

磯田正美, ”異文化体験から見た数学の文化的視野の覚醒に関する一考察”, 筑波数学教育研究, no.20, pp. 39-48

概要

数学における異文化体験が、無意識下に潜む自らの数学文化を自覚させ、その文化の一層の進展に貢献する好機とみて、それを数学の文化的視野の覚醒と呼んだ。本稿ではその意義と方途を、文化人類学、教室文化、数学史の利用研究を参照する中で例証した。特に、数学が人の営みであるという意味での文化的視野を覚醒させる上で、自文化が適用しない体験を伴ったカルチャーショックと、他者の立場やその世界において考えてみるという解釈学的態度が有効であることを指摘した。

キーワード：数学史、文化、解釈学、数学的活動、構成主義

参考文献

- 1)リチャード・バーンスタイン, “科学・解釈学・実践 I, II”, 丸山高司,木岡伸夫,品川哲彦,水谷雅彦訳, 岩波書店, 1990(原典 1983)
- 2)Fabos,Bettina and Young,Michelle D, “Telecommunication in the classroom,Review of Educational Research”, vol.69, no.3, pp. 217-259, 1999
- 3)Hall,EdowardT., “Beyond the Culture,Anchor Press”, 1976
Hall,Edoward T., “文化を越えて”, 岩田慶治,谷泰訳, 1979, TBS ブリタニカ
- 4)磯田正美, “多様な考えを生み練り合う問題解決授業”, 1996, 明治図書・
- 5)磯田正美, “教学の弁証法的発展とその適用に関する一考察”, 筑波数学教育研究 vol.18, pp. 11-20, 1999
- 6)Isoda,Masami et al, “Mathematical Communication on the internet between high school classrooms in Japan and Australia”,TSG6 in ICME9, 2000
- 7)Isoda,Masami & Aoyama,Kazuhiro, “Mathematics history is another door for using technology in education:The change of belief in mathematics vis exploring historical text with technology in the case of under graduates,Proceeding of the Fifth Asian Technology Conference in Mathematics”, pp. 132-141, 2000
- 8)磯田正美・宮川健, “高等学校の数学教育改革のパースペクティブ”, 日本数学教育学会誌, vol.82, no.11, pp. 20-29, 2000
- 9)磯田正美, “手段としての教具から媒介としての道具への教具観の転換に関する一考察”, 第 33 回数学教育論文発表会論文集, pp. 193-198, 2000
- 10)Jahnke,Hans N, “The Historical Dimension,of Mathematical Under-Standing Objectifying the Subjective”, Proceedings of the Eighteen International Conference for

the Psychology of Mathematics Education, vol.1, pp. 139-156, 1994

- 11) Jahnke, Hans N, "The use of original sources in the mathematics classroom In Jolm Fauval & Jan V. Maanen (Eds.)", History in Mathematics Education, pp. 291-328, 2000, Kluwer Academic Publishers.
- 12) Lerman, Stephen, Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom Kluwer Academic Publishers, 1994
- 13) シュライエルマッハー, "解釈学の構想", 久野昭, 天野雅郎訳, 以文社, 1984 (原典 1805-1809/1810), 以文社
- 14) Wertsch, James V, "Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action", Harvard University Press, 1991
(ジェームスワ-チ, "心の声: 媒介された行為への社会文化的アプローチ", 田島倍元, 茂呂雄二, 佐藤公治訳, 1996, 福村出版)

異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察 —隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて— Awaken of Cultural Perspectives in Mathematics through Cultural Differences

磯田正美 (Masami ISODA)

筑波大学教育学系

(Institute of Education, University of Tsukuba)

数学における異文化体験が、無意識下に潜む自らの数学文化を自覚させ、その文化の一層の進展に貢献する好機とみて、それを数学の文化的視野の覚醒と呼んだ。本稿ではその意義と方途を、文化人類学、教室文化、数学史の利用研究を参照する中で例証した。特に、数学が人の営みであるという意味での文化的視野を覚醒させる上で、自文化が通用しない体験を伴ったカルチャーショックと、他者の立場やその世界において考えてみるという解釈学的態度が有効であることを指摘した。

This paper illustrates the significance and the ways of the experience of cultural differences in mathematics classroom with referring cultural anthropologies, classroom researches and researches of teaching history in mathematics. For knowing mathematics as the human enterprise through the experience of differences, this paper demonstrates the role of culture shock for awaking hidden culture in mathematics and the importance of hermeneutics with thinking ourselves as the authors in the text or people in other worlds.

