

礪田正美,佐藤公治,中村渡,遠藤美砂,“意味と手続きからみた小数割算余りの理解過程の調査研究”

概要

「やり方ばかりではなく、意味を大切にした授業を」という言回しが古典的であると指摘したのは、J.Hilbert[1986]である。認知心理学的立場、特に概念的知識・手続き的知識という知識二類型からすれば、やり方と意味は、相互に関係付けられ発展していく性格を備えた知識であるからである。本稿は、彼の知識二類型とその相互作用という考えを基盤に、学習過程における子どもの意味理解の深化に伴う課題を知ることを目的としている。本稿では、目的に対して、次の考察を行なう。課題1；知識二類型から子どもの理解状態を記述する枠組みを設定する。課題2；具体的な学習指導過程「小数割算余り処理」での子どもの理解の変容をその枠組みで記述する。課題3；その記述により、意味理解を深める授業の課題を明らかにする。

意味と手続きからみた小数割算余りの理解過程の調査研究

磯田正美(北海道教育大)* 佐藤公治(北海道大) 中村渡(札幌市共栄小) 遠藤美砂(札幌北中)

はじめに

「やり方ばかりではなく、意味を大切にした授業を」という言回しが古典的であると指摘したのは、J. Hilbert [1986] である。認知心理学的立場、特に概念的知識・手続き的知識という知識二類型からすれば、やり方と意味は、相互に関係付けられ発展していく性格を備えた知識であるからである。本稿は、彼の知識二類型とその相互作用という考えを基盤に、学習過程における子どもの意味理解の深化に伴う課題を知ることを目的としている。

本稿では、目的に対して、次の考察を行なう。課題1：知識二類型から子どもの理解状態を記述する枠組みを設定する。課題2：具体的な学習指導過程「小数割算余り処理」での子どもの理解の変容をその枠組みで記述する。課題3：その記述より、意味理解を深める授業の課題を明らかにする。

1. 概念と手続きからみた理解の質

本稿で、意味とは、概念的知識を指す。概念的知識とは「～とは、…である」と表せる知識であり、knowing whatとして知られる。意味の特徴は、関係網をなす点である。「男はおおかみである」という言葉から、男の意味がとれるのは、おおかみという語の関係網によるのである。また、手続きとは「～のときは…せよ」と表せる知識を指し、knowing howとして知られる。手続きの特徴は、連鎖する点である。割算アルゴリズムはその典型である。

意味と手続きは、教科書的には、通常、相互翻訳可能(以下 \leftrightarrow と記す)である。例えば、「男ならおおかみせよ」というのは、前述の男の意味を手続きへ翻訳した表現とみることができる。しかし、実際には、意味と手続きの一方を欠いて保持したり、ズレたままに保持しており、それを意識しない場合が多いのである。「乗法の意味は～の…分である」と説明しながら、「 2×1.5 」を求め、おかしいと指摘されても、必ずしも疑わないなどはその例である。

意味と手続きの相互作用による知識形成の典型は、「意味の手続化」「手続きの意味化」である [磯田 1991]。加法場面から加法計算を構成していく学習では意味の手続化がなされる。その段階では加法計算(累加を含む)は手続きで、計算の意味は加法場面

にある。乗法では、累加場面から乗法を定義し、九九を構成、無意識化(習熟)する。そこでは、累加計算も乗法の意味になる。そして、小数 \times 整数、分数 \times 整数では、累加計算が乗法の意味として、説明に用いられる。手続きを意味として扱うのである。

本稿では、理解を、以上の知識二類型とその相互関係に基づく知識構成とみなす。そこでは、意味の関係網の深まり、意味と手続きの相互関係の深まりが理解の質(=知識の質)として記述できる。その質で興味深いのは、上記のような欠損やズレである。その欠損やズレに着目するとき、授業場面で要求される知識の質から、そこでの理解状態を類型化できる。その類型を、小数除法余り処理を例に述べる。

①. 手続き保持意味欠落型の理解

意味は無意識できず、既有手続きをバット適用するタイプの理解である。小数除法の筆算はできるが、そこでの小数点移動操作や余り処理の意味は解せず、文章題での余り処理を誤るタイプの子どもである。

②. 手続き保持意味混迷型の理解

不完全、不適切な意味を保持し、既有手続きを適用しながら、その意味を意識するタイプの理解である。小数除法では、筆算小数点移動、余り処理、文章題の余り処理、いずれかを理解している子どもである。

③. 「手続き \leftrightarrow 意味」確実型の理解

意味も適切に保持しており、既有手続きを適用しながら、意味を意識するタイプの理解である。小数除法では、小数点移動の根拠、余り処理、文章題での余り処理を理解している子どもである。

