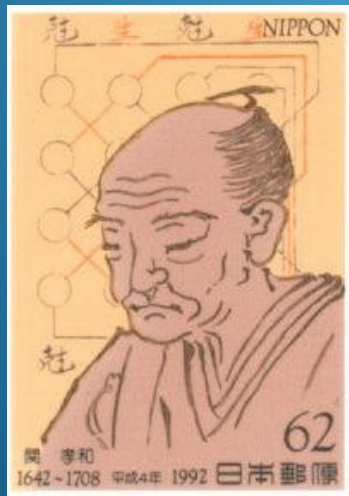


『算学啓蒙』 (朱世傑、 1299年) と鶴亀算



TGSW2015, TSUKUBA
筑波大学磯田正美研究室
9月29日

大阪教育大学
城地 茂

筑波大学本 『算学啓蒙』

- 朝鮮銅活字本 < 木版本多数 世界唯一? の銅活字本



『算学啓蒙』の出版

- 1299年 (元) 朱世傑、『算学啓蒙』出版(現存せず)
- 1430年頃 『新編算学啓蒙』(国初印本)(筑波大学本)
- 李氏朝鮮の算科教科書 『算学啓蒙』『楊輝算法』『詳明算法』『五曹算経』『地算』
(1592-1598年 豊臣秀吉朝鮮出兵)
- 1658年 (日本) 久田玄哲 訓点本(国初印本に訓点)
- 1660年 (朝鮮) 金始振 重刊本(現存せず)
- 1834年 (清) 羅士琳 重刊本(金始振本を校正)(中国国家図書館)
-

『算学啓蒙』の重要性

- 天元術（中国式代数学）の入門書

立てた高次方程式の解き方は『楊輝算法』（楊輝、1275年）『数書九章』（秦九韶、1247年）などに記述

- 鶴亀算の初出 ???



- 掛け算九九を「一一如一」⇒「九九八十一」の順に記述した初出

『楊輝算法』の目次には九九を「一一如一」～

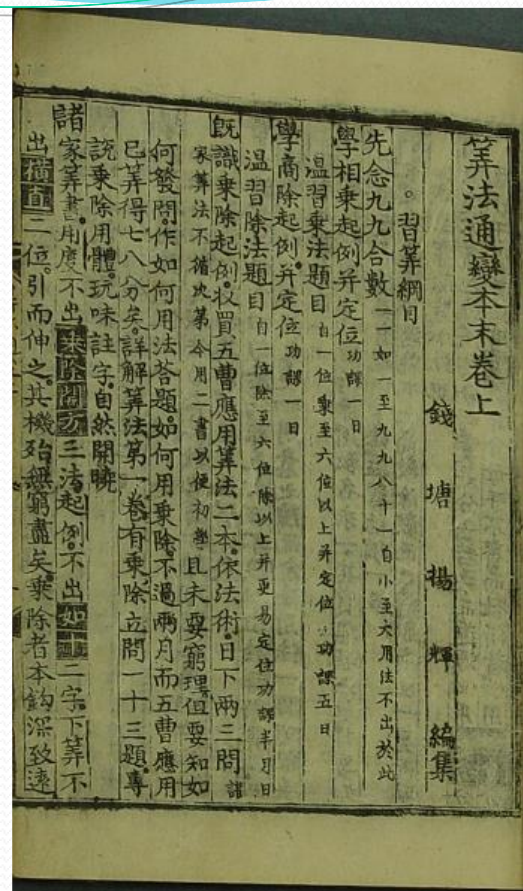
13世紀算書群は「算木数学の完成形」⇒「近世」の開闢

九九の順序

- 『算学啓蒙』(1299年)

新編算学啓蒙總括
釋九數法

一七如七	二七一十四	三七二十一
四七二十八	五七三十五	六七四十二
七七四十九	一八如八	二八一十六
三八二十四	四八三十二	五八四十四
六八四十八	七八五十六	八八六十四
一九如九	二九一十八	三九二十七
四九三十六	五九四十五	六九五十四
七九六十三	八九七十二	九九八十一
九歸除法	按古法多用商除爲初學者難 則後人以此法代之即非正術	



『楊輝算法』(1275年)

里耶九九木牘

- 湖南省龍山県里耶鎮
- 秦簡、BCE.222年-208年
- 2002年6月発掘
- 2012年切手発売



『孫子算經』の鶴亀算？

- 『孫子算經』（著者不詳、400年頃）卷下第31題「雉兔同籠」問題。
- 今有雉兔同籠、上有三十五頭下有九十四足。問雉兔各幾何。
- 答曰。雉二十三、兔一十二。
- （中略）又術曰。上置頭、下置足。半其足、以頭除足、以足除頭、即得。

『孫子算経』の鶴亀算？

- 雉と兎が同じ籠に入っているとす。上には35の頭が、下には94の足がある。雉と兎はそれぞれ幾らになるか。
- 答。雉23羽、兎12羽。
- (中略) もう一つの術。上に頭、下に足の数をならべる。足の数を半分にする。これから頭の数を書いて (、兎の数)、頭から足を引くと (雉の) 答えになる。