キーワード：数学史，文化，解釈学，数学的活動，構成主義

1. はじめに

魚は自分が水の中で暮らしていることを普段意識しない。意識できるのは、釣り上げられた時である。これは Lerman, S.(1994)が数学教室における文化を問題にする際に取り上げた喩えである。そこには、我々は、普段、自らの文化を意識することなく文化的営みを行っているという前提がある。この喩えは、その文化的営みを相対的に意識し、反省する契機が異文化体験によって与えられること、その異文化体験が、このような世界もあったのかという驚き、カルチャーショックを伴った体験であることを示唆している。同時に、多くの魚類が空気中で暮らせないという現実、異文化への適応が容易でない危機を伴うこと、適応には意図的・組織的教育が必要になることを示唆している。

新設された「数学基礎」では、「数学と人間のかかわりや、社会生活において数学が果たして

いる役割について理解させ、数学に対する興味・関心を高めるとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し数学を活用する態度を育てる」ことを目標としている。イタリアック部分は、数学を人の文化的営みとして理解し、数学観の変容を促すことを求めている。本論文の目的は、このような求めに上述の喩えにみられる異文化体験が寄与することを確認することである。その目的に対して、本論文では、異文化体験を自らの文化的営みを明らかにする行為とみなし、先行研究並びに筆者自身の研究を参照することを通じて、数学学習における異文化体験の意義と方策を明らかにする。そして、数学を人の文化的営みとして理解し、数学観の変容を促す上で異文化体験が貢献し得ることを例証する。

以下、まず異文化体験の意味を Hall, E. の文化論を通じて文化的視野の覚醒として特定する。次に、数学教育においてもそのような異文化体

験を通じての文化的視野の覚醒が話題となることを Learman, S.等によって示す。そして、Jahnke, H. N.による解釈学的視野から、そのような覚醒が人の文化的営みへの理解を導くことを指摘し、それを例証する事例を示す。最後に、文化的視野の覚醒という言葉が、数学教育研究に含意する眺望を述べる。

2. 異文化体験による文化的視野の覚醒

本論文は、異文化体験を自らの文化を自覚し、その文化を発展させる文化的視野の覚醒への好機とみなす。本章では、このような意味での異文化体験の価値を話題にした文化論として、自らの文化の潜在性、自覚困難性を問題にしたことで著名な Hall, E.の指摘を取り上げる。その際、自文化の異文化への誤った一般化問題という彼の文化論の特質を近年話題にされることが多い Vygotsky 派の社会歴史文化的視野と対比して示し、その特質から、文化的視野の覚醒を規定する。

2.1 人の延長物としての文化

四半世紀前、文化人類学者 Hall, E.は、現代世界における危機的状況の一つに人間と文化の問題を数え、その際、文化を人間が生きる必要から作り出した延長物 *extensions*(拡張)として特定した。ここで延長物とは、人間の作り出したもの、言葉、制度、観念、知識、技術、教育、そして他者関係など諸々のものを含んでいる。この規定によれば文化の相違とは、延長物の相違として認められるわけだが、その延長物の特定の仕方次第で文化をとらえるスケールや視野は千差万別となる。

Hall の延長物による文化の規定は、今日の教育研究においても特別ではない。かつて Vygotsky は唯物論的視野からの思考研究を言葉等の心理的道具を含めた道具とその利用に求めたし、近年、Vygotsky 派の Wertsch(1991, 1995)は、Vygotsky 派の社会歴史文化的アプローチの根幹を、言葉などの心理的道具や工具などの物理的道具などを包摂した媒介手段 *mediational means* に求めている。Wertsch の媒介手段と Hall の延長物 *extensions* は、とも

に文化を人がつくり用いるものによって規定されるとみる点で共通している。ただし、Wertsch の媒介手段において重要なのは、媒介手段それぞれが、その社会歴史文化的機能と制約を認識に反映するとみる点である。Hall にもその視野は存在するが、Wertsch が認識の仕方を話題にしているとすれば、Hall は異文化に対して現代人に求められるべき行為として隠れた文化の自覚を話題にしている点にその特質がある。

Hall が現代世界の危機的状況の発生を認めるのは、特に延長物の転移 *extension transference* (自文化の過般化)においてである。人は自らの延長物を文化の異なる社会に適用することで価値観の対立、文化摩擦といった文化起源の危機に直面する。例えば、パーミヤンで4-6世紀の55mの大石仏が破壊された報道があった。自らが信じる宗教上の戒律(延長物)を異なる宗教へ適用した事件である。潜水艦実習船衝突事故における「米国人の I am sorry という言葉は、様々な場面ですみませんと口にする日本人に理解できない」という米国側新聞記事や、日本のタイヤメーカーが米国内で原因未特定のままに好意でタイヤのリコールを行い、逆に著しく信頼を失ったのも、それぞれの文化(延長物)をそれが通用しない文脈へ互いに適用したことで、互いに理解し得ない結果を招いたことを説明する事例である。これらの事例は、いずれも延長物である文化を、誤って異文化世界に適用したことで生じる異文化体験を物語っている。

2.2 弁証法的視野からみた異文化体験

延長物の転移という Hall の考え方は、異文化体験を通じて隠れた文化、普段意識できない文化の存在を知る必要を説く彼の提案に結びつく。Hall は言う。「ひとたび人間が、言語や道具、制度といった自己の延長物を発展させはじめると、人間は、私が延長の転移と名づけたもののワナにがんじがらめになってしまい、その結果、自らを疎外し、かつ自らがつくりだした怪物を統御できなくなってしまうのである。この意味では、人間は自らが延長した自己の一部を犠牲にして進歩してきたのであり、その結果、人

