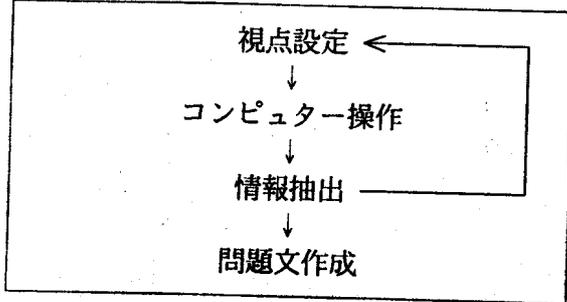
このような作問に際しての問題解決行為では、問題文にはのらない情報が活用される。すなわち、様々な抽出情報からどういった情報を問題文にのせて、どういった情報を解答に用いるかというように、情報を取捨選択し、再構成していくのが作問行為である。その意味で、沢山情報抽出しておくことは、問題設定にとってもムダではない。

下位生徒の場合は、情報抽出に際しての必要な知識、例えば適切な数学用語、そして問題文を作るに際して必要な知識、例えば、仮定と結論など、を欠くことが多い。そのためとくことなしに問題文を作ることになる。前述のその3レベルでの「いつ面積が最小になるか」というような発想を示しただけの条件不備な問題や解けない問題を作ることが予想される。

以上が、情報抽出から作問に至る過程である。注意したように、作問では抽出された情報は仮説的に受入れて推論を展開せねばならないことである。問題設定でよく知られたストラテジー「でなければどうなるか (what if not)」¹⁴⁾ というブラウン等により作問は出来上がった数学に対しては有効であるが、場面から作問するような最初の状況では、不敵切なストラテジーである。まずは、「正方形だとしたらどうだろう」、「～だとしたら……なるはずだ」というように順説的に推論を進めなければ、作問ははじまらない。上記のストラテジーを提唱したブラウン等の主張においても、まず与えられた情報を受入れることが最小

のステップである。

以上の過程は、アニメーション型を念頭に設定している。無論、実際にはフィードバックを含む過程である。解くにシミュレーションのような対話型環境であれば、フィードバックはサイクル化し、次のような過程になる。



Ⅲ-2. 問題設定の指導過程

ここでは問題設定の過程から、指導過程を予想しよう。対話型の環境の場合、目的を与えて、前節で示したサイクルで自由に情報抽出させるのがその利用の意にかなってしよう。これまでの経験でも、対話できる環境では、シミュレーション及びアニメーションの題材と目的さえしっかりしていれば、教師の声が聞こえないほど、生徒は主体的に情報抽出する。ここではそのような扱いがむずかしい、一斉を進める提示型の指導過程を、発問リストによって示そう。番号は前節の問題設定過程に対応する。

0. 授業の目的発問例

- 「いつも問題を解かされてばかり、今日は問題を出してみよう」
- 「今日は発想の柔軟性を養う」
- 「今日は先生が試験の問題をどうやって作っているか考えてみよう」
- 「期末テストの問題を作りなさいと言われたらみんな何をやる」
- 「問題は どうやって作るのだろう」
- 「コンピュータをみて数学の問題ができないか考えよう」
- 「コンピュータから数学をみつけたそう」

その1' まずみせる

- 「気が付いたことないですか」
- 「画面をみて気が付くことあったら言って下さい」

その2' 3' . 視点、情報抽出、問題予想

情報抽出

- 「数学の言葉でいえないかな」
- 「もっと詳しく言えないかな」
- 「どんな図形ですか」
- 「どのように動いているのですか」
- 「どこを動いているのですか」
- 「他に気付くことはありませんか」
- 「変わらないものはありますか」

視点

- 「画面をみて何を調べたい」

問題予想

- 「どんな問題が作れそうですか」
- 「以前に解いたことのある問題に似ていませんか」
- 「前にやった～の問題に似てないかな」
- 「～こともやったよ」
- 「きみが言ってくれた問題は関数の問題だね」
- 「図形の問題を考えた人いたら教えて」
- 「文字式の問題がまだできていないよ」

情報抽出終了発問

- 「どのような問題を作りたいかききましたか」
- 「もう他に気付くことないかな」
- 「ではいまみんながみつけたことを生かして問題を作ってください」

その4' 5' . 条件設定問題作成(個別)

条件設定の必要

- 「自分で作りたい問題を文章にするのに、何か決め手おくことはないですか」
- 「図をかいて下さい」
- 「グラフを使う?表を使う?」
- 「条件を決めて下さい」
- 「まだ調べる必要があれば調べて下さい」
- 「もう一度みせましょうか」

問題文の知識の喚起

「何を答える問題を作ろうとしていますか」

「文字式の問題を作るにはどんな条件を決めて何を聞くのかな」「関数の～」

「距離は？時間は？速さは？個数は？面積は？体積は？比は？割合は？」

「しきつめると、移動すると、拡大縮小すると、合同、相似、平行、展開、切断、回転」

「証明問題は、仮定と結論を決めないといけない」

問題文の吟味

「解けるかどうか他の人にみてもらって」以上が、問題設定までの過程で、予想される発問例を示したものである。この後は次のような展開があろう。

- ① 問題の発表
- ② 「どのようにしたら問題ができるか？」という振り返りによる問題設定法のまとめ
- ③ 問題をプリント配付して、互いに評価
- ④ できた問題からの再度の問題作り
- ⑤ 別の事例からの問題設定法の練習