④. 意味保持手続き欠落型の理解

意味は、それなりに保持しているが、その手続化のための習熟が不十分なタイプの理解である。小数除法の意味は理解しながら、筆算を誤るタイプの子どもである。

⑤. 意味・手続き欠落型の理解

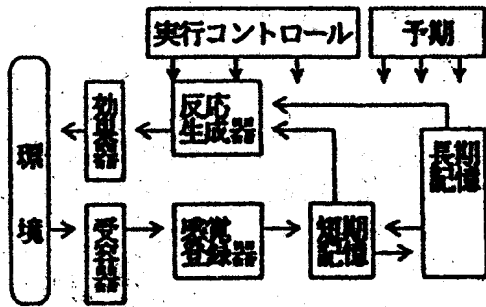
授業に参加できない程、意味・手続きを著しく欠いたタイプの理解である。小数除法では、上記をすべて欠くタイプである。

意味と手続きの関係網が最も豊かな(=理解が深い)

のは③である。③>②>①の順に意味は欠落し、④は手続きのみ欠落し、⑤は両者が欠落している。

上記類型は、元々、授業設計に際して、多様な考えを予想する意図で設定したものである[磯田1991]。結果的に、スケンプー藤井の理解モデル[藤井1986]の、用具的理解・関係的理解に、①③が類似であるが、類型基盤が知識二類型にあるので、論理的理解というような類型は想定しない。

藤井の研究と比較すれば明らかのように、保持する知識の質のみで理解を論じるのは片手落ちである。知識を生成、運用するディレクターシステムのような情報処理システムを想定する必要がある。ここでは、ガニエの次のモデルを参考にする[1974, 85]。



II. 小数除法余り処理の授業と子どもの理解

小5の小数除法筆算での余り処理は、手続き的に習熟しえるが、意味理解の欠けることが多い教材として知られる。取り上げる授業は、7月にこの教材を学んだ後の10月下旬に行なった治療的学習指導である。授業仮説は「手続き的知識を獲得した児童(類型では①②に相当)に意味を深めるような授業を再度組めば、意味手続きが関係付けられ理解は深まる」というものである。

ちなみに、授業者は、通常の授業で文化遺産の伝授と算数を捉え、教科書を教えること、手続きを訓練することを重視しており、教科書の該当箇所の文脈理解は不確かであった。専門の側からは疑問も湧こうが、全教科担当という現実からすれば、極く一般的な授業者であり、しかも熱心な授業者であるゆえ、上記仮説を検討する上では、適切と思われる。

II-(1). 授業概要

次の流れによった。

事前テスト(10月上旬)；抽出児決定

確認授業；割切れる場合で復習(60分)

場面からの除法立式、除法筆算手続き、比例線分図や単位換算による意味説明、筆算での小数点移動の意味としての除数・被除数の等倍計算、解の確認としての検算

主題授業；余りの小数点処理(45分)

場面 $20.3 \div 1.8$ 、 $203 \div 18 = 11$ 余り5。5の単位は何か？、0.5じゃないか？、10倍したから小数点(はもどす(手続き)、図で0.5(意味)、5d(じゃだめか。0.5の方が問題に適切(意味)。文章題じゃなかったら……筆算で基の小数点を下ろす(手続き)。

抽出児へのインタビュー、全員への事後テスト

補遺授業；式から文章題作り(45分)

文章題作りを通して、主題授業の強化を行なう。

以上10月下旬、12月中旬に定着テスト

主題授業は、余りの違いから葛藤が起こるよう計画されたが、個別の解決→典型発表→噛み合わない繰り返し→教師主動の押し、という展開に留った。補遺授業は、定着への配慮である。各テストは、理解類型の必要から、同問題である。インタビューは、主題授業で考えたことを聞いている。事前理解特定のための事前インタビューは、授業内容に直接立入ることになり思考を方向付けるので行なわなかった。

II-(2). テストからみた理解の変容と考察

次の2つの知識構造に着目して、知識変容(理解状態の変容)を記述する。

A. 計算上の意味と手続き

←計算上の意味

- ・筆算が正しくできる→手続き
- ・筆算の小数点移動の根拠→意味；「小」と略
- ・筆算の余りが処理できる→意味；「あ」と略

I. 事象と式の間の意味と手続き

←具体上の意味

- ・筆算が正しくできる→手続き
- ・文章題で余りが処理できる→意味；「あ」と略
- ・式から文章題(場面)が作れる→意味；「事」と略

A、Iは、手続きは共通しているが、意味は共通していない。主題授業では、Aを問題にしなが、Iを論じている。それぞれについて、各テストから児童の理解状態を類型し、変容を追った。その結果が、次表である。表で、AとIの知識内容は異なる。※は類型に変化のない児童であり、特に////は類型③のまま変化のない児童である。意(味)と手(続き)欄での、AとIは近接類型間への変化を示し、↑と↓は類型を飛び越える変化を示す。意味欄での→は類型内で保持する意味が変質した場合である。既習教材を再度取り上げた授業であり、事前が①～③の該当者は、それ以前の学習で、筆算手続きをある程度以上獲得した児童に相当する。