間の本性をそのさまざまな側面において、抑圧してしまっているのだ。人間はこの状態から脱却して、自己の再発見をめざすことにこれからの目標をおくべきである(p.15; 下線引用者) Hall は自らの文化を意識できずにそれを他へ適用することに伴う危機の克服を求めて、下線部に記されたような弁証法的な認識の進化を視野に、自らの文化の再発見を目指す。Hall の文化論は、延長物という視野に限れば Vygotsky 派と重なるが、延長物の転移の危険性強調は、物質世界の認識への反映という認識論に立つ Vygotsky 派の文化論とは異なる、むしろ同化と調節に基づく Piaget の意味での構成主義的趣を伴った文化論として位置づけられる。

この文化論の相違は、改めて、教育の場において文化に対する二つの視野を顕在化させる。Vygotsky 派の視野に沿えば、媒介手段が精神間から精神内へ、すなわち文化が内面化される点が問題になる。一方で、ここで話題にした意味での Hall の視野¹⁾に沿えば、精神間から精神内への内面化は、逆に疎外された状況、すなわち、そのような文化の中で生活していることに気づけぬ状況を招くことになり、むしろそこから脱して、自らの文化を再発見する行為こそ問題になる。

Hall は、文化人類学者間で共通に認められる文化の特質として、文化は後天的に学習されたものであること、文化の一面は全体に通じること(文化の一面だけを話題にできないこと)、文化がある集団に共通し故に集団を区別することの三点を指摘している。文化の後天性、それは教育と深く結びつく。例えば、日本の数学教育は、相対的にみて純粋数学志向に映るが、その文化は、純粋数学志向の数学教育を通じて継承される。逆に、英語圏の数学教育は相対的にみて実用数学志向に映るが、その文化も教育を通じて継承されていく。それぞれの教育制度は改革、実施されるが、そこで改革された教育制度もまた数学文化を育む。純粋数学志向の数学教育であれ、実用志向の数学教育であれ、文化志向の数学教育であれ、Hall の視野に沿えば、それぞれに固有の文化を培う営みに相違ない。他

方で、その教育を受ける側は、そのままでは、その固有の文化的特質に気づけない、すなわちその文化を無意識に学ぶ人は、実はその文化を暗黙の文化として無意識に受け入れ、結果としてその文化から疎外されることとなる。そこで Hall が提案するのは、その疎外から脱却すること、自らの文化の固有性を自覚する営みである。

Hall はその営みを次のように記している。「人間の神経系は負のフィードバックの原理に従って組織されている。通常は、スムーズに自動的に働いているので、入力信号が一定基準からはずれないかぎり、制御体系(文化)は意識されない。(p.69)」「人間は、物事がかくされたプログラムどおりに進行しなくなって、初めて制御体系(文化)の存在に気づく。つまり、異なる文化に出会ったときにいちばん気づきやすいわけである。人間同士が互いに与え合うことができるのは、エキゾチックな経験ではなくて、自分の属する体系の構造に気づく機会なのである(p.59)」

ここで Hall は、人の情報処理プロセスに注目した、言わば認知心理学的視野から、自らの内に隠れた文化を意識する際に出会う異文化体験を問題にする。それは、ここでの指摘に沿えば、延長物の転移、自らの知識が一般化できない体験、一般化してみてもそれが通用しないことの体験に起源している。Hall は、隠れた文化を自覚し、その疎外状態から脱却することは、相手のプログラム(文化)に従って自分の文化を調整することであるとも指摘している。その調整には、相手も自らの文化を自覚していないことを前提にしつつ、相手の行動が体系的で一貫性があり予測可能なものであるという前提にたつて、自らが録音機になったつもりで、すべてを記録し、その背景を解釈していく作業が必要であると指摘する。異文化体験は、自らの隠れた文化を自覚させるだけでなく、相手の文化との調整を進める漸進的な視野も含んでいる。

異文化体験から自覚される文化は、文化のほんの一面である。しかし、その一面を自覚することで、文化全体の自覚へと通じていく。この引用で、世界の危機の源としての異文化間摩擦

を問題にする Hall は、こんな世界もあったのかという意味でのエキゾチックなカルチャーショックそのものではなく、その経験を手がかりに対比される自らの隠れた文化の解明に注目している。

以上、Hall の文化論を、異文化体験の意義に関わって整理した。キーワードとして、延長物としての文化、異文化へのその誤った一般化とも言うべき延長の転移、隠れた文化とも言うべき文化的行為の無意識性・無自覚性、対する異文化体験による自らの文化行為、隠れた文化の自覚、異文化に対応するための自らの調整、その調整に必要な異文化の記録と解釈をとりあげた。

本稿では、Hall の文化論の延長上で、このような文化もあったのかというカルチャーショックを伴った異文化体験を通じて起きる隠れた文化の意識化を、その後、そこで意識された文化的視野を積極的に進展していく好機になるという期待を込めて、文化的視野の覚醒と呼ぶ。以下では、このような文化的視野の覚醒が、学校数学においても話題になるえることを指摘し、その意義と方途を確認する。

3. 数学教室における文化的視野の覚醒

Hall の文化論は、その弁証法的性格ゆえに、弁証法的な認識論に立つ数学教育論に対して整合的である²⁾。実際、Hall の指摘する自文化を自覚し、それを越えていく意味での異文化体験は、数学教育においても話題にされてきた。例えば、冒頭で引用した Lerman は、「数学教室における文化的諸視野(1994)」の中で、教室における数学の解体と再構成を提案して、3つの事例「教科書」、「加法の信頼性」、「数学史」を示している。