今後の予定

はじめに述べたように本稿は、我々の研究会での本年度中旬までの会合で議論されたことを集約したもので、現在、試行的な実践をはじめた段階である。したがって、以上の議論は、実践を深める過程で、評価再考していく予定である。と同時に、次のような点を今後研究していく。

- ① 関心態度の変容の評価
- ② 情報抽出作問過程の分析
- ③ 情報抽出作問力の分析
- ④ 情報抽出作問力の変容の評価

〔注及び参考文献〕

- 1) 古藤 裕、数学教育研究（上越教育大学）第4、5号参照
- 2) 金子忠雄監修「対話と探求を深める数学

科授業の構築」教育出版1989

- 3) 磯田正美「コンピュータ活用の現在の方向性」明治図書「数学教育」1990年2月号
- 4) M.Isoda "Research on The Method of Instruction in Secondary School Mathematics Using The Classroom Microcomputer network for Mathematization"
'Microcomputers in Secndary Education' North Holland 1987' モデル自体は1983年に設定している。
- 5) 飯島康之、筑波数学教育研究第9号A：数学教育研究（上越教育大学）第5号、イプシロン（愛知教育大学）vol.32他
- 6) 沢田利夫他「問題から問題へ」東洋館
- 7) 文部省「情報教育に関する手引」
- 8) Reflectionの訳語に教育では反省を当てる傾向があるが、哲学では内省、反映というような訳語もみられる。筆者が反映の重要性を改めて想起したのは、若菜氏（岩見沢分校；理科教育）との議論においてである。特に、石田忠雄氏は抽象の類型にこの考えを提示している。自分で見ようとするものを見るという意味での反映は、訳語的には反射の方が適切である。
- 9) 磯田正美、教科教育学研究第8集（第1法規）、筑波数学教育研究第2号
- 10) 徳峯良昭、日本数学教育学会誌第71巻第11号
- 11) ハンソン「知覚と発見」紀伊国屋書店、ナイサー「認知の構図」サイエンス社、ダウンカー「問題解決の心理」金子書房他、本稿の「視点」「知識構造（スキーマ）」「文脈」などの用法は認知心理学の研究者がそれぞれ規定して用いる場合と必ずしも一致しない。例えば、文脈はもともとは文章理解に関わって研究された用語である。思考の文脈依存性の論議と関連して、使う範囲が広がったよう

である。また、コンピューターで認知過程をシミュレートするような場合はスキーマは文脈の意味をも含むとみることもできる。

- 12) 写真からの問題設定に関する実戦的研究を前提に、内省的に自分の問題設定行為を分析したものである。以下の議論は、写真からの問題設定研究からのアナロジーが強く、検討を要する。
- 13) 前出2の金子忠志による。鹿内信善氏は詩や絵の解釈のために類似の論考を展開している。「創造的読み」への手引、勁草書房
- 14) ウォルター、ブラウン「いかにして問題を作るか」東洋館1990

課題提示法研究会会員；

大久保和義・磯田正美（北教大）、飯島康之（愛教大）、里谷彰・笠倉康弘（北教大附札幌中）、山中和人（東学大附竹早中）、板谷吉洋（札幌市柏丘中）、梅津由一（札幌市北辰中）、大和田輝雄（札幌市立向陵中）、佐藤義昭（札幌市律藤野中）、佐々木美佐子（札幌聖心女子学院）、中山勝喜（札幌市立白石中）、松山徹（浦臼町立浦臼中）、黒田和弘（旭川市立北門中）

正誤表

ページ、段、行	書名	正
研究ノート コンピュータを利用した問題設定～中学校数学科を対象に～ 磯田正美、大久保和義、他4名 北海道教育大学附属教育実践指導センター紀要 第10巻、1991年3月、pp27～39		
p27、右段、下から7行目	コンピュータを活用する。	[削除]
p28、右段、上から3行目 10行目	り、より授業準備を～ 考えられる	[「より」を削除] [「る」を削除]
p29、左段、上から3行目	金子氏等が	金子氏等も
p30、左段、下から9行目	1次返還	二次返還
右段、下から13行目 下から8行目	例えば、 充実が、指摘した～容易にで きるようになってきている。	[削除] 充実により、指摘した～容易に できる環境が整いつつある。
下から3行目	コンピュータのような	[「コンピュータの」を削除]
p33、左段、上から18行目	意図からあえて分けてもの	意図からあえて分けたもの
上から25行目	は、特に活用環境	[「特に」を削除]
下から13行目	て、主体的な作業とはなく	て、主体的な作業ではなく
下から11行目	数人に1台の	数人に1台の
下から10行目	対話型	対話型 [下線を削除]
下から8行目	反省型	反省型 [下線を入れる]
右段、上から17行目	不可能	可能 [「不」を削除]
p35、左段、上から18行目	奮起	喚起
下から14行目	視点ができて	視点ができて
p36、左段、上から15行目	仮り設定	仮設設定
上から21行目	製法形	正方形
p36、右段、上から19行目	数学术語、そして	数学术語、そして
上から22行目	そのためとくこと	そのため <u>居</u> くこと
下から1行目	ことが最小	ことが最初
p39、左段、上から10行目	金子忠志	金子忠雄氏