Aについての変容を述べる。事前事後間では、理解類型に変化があったのは、すべて③の////を除けば25名中18名(7割)であり、内訳は、意味のみ向上10名・低下4名、手続きのみ向上1名・低下0名、

共に向上2名・低下1名である。変化がなかったのは、////を除けば7名である。

授業仮説に該当する、①②(手続き保持、意味欠落もしくは混迷)の児童は15名おり、内10名(6.6割)に意味の向上が認められた。手続きに変化のない児童は、全30名中25名(8割)で、////を除いても8割、事前①②では14名(9.3割)である。

事後定着間で変化があったのは////を除く24名中17名(7割)で、内訳は、意味のみ向上6名・低下5名、手続きのみ向上2名・低下0名、共に向上1名・低下1名である。変化がないのは、////を除けば、7名である。

特に、事前①②で、事後で意味が向上した先の10名の内5名(5割)は、1.5か月後では獲得した意味を再び失っている。事前①②で、最終的に意味が事前に比して向上し定着したのは、15名中7名(5割)である。一方で、事後定着間で、手続きに変化のない児童は、全28名中24名(8.5割)、////を除いても8割である。手続きは欠落しにくい、意味は欠落しやすい傾向が読み取れよう。

次に、イについての変容を述べる。事前事後間で変容があったのは、////を除けば、27名中17名(6割)であり、内訳は、意味のみ向上9名・低下2名、手続きのみの向上1名低下0名、共に向上0名・低下1名である。特に、授業仮説に該当する①②の児

童は18名おり、内10名(5.6割)に意味の向上が認められ、17名(9.4割)は手続きに変化がない。

事後定着間で変化があったのは////を除く24名中15名(6.3割)で、内訳は、意味のみ向上2名・低下8名、手続きのみ向上2名・低下0名、共に向上1名・低下1名である。変化がないのは、////を除けば、9名である。特に、事前①②で、事後で意味が向上した前述10名の内5名(5割)は、1.5か月の間に再び獲得した意味を失っている。

事前①②で、最終的に意味が事前に比して向上して定着したのは、18名中8名(4.4割)である。一方で、事後定着間で、手続きに変化のない児童は、約8割である。アと同様に、手続きは欠落しにくい、意味は欠落しやすい傾向が読み取れよう。

II-(3). 個別の変容過程

抽出児(表で番号に捺印)について、テストではわからない個別的理解の質とその変容を、意味理解が向上したが定着しなかった者に限定して、プロトコル、ワークシート、インタビューを基に述べる。

1番の児童；事前テストでは、筆算はできるが、筆算での余り処理、式から文章題を作る知識が欠落している。授業では、適切な図や適切な意味理解発言「余り5だったらまだ取れるから0.5」が認められる等、③に達したと言えるが、インタビューでは除数、被除数を100倍すると解も100倍になる等の発言もみられ、計算上の意味に即しての説明は充分とは言えない。その結果か、定着では、意味は欠落している。

11番の児童；事前では筆算手続きのみ保持し意味は欠落しており、事後では意味も保持し、定着では筆算の小数点移動・余りの意味が欠落する。授業では、筆算の小数点移動の意味を他者発言から理解した。当初、余りの位を元に戻すことは忘れていたが、他者発言から5 $\bar{2}$ ではなく、5d $\bar{2}$ であるべきことに気付いている。インタビューでは、0.5にすべきことは、元の小数点を下ろすという手続き以外に説明できなかった。すなわち、他者発言の把握より一時的に③に達したものの、本人自身は、手続きのみで筆算を解すために、人から聞いた意味を、最終的には自分のものにできなかったと考えられる。

20番の児童；事前では筆算手続きのみ保持し意味は欠落しており、事後では意味も保持し、定着では筆算の小数点移動と

| 番号 | ア | イ | ウ | エ | オ | カ | キ | ク | ケ | コ | カ | キ | ク | ケ | コ |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 12 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 2 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 28 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 12 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 6 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 25 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 8 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 7 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 23 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 9 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 18 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 29 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 31 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 5 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 4 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 10 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 24 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 30 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 16 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 22 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 29 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 19 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 26 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 4 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 16 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 10 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 17 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 15 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