事例「教科書」は、能力別に教科書が与えられていることを自覚する異文化体験を取り上げている。イギリスでは、数学を、社会階級や男女差別の道具ではなくしていくことが課題になっている。ところが、例えば SMP の前期中等教育段階の数学教科書が能力別で作られている。生徒は教師が指示した教科書を使うため、その

内容の特質は意識できない。能力の低い生徒用の教科書は、様々な執筆上の工夫がなされていることが、教科書を比較すればわかる。しかし、それが能力の低い生徒に応じるという仮定は果たしてどのように作られたのか。Lerman は、能力の低い子用の教科書を使う生徒と、能力の高い子用の教科書を使う生徒に、自分の使っていない教科書と自分の使っている教科書とを並べて比較することを提案している。

Lerman が、数学の教科書に対する客観的知識を作るという趣旨でその提案を現職教育コースの先生にしたところ、ある先生は、それはあまりに危険であると答えたという。日頃、数学の教師は数学の権威者である教科書の著者と同一視されているので、生徒に、教科書へ挑戦させるということは数学の教師に対しての挑戦になるし、印刷された教科書の権威を失わせかねないというのである。Lerman が求めたことは、自分が使う教科書とは異なる教科書を示し、生徒に自らの数学の教科書観を自覚させ、自らの数学学習を自律的に決定する視野を構成する機会を提供することである。それは、Hall 流に言えば、異文化体験による自らの内に隠れた文化的営みの自覚、異文化に対応するための自らの調整、その調整に必要な異文化の記録と解釈などによる数学の能力別指導に対する子どもの文化的視野の覚醒である。

一方で、そのような Lerman の提案に対する教師の反応は、自らの権威(文化)の延長で生徒の反応を予想するという意味での延長物の転移であり、逆に、その反応から、教師による教科書選択や数学の指導行為に潜む隠れた文化(教師と生徒の権限分担)が顕在化した。そうであるがゆえに、Lerman の提案は、生徒にも、教師にも既存の数学教科書観(文化の一面)を解体し再構成する意義を備えている。

事例「加法の信頼性」は、我々が手で確認もできない加法を行っている事実を意識させ、数学の内容に対する信頼性が、数学においては、所与として何を受け入れるかという観念によって支えられていることを、生徒同士が話し合うことを通じて自覚することを求める事例である。

この事例は、一見、文化と言うより、数学的な考え方の特質を理解させる事例に映るが、そのような考え方そのものが、隠れた文化であることを、逆にこの事例は象徴している。

事例「数学史」は、「負の数」にかかわる原典記述と歴史家 Kline の記述との矛盾を例に、歴史が歴史家の解釈に支配されていること、例えば歴史家がそれ以前の文明を破壊したギリシャ文明の延長上でものを考えたがる節があることなどを自覚することを求める事例である。

Lerman がこれら 3 つの事例で提案する数学の解体と再構成は、隠れた文化を顕在化するために、普段与えられることのない課題を投げかけて異文化体験をさせて、生徒自身が学んでいる数学文化を自覚できない状況、学んでいる数学から疎外されている状況から脱して、その意味を自覚し、それ以後の数学認識への新たな視野を提供することを願い、まさに数学における文化的視野の覚醒を求めたものである。そして、かような Lerman の数学教育上の議論と先に要約した Hall の文化論は、よく整合している。

Lerman の提案した既存の数学教室を越える課題設定を提供する異文化体験は、教育全般では、例えばインターネット等を利用した教室間コミュニケーションの開発研究などで顕著に話題にされている(Fabos, B., Younf, M., 1999)。Isoda(2000a)等は、数学が世界共通語であることを生徒に自覚させ、その活用を促すために、日豪の高校数学教室間で、インターネットによる教室間での問題解決研究を実施した。そこでは、万国共通語としての数学のよさを生徒が認識することが目的とされた。ところが予想外の結果として、生徒は、日豪間の教室間コミュニケーション効果として、互いに異なる数学を学んでいるという全く逆の異文化体験を報告した。それは、マルチカルチャルなオーストラリアの教室の生徒より、モノカルチャルな日本の教室の生徒に顕著に認められた。例えば、日本の生徒は、ほとんど言葉を添えることのないフォーマルな代数式変形で解答しようと努めたが、オーストラリア側は、むしろ、言葉や図でわかりやすく説明しようとしていた。特に、英語でコ

ミュニケーションしたこともあって、日本の生徒は、自分たちが普段志向している代数表現による数学、抽象的であるがゆえに、一般性を備えているはずの数学が、必ずしも有効な表現ではないと気づいたのである。コミュニケーションは、相手の立場に立つてなすべきという当たり前の原則がそこで顕在化する。従来なされてきた数学授業の枠を越えることで得られる異文化体験が、自らが学んでいる数学の性格を自覚し相対化させ、コミュニケーションにおける数学という視野を拡大する機会をもたらしたのである。異文化体験が、そのような視野を喚起する効果をもたらしたという意味で、数学における文化的視野の覚醒が、そこでは実現していた。