代数(「方程」)的解法

- 雉を x 、兔を y とすると、

- $x + y = 35$

- $2x + 4y = 94$

- $2x + 2y = 70$

$$4x + 4y = 140$$

- $2x + 4y = 94$

$$2x + 4y = 94$$



- $2y = 24$

$$2x = 46$$

鶴亀算による解法

- 全部を雉と仮定すると、足は 70
- ところが実際には足は、 94
- 差は、 24
- 1羽につき、 $4-2$ 違ってくるから、 $24 \div 2 = 12$ (兎)

- 全部を兎と仮定すると、足は 140
- ところが実際には足は、 94
- 差は、 46
- 1羽につき、 $4-2$ 違ってくるから、 $46 \div 2 = 23$ (雉)

『算学啓蒙』卷中「求差分和門」

- 今有雉兔一百、共足二百七十二隻。只云、雉足二、兔足四。問雉兔各幾何。
- 答曰、雉六十四隻。兔三十六隻。
- 術曰、列一百、以兔足乘之、得數、內減共足、余一百二十八、為實。列雉・兔足、以少減多、余二、為法。而一得雉。反減一百、即兔、合問。
- 又術曰、倍一百、以減共足、余半之、即兔也。

『算学啓蒙』巻中「求差分和門」

- 雉と兎100羽があり、足は272本だとする。只、雉の足は2本、兎の足は4本である。雉と兎は、各幾何になるかを問う。
- 答に曰う、雉64羽、兎36羽。
- 術に曰う、100をならべ、兎の足(4)をかけて、得た数(400)から合計の足の数(272)を引き、余は128になり、これを「実」(被除数)とする。雉と兎の足(の数)をならべ、多い方から少ない方を引き、余が2となり、これを「法」(除数)とする。割り算をすると雉(64)が得られる。反対に100から引くと、即ち兎(36)となり、題意に合う。
- 又術に曰う、100を倍にして、合計の足の数(272)から引き、之(72)を半分にする(36)と、即ち兎である。

漢字を使った代数的解法

- 漢字は記号

- $1\text{雉} + 1\text{兎} = 35$

- $2\text{雉} + 4\text{兎} = 94$

- $2\text{雉} + 2\text{兎} = 70$

$$4\text{雉} + 4\text{兎} = 140$$

- $2\text{雉} + 4\text{兎} = 94$

$$2\text{雉} + 4\text{兎} = 94$$

-

- $2\text{兎} = 24$

$$2\text{雉} = 46$$

『孫子算経』の演算

- 頭 35
- 足 94
- 「上に頭、下に足の数をならべる」
- **算木**で、数値を並べる。

正の数 赤の算木

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
縦式		┆	┆┆	┆┆┆	┆┆┆┆	┆┆┆┆┆	┆┆┆┆┆┆	┆┆┆┆┆┆┆	┆┆┆┆┆┆┆┆	┆┆┆┆┆┆┆┆┆
横式		—	＝	≡	≡	≡	┆┆	┆┆	┆┆	┆┆

『孫子算経』の演算

- 頭 35
- 足 94 → 47
- $94 \div 2 = 47$ 「足の数(94)を半分にする。」(47)

『孫子算経』の解法

- 頭 35
- 足 $94 \rightarrow 47 \rightarrow 12$

- $47 - 35 = 12$
- 「これ(47)から頭の数(35)を引いて、これ(12)が(、兎の数)になる。」

『孫子算経』の解法

- 頭 35 \rightarrow 23
- 足 94 \rightarrow 47 \rightarrow 12
- $35 - 12 = 23$
- 「足(12)を頭(35)から引くと、(雉の)答え(23)になる。」

『孫子算経』題の解釈

- 雉を x 、兎を y とすると、

- $x + y = 35$ 頭の数

- $2x + 4y = 94$ 足の数

- $x + y = 35$

- $x + 2y = 47$

足の数を半分にする。

- $x = 23$

足から頭を引いて、雉の数。

- $y = 12$

これから頭の数引いて、兎の数、

『九章算術』の「方程」

- 『九章算術』（著者不詳、50年頃）卷8第1題。
- 今有上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，實三十九斗；上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，實三十四斗；上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，實二十六斗。問上、中、下禾實一秉各幾何？
- 答曰：上禾一秉，九斗、四分斗之一，中禾一秉，四斗、四分斗之一，下禾一秉，二斗、四分斗之三。
- **方程術**曰，置上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，實三十九斗，於右方。中、左禾列如右方。以右行上禾遍乘中行而以直除。又乘其次，亦以直除。然以中行中禾不尽者遍乘左行而以直除。左方下禾不尽者，上為法，下為實。實即下禾之實。求中禾，以法乘中行下實，而除下禾之實。餘如中禾秉數而一，即中禾之實。求上禾亦以法乘右行下實，而除下禾、中禾之實。余如上禾秉數而一，即上禾之實。實皆如法，各得一斗。