文章題での余りの意味が、やはり欠落している。当初、 $20.3 \div 1.8 = 11$ あまり5として、疑問を持たないでいるが、他者による図での説明より、あまり0.5であるべきことを、 l から dl への単位変換で理解した。その意味で、問題場面に限定して理解が深まったと言える。その点からすれば、まだ場面が想起できる事後テスト時までには、意味を保持できたと考えられる。

それぞれに理解の質、変容背景は違うものの、事後での意味理解の向上が一時的な意味と手続きの関係付けにすぎない点は共通している。その原因は、インタビューでの答え方から、次の様な知識の関係網の個別的な違いとして推測できる。

1番の児童は、意味を保持しているものの、計算上で、保持する意味を想起し、活用する関係網が不備であると推測できる。11番の児童は、手続きを意味と切り離して獲得しており、具体を意識できずに手続きのみ運用するという関係網をもつと推測できる。20番の児童は、具体なら意味を解し推論できるものの、計算上で意味を解さない関係網をもつと推察できる。すなわち、次のいずれかが、それぞれの関係網において不足しているのである。

- 1) 具体場面での意味と計算手続きとの関係付け
- 2) 計算手続きでの意味
- 3) 具体場面や図での意味

このような個別的な関係網の歪みは、インタビューでは、ある説明なら解せるものの、ある説明は「わからなかった」とする被験者の発言としても現れる。特に、最も理解が深いと思われる15番の児童の発言を、理解した者は少なかった。すなわち、授業で、個別的思考の説明があっても、全体で議論が噛み合わなかった一背景には、このような歪みによる他者発言の無視があると考えられる。

Ⅴ. 意味理解を深める授業の課題

Ⅴ-(1). 結果の考察

今回の調査から、手続きは強固に定着するが、意味は容易に定着し難いことが示唆される。授業での意味論議は、一次的に短期記憶に残るものの、長期記憶としては残りにくいと言える。一度、手続きを獲得した児童の場合、その手続きの意味を指摘されれば、なるほどと思えるものの、その意味から再度手続きを構築する必要がないので、意味想起の必要は乏しく、手続きのみが再度残る結果を生むと言える。調査対象となった学級は、どちらかと言えば、手続き重視の指導が通常なされており、意味を長期記憶に留める必要観は、なおさら子どもには乏しか

ったと言える。

一方で、個別解決から生れた多様な意味論議は、一時的な向上をもたらしたという意味で、効果的であった。ただし、一時的な結果に留った一因は、個別にもつ知識関係網の不備によっている。それぞれの発言がそれぞれに理解されるような、不備な者でも自分の関係網と照合して自身で改善できるような、授業展開にならなかった点に一つの問題がある。

結果を一般化すれば、意味理解が不十分だからといって、それをことさら取り上げる従来からある授業実践は、効果があるとは必ずしも言い難い。Hibertは「あまりに早く技能を訓練すると、はじめにあるべきその技能の意味に立返り、意味を作ることは、生徒にとってなおさら難しくなる」と指摘している[1988, 1990](Resnik[1987]の結果も同様)。今回の授業もそのケースと言える。

Ⅴ-(2). 授業の課題

この報告で得られる授業への課題は「意味の定着をはかるためにすべきことは何か」という点である。完結明瞭を求める数学の性格からすれば、意味を手続き化することは自然であり、手続きが残ることは本質的である。しかし、新たな学習(創造)は、意味抜きでは成立しない。そこでは、意味欠落は困った事態なのである。意味が失われる原因の一つは、具体で意味を取り上げ、そこから手続きを作りだし、手続きを習熟して終わるというような一律の授業形式に求めることができる。そこでは、意味と手続きは別個のものと扱われ、手続きを説明する目的だけで意味が取り上げられたり、今回の実践のようにことさら意味のみが取り上げられたりするのである。

一方で、問題解決の授業の成立する学級では、意味論議が主題にのぼる。既存の意味を活用しようとする、意味を見極めようとする、改めようとする、意味から手続きを作りだそうとする、手続きの根拠として意味を求めようとする、手続きに意味を認め新たな手続きを探ろうとするというような、子どもの、そして集団の姿がみてとれるのである。そういった学級では、前述の1)~3)が、必然性をもって考察できるように、恒常的な配慮がなされているように思われる。別個にではなく、関係付ける論議が常になされているのである。知識の関係網は、各個の中で、長期的に作り上げられる性格のものであり、今回のような数時間のみ意味特設型授業では、その改善はあまり期待できない。むしろ、日常の授業実践での1)~3)の意味論議の深まり、意味と手続きとの相互関係構築が基本的課題と言える。