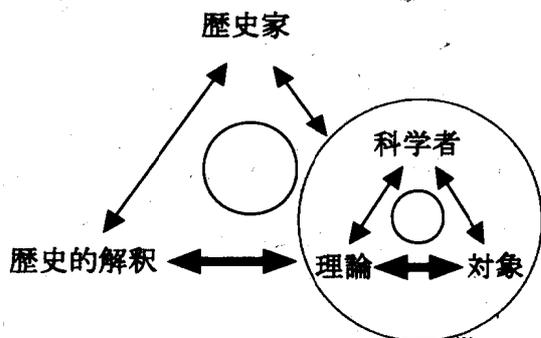
4. 原典解釈を通じての文化的視野の覚醒

上述のように Lerman は、既存の歴史解釈を越えるような数学史原典解釈の取り扱いが、学校数学において、今、我々が教え、生徒が学ぶ数学の文化的視野の覚醒機会を提供することを指摘した。特に数学史は、数学を人の営みとして自覚する意味での数学の文化的視野の覚醒契機を提供しえる。ここでは、その人の営みとして文化的視野の覚醒がどのように実現するかを明らかにするために、Jahnke の提案する数学史における解釈学的営みを紹介する。

歴史上のテキスト(一次文献、訳を含む)を利用する価値について Jahnke, H.(2000)は、歴史的テキストの読解 reading が、現在無意識に認めている例えば技術の集積や知識の集積としての数学を、知性的活動としての数学へ代替したり、所与として与えられる数学の概念をその発明の過程から再方向付けしたりする経験をもたらすカルチャーショックとなると指摘している。このカルチャーショックこそが、このような数学もあつたのかという歴史的意味での異文化体験を象徴している。Hall の言う延長物の転移は、ここでは、過去の数学上のテキストに今日の数学の知識、理解や文脈を映し出して読むことが該当する。そのように読んだとしても、読み込んでいければ、読み始める以前に暗黙理に前提とした数学理解/仮説との相違を認めカルチャ

一ショックに遭遇する。実際には、それが、文化的視野の覚醒に及ぶには、「読み込んでいく」行為を性格付ける読解に際しての解釈学的営みが要請される。

Jahnke は、そのようなカルチャーショックが、数学の今日的知識や理解から一意に解釈しないよう意図的に指示しない場合にむしろ起きると指摘する。テキストの著者が我々とは全く異なる概念を用いていたに相違ないという仮説に立って最初から読解すれば、誤った解釈さえ導きかねないからである。さらに Jahnke は、歴史の教育的価値を、内容の真偽判断より上述のような現在の数学に対する再方向付けや代替に求めるのであれば、歴史的テキストは、著者が執筆した時代において文脈付けられる必要があると指摘する。著者が当時の読者を念頭に執筆したからである。Jahnke はかようなテキストの読解態度を解釈学的³⁾ hermeneutic 営みとして記述する(1994,2000)。その解釈学的営みは図のような二重の円によって性格付けられる。



Jahnke は次のようにこの図を説明する。

「私は、歴史学者のパースペクティブが、適切な教授文化の重要な要素を代表することを要請したい。この方法をふまえれば、いかなる歴史もそうであるように、数学の歴史は本質的に解釈学的 hermeneutic 努力そのものである(訳注；図の右下部分)。理論とその創造者が解釈され、その解釈者 *interpreter* は、仮にそこでの解釈 *interpretation* が直観によるものであったとしても、常に解釈上の仮説を意識し続けることになる。解釈それ自体は仮説を形成し、その仮説を与えられたテキストで検証する円環状の過程において成立する。歴史学の場合、この解釈過程の対象、すなわち(個人ないしグループ

の)学問的テーマは、対象領域を解釈する解釈学者等 hermeneuticians となる(訳注；図全体)。(p.154)」

理論の創造者は、対象と理論との間で仮説検証を通じて創造の営みを展開し、その活動への参画者(科学者など)はその営みへの参画において解釈を蓄積する。そこ(右下の円)に Jahnke は数学史上に実際に存在した解釈学的営みを認める。そして、文字通り解釈学者である歴史学者、数学史家は、残されたテキスト等と歴史解釈との間で行う仮説検証行為としての解釈学的営みに参画するのである(図全体)。

Jahnke はこのような解釈学的営みの図式が、共時的な *synchronous* 数学文化⁴⁾ と通時的な *diachronous* 数学文化⁵⁾ を互に関係付ける意味で歴史解釈に固有であるばかりでなく、教室における教授学的相互作用を記述する上でも有意であると主張する⁶⁾。Jahnke は、次のように続けている。

「教師が数学史を教室に持ち込むならば、教師は、このような歴史家のパースペクティブについて理解すべきであり、この二重の環を意識し、その中で回れるような、歴史上の問題を参照すべきである。そうすることによってのみ、教師も生徒も仮説を形成し、異なる時間と異なる文化において生存した他者の身になって考える準備ができるだけの教材に対する確かな自由権を獲得することができる。私にとっては、他者の身になって考えてみる、他者の世界において考えてみるものが、数学教育上の歴史的諸内容に基礎を提供する教育哲学の核である。科学者や数学する集団の一員となった教師は、数学すると同時に、右下の始源的環の中で心理的なゲームを巡る。実際に、その状況から、教師は、歴史的人物が暗黙ないし明確に想定している理論的な諸条件を想像することができるようになる。しかし、それでは終わらず、その想像からその諸条件についての仮説形成へと進めなければならなくなる。ここで本質的なことは、始源的環の中での数学することが、第二の環である全体内の諸関係を通じて帰結する、始源的環外との諸層によって支援されていることである。他者