『九章算術』の「方程」

	左行	中行	右行
● 上禾	1	2	3
● 中禾	2	3	2
● 下禾	3	1	1
● 实	26	34	39

- $3x + 2y + z = 39$ (右行)
- $2x + 3y + z = 34$ (中行)
- $x + 2y + 3z = 26$ (左行)

『九章算術』の「方程」

	左行	中行	右行
● 上禾	1	6	3
● 中禾	2	9	2
● 下禾	3	3	1
● 实	26	102	39

● $3x + 2y + z = 39$ (右行)

● $6x + 9y + 3z = 34$ (中行) 以右行上禾遍乘中行

● $x + 2y + 3z = 26$ (左行)

『九章算術』の「方程」

	左行	中行	右行
● 上禾	1	0	3
● 中禾	2	5	2
● 下禾	3	1	1
● 实	26	24	39

- $3x + 2y + z = 39$ (右行)
- $5y + z = 24$ (中行) 而以直除。2' - 2 × 1
- $x + 2y + 3z = 26$ (左行)

『九章算術』の「方程」

	左行	中行	右行
● 上禾	3	0	3
● 中禾	6	5	2
● 下禾	9	1	1
● 实	78	24	39

● $3x + 2y + z = 39$ (右行)

● $5y + z = 24$ (中行)

● $3x + 6y + 9z = 78$ (左行) 又乘其次、 3×3 式

『九章算術』の「方程」

	左行	中行	右行
● 上禾	0	0	3
● 中禾	4	5	2
● 下禾	8	1	1
● 实	39	24	39

● $3x + 2y + z = 39$ (右行)

● $5y + z = 24$ (中行)

● $4y + 8z = 39$ (左行) 亦以直除。3' 式-1式

『九章算術』の「方程」

	左行	中行	右行
● 上禾	0	0	3
● 中禾	0	5	2
● 下禾	36	1	1
● 实	99	24	39

● $3x + 2y + z = 39$ (右行)

● $5y + z = 24$ (中行)

● $36z = 99$ (左行) 而以直除。3” -4×2’

『九章算術』の「方程」

	左行	中行	右行
● 上禾	0	0	3
● 中禾	0	180	2
● 下禾	36	36	1
● 实	99	864	39

● $3x + 2y + z = 39$ (右行)

● $180y + 36z = 864$ (中行)

● $36z = 99$ (左行) 左方下禾不尽者，

● 上為法 (分母)，下為实 (分子)

● 实即下禾之实。

『九章算術』の「方程」

	左行	中行	右行
● 上禾	0	0	3
● 中禾	0	180	2
● 下禾	36	36	1
● 实	99	864	39

● $3x + 2y + z = 39$ (右行)

● $180y + 36z = 864$ (中行) 求中禾，以法乘中行下实，

● $36z = 99$ (左行)

『九章算術』の「方程」

	左行	中行	右行
● 上禾	0	0	3
● 中禾	0	180	2
● 下禾	36	0	1
● 实	99	765	39

● $3x + 2y + z = 39$ (右行)

● $180y = 765$ (中行) 而除下禾之实。

● $36z = 99$ (左行)

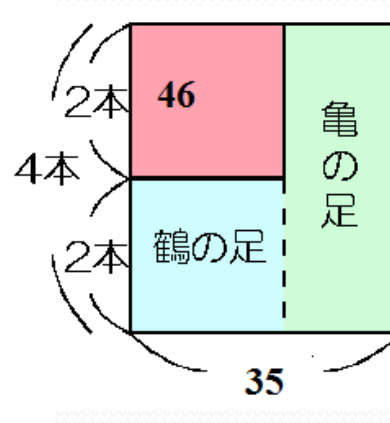
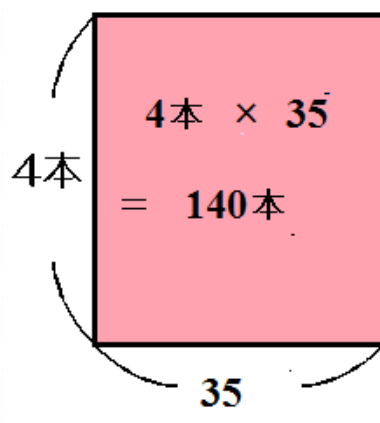
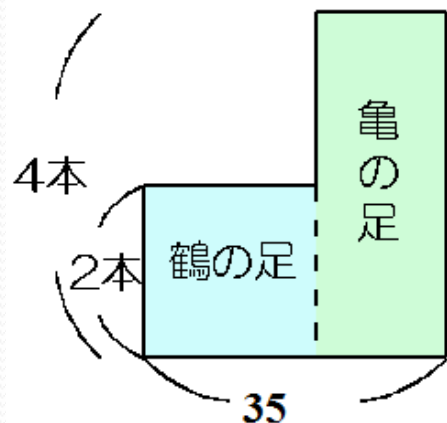
『九章算術』の「方程」

- 餘如中禾秉數而一，即中禾之實。求上禾亦以法乘右行下實，而除下禾、中禾之實。余如上禾秉數而一，即上禾之實。實皆如法，各得一斗。

面積図を使った解釈

- 『算学啓蒙諺解大成』(建部賢弘