の身になって考えてみることは、数学と自分自身の関係に自分を映し出す機会となる。その映し出しは、逆に、自分が読みとろうとしている媒体(多くはテキスト)によって客観化される。(p.154)

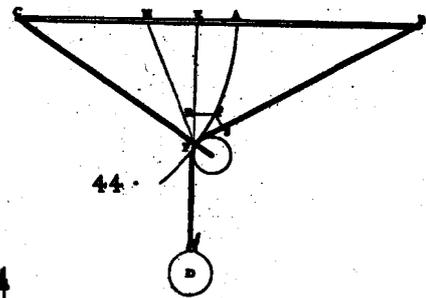
解釈学的営みにおいて、Jahnke は他者の身になって考えることを強調する。それによって、そのテキスト中に、その時代を生きた数学者の心情や、数学者がそこで求めた数学的精神が浮き彫りにされる。そして、逆に、自分自身がそこで映し出されて、自らの数学を相対的に評価

し、その後の自らの文化的営みの継続を促す文化的視野が覚醒すると考えるのである。次節では、Jahnke の言う、人の営みを明かす意味での解釈学的営みを事例から明らかにする。

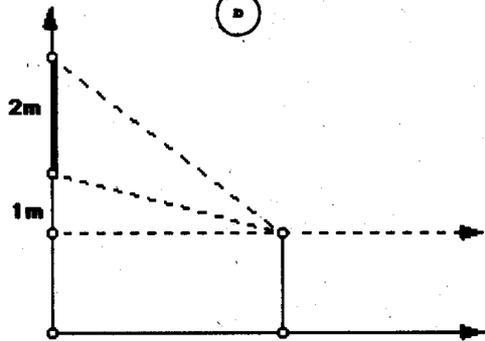
5. 人の営みを明かす解釈学的営み

ここでは、次の2つの問題を例に解釈学的営みを例示し(Isoda,2000b)、これまでの議論と併せて異文化的視野の覚醒が、文化比較する課題設定によって実現することを指摘する。

ロピタルの重りの問題：図のように、Cからプリーがつり下げられ、ロープでBからFを介して重りDがつり下げられている。ロープやプリーに重さがないと仮定するとき、重りDは、どの位置で安定するか？



画廊の問題：画廊で絵を飾ろうとしている。絵の高さは2mで、絵の下端が視線から1mの高さになるように飾る。このとき絵を見込む視角が最大になるのは、どこからみたときか？



ロピタルの問題は、この図も含めて最初の微積分の教科書であるロピタルの無限小解析にある問題である。画廊の問題は、オーストラリア、ヴィクトリア州のVCE(高校卒業試験、大学入試を兼ねる)の問題である。解答してみれば明らかのように、どちらの問題も、幾何学による解法、微積分による解法が存在する。そして、それぞれの解法を実現すれば、まるで異なる解法から得られた結果が一致するという数学的な予定調和を体験し、数学の美しさないし不思議さを実感するはずである。例えば、画廊の問題は、円周角が最大になる場合と考えれば、初等幾何学的解答が与えられる。そして、壁からの距離 x と見込む角 θ の関数関係を考えれば、微積分による解答が与えられる。どちらで解いても、

同じ結果になる。数学の実用的価値や数学の問題解法多様性と解の一意性、そしてそれぞれの解法によさを吟味する場合には、どちらの問題も非常によい問題である。

しかし、Jahnke の指摘するように「他者の身になって考えてみる、他者の世界において考えてみる」とそれぞれの主旨はまるで異なることに気づく。例えば、「ロピタルはなぜ微積分の最初の教科書でこの問題を取り上げたのか」とロピタル(ベルヌーイ)の立場になって考えてみる。この問題が幾何学的にも微積分によっても解けるという強烈なインパクトからすれば、ロピタルも、この問題が、幾何学的にも、微積分的にも解けることを知っていたに違いない。

17世紀末までの時代、それは幾何学の全盛時

代であり、当時の数学者の既習と言え、幾何学であり、限られた数学者を除けば無限小解析は未知で、不可解であったはずである。そのようにロピタルの生きた時代を解すれば、ロピタルは、この問題を、わざわざ教科書に入れたに違いないという仮説が浮かんでくる。そこで、実際に教科書を取り寄せると、確かにロピタルは二つの解法を併記している。わざわざ併記していることから、ロピタルは、微分法による解法の妥当性を示すために、幾何学的にも解答し得るこの問題を、意図的に取り上げたに相違ないという仮説が、強化されるのである。すなわち、ロピタルは微積分を知らない当時の人々に、微積分のよさを説得するために意図的に幾何的に解ける問題を取り上げたと解釈されるのである。

このロピタルの執筆態度と照らして自らの数学を見直してみれば、このような教科書の書き方は、今日の大学での公理的な教科書の書き方とは隔絶していることがわかる。そして、そのような視野で、歴史的なテキスト(含む手紙など)を眺めれば、アルキメデスも、デカルトも、フェルマも、パスカルも、皆、説得を目的に、当時の読者層の考え方を想定して読者へ語りかけていること気づくのである(磯田 1999)。かような解釈を通じて、当時の数学者の営みが、その人の人柄も含めて、鮮明に蘇ってくる。そして、それと比較して、今日の大学レベルの教科書の書き方が、数学の長い歴史の中でいかに異なる書き方がわかり、今日流の公理的な書き方にこだわることの意義を改めて問い直す契機も生まれる。すなわち、テキスト解釈による異文化体験を通じて、人の営みとしての数学が顕在化し、人の営みを志向して現在の数学を相対化するものとしての文化的視野の覚醒が、カルチャーショックとなってそこで起きるのである。他方で、画廊の問題は、「出題者の立場になって考えてみる」と、それが入試問題という性格から、これが数学の実用的価値を認めながらも、その解法の多様さと結果の一意性の評価と関連して出題されていると想像がつく。ロピタルの問題が、ロピタルの時代における解釈を求め、

現代と対比することで、ただ解答することで得られる認識以上の認識を生み出しえるのに対して、画廊の問題の方は、そのままでは、それ以上の認識を導き得ないかにみえる。ところが、そのような解釈も、例えば「なぜ出題者は、わざわざ実用的価値を認める出題をしたのか」「このような出題は日本の大学入試ではみかけないが、なぜオーストラリアでは出題されたのか」などと出題の文化的背景を探り対比する視野を持てば、入試問題全体の比較、教科書比較といった解釈作業をもたらし、結果として純粋数学志向という日本の数学教育の特質を自覚し、反省する機会となる(磯田 2000c)。そのテキストを記した他者が生きる文化的背景に立って考えてみて、そこに他者の文化的営みの特質を認めて、自らの文化の特質を知るといふ解釈学の対象は、通時的なテキストに限らず、同時的なテキストにおいても存在するのである。

Learman の提案と関連づけるならば、画廊の問題も、自らが通常行っている数学の文化的営みからではなく、その営みでは通常問題にしないような、その暗黙の文化を越えた、他文化の側から、その問題を取り上げ直すという設定の工夫によって、文化的視野の覚醒を導く異文化体験をもたらしえるわけである。そこでは、文化比較に通じる課題設定をした上で、他者の身になって考えてみる、他者の世界において考えてみるのが有効な方策となる。

6. 結び

本論文では、異文化体験による文化的視野の覚醒という視野から文化の教育を問題にした。文化的視野の覚醒は、異文化体験で顕在化した他文化とそこで自覚された自文化から、自文化の自覚ある進展を願う語用であり、ここで話題にした文化とは、あくまで、その覚醒においてそれぞれが意識できた内容を指す範囲に留まっている。その意味で、いわゆる数学の社会・文化的内容を教え上げ、教えることを本論文は取り扱っていない。

Learman の事例にあるように、暗黙に行っている特定の数学的な考え方の自覚でさえも、文

化的視野の覚醒とみなせる。本論文の意義は、そのような数学的な考え方の自覚から、数学を人の営みと認める次元まで、異文化体験による文化的視野の覚醒という一つの文化的営みとして、共通の視座から記述し得ることを示したことであり、その記述を通じて、文化的視野を覚醒させる一般的方法を示唆した点である。その方法とは、それまでにないであろう異文化体験をもたらす課題設定をし、自文化の過般化が通用しない体験によるカルチャーショックを前提に、他者の身になって考えてみる、他者の世界において考えてみるという解釈学的営みに従事することである。本論文では、その営みが実際に、人の営みとして数学を認識させることを示した。

はじめに述べたように、異文化への適用は容易なものではない。本稿では取り上げなかったが、ここで話題にした文化的視野の覚醒は、個々人の認知の次元では数学観とその変容に通じる見方として説明できる。異文化体験による数学観の変容については、筆者の進める代数・幾何・微積 ForAll プロジェクトの中で、数々の事例から実践的に例証している(例えば、磯田 2000d)。その実践例については別に報告予定である。その例証の意義を文化論から基礎付けることが、本論文の直接的動機であった。

註

- 1) Hall は、文化摩擦を問題にするが、他方で、自文化の特質を教えて異文化に当面した際に文化摩擦を軽減する事前教育プログラムの必要を強く提案している。
- 2) 例えば、概念学習にかかわる問題解決の授業論に整合する(例えば、磯田 1996)。if...then~型推論において、人は学習の過程で条件節 if を暗黙裏に状況から学び取らざるおえない現実がある。ミスコンセプションの出現は、その曖昧さから、どのような場合に then 以下が可能なのかが判然としなくなり過般化がおきることで説明される。授業論では、過般化で表面化する自己の既習や他者の考えとの矛盾の解消こそ、条件節 if を修正し確定する絶好の機会とみなす。概念学習と文化論の相

違は、概念学習ではより高次な概念へという指向性が明瞭であるが、文化の場合には自文化の修正よりは意識化の次元をむしろ共通話題にする点である。実際、文化は、概念のように特定部分を取り出して議論することができないがゆえに、概念学習における止揚のような議論は一概に話題にできない。

- 3) 小学館「日本大百科全書」では、常葉謙二が次のように解説している；自然科学的認識によって代表される「説明」(外面的認識)とは区別された、生あるいは人間精神の表現の把握である「理解」(内面的認識)に関わる哲学理論。解釈学思想は古典ギリシャにさかのぼる。「解釈する」というギリシャ語動詞は「理解させる」「わからせる」という原義から派生した「表現する」「説明・解釈する」「翻訳する」という三義をもっている。ことばと文字の発明者とされる神々の使者ヘルメスの任務は、このような意味における神々の思想の人々への伝達であった。~中略~デュルタイはシュライエルマッハーに即して解釈学を「文書に固定された生の諸表現の理解に関する技術論」と定義し、そこに歴史学、精神科学一般の基礎づけを求めた。~以下略。

シュライエルマッハーは次のように述べている；「私は、私が矛盾や意味をなさないことに直面するまではすべてのものを理解する」「私は、私が必然的なものとして認識し構成することのできないものを何も理解しない」「本来的に、文法的解釈は客観的解釈であり、技術的解釈は主観的解釈である」「解釈の眼目は、人が自己の心情から、著者の心情へと、移行することができねばならないということである」

シュライエルマッハーの提供するかような視野は、本文で述べた文化人類学者 Hall の主張にも通じている。元来、解釈学は、説明の学としての自然科学と解釈学としての精神科学(社会科学と人文科学)とを区別するために用いられた。特にガダマーは、解釈対象をテキストから、経験全般へ拡張したが、それによって、自然科学さえ解釈学の対象となりえることになり、それが今日の解釈学の基底を提供することになった。特にバーンスタインは、ガダマーが、解釈学が新しい科学認識論への視野を提供することに関与した

かを指摘している。

- 4) ここで共時的な文化とは、公共生活における数学の役割、経済、技術、科学そして文化における数学の役割、そしてそれらに付随したイメージを指すわけだが、Jahnke はそれらと同等に、教室における対話や活動をも意味するとみなしている。
- 5) Jahnke は、通時的な文化は、歴史を通じての公共生活における数学の役割、経済、技術、科学そして文化における数学の役割、そしてそれらに付随したイメージ諸要素の発達を指すばかりでなく、共時的な文化と学習者の生活や思考と関係付ける必要があるとみなしている。
- 6) 解釈学の方法論をテキストに限定せずに、広範に適用しようとする Jahnke の志向性は、ガダマー以後のドイツ解釈学に整合的と解される。すなわち、Jahnke がここで話題にする解釈学的営みは、今日の解釈学において典型的な見方であると考えられる。

引用文献

- リチャード・バーンスタイン (1990). 科学・解釈学・実践 I, II (丸山高司, 木岡伸夫, 品川哲彦, 水谷雅彦 訳), 岩波書店. (原典 1983)
- Fabos, Bettina and Young, Michelle D., (1999). Telecommunication in the classroom, Review of Educational Research, 69(3), 217-259.
- Hall, Edward T. (1976). Beyond the Culture, Anchor Press. (Hall, Edward T. (1979). 文化を越えて (岩田慶治, 谷泰 訳), TBS プリタニカ)
- 磯田正美 (1996). 多様な考えを生み練り合う問題解決授業, 明治図書.
- 磯田正美 (1999). 数学の弁証法的発展とその適用に関する一考察, 筑波数学教育研究 18, 11-20.
- Isoda, Masami et al (2000a). Mathematical communication on the internet between high school classrooms in Japan and Australia, TSG6 in ICME9.
- Isoda, Masami & Aoyama, Kazuhiro (2000b). Mathematics history is another door for using technology in education: The change of belief in mathematics via exploring historical text with technology in the case of under-graduates, Proceeding of the Fifth Asian Technology Conference in Mathematics, 132-141.
- 磯田正美・宮川健 (2000c). 高等学校の数学教育改革のパーспекティブ, 日本数学教育学会誌 第 82 卷 11 号, 20-29.
- 磯田正美 (2000d). 手段としての教具から媒介としての道具への教具観の転換に関する一考察, 第 33 回数学教育論文発表会論文集, 193-198.
- Jahnke, Hans N. (1994). The Historical Dimension of Mathematical Understanding: Objectifying the Subjective, Proceedings of the Eighteen International Conference for the Psychology of Mathematics Education, vol.1, 139-156.
- Jahnke, Hans N. (2000). The use of original sources in the mathematics classroom. In John Fauvel & Jan V. Maanen (Eds.), History in Mathematics Education (pp. 291-328), Kluwer Academic Publishers.
- Lerman, Stephen (1994). Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom, Kluwer Academic Publishers.
- シュライエルマッハー (1984). 解釈学の構想 (久野昭, 天野雅郎 訳), 以文社. (原典 1805・1809/1810)
- Wertsch, James V. (1991). Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action, Harvard University Press. (ジェームスワーチ (1995). 心の声: 媒介された行為への社会文化的アプローチ (田島信元, 茂呂雄二, 佐藤公治 訳), 福村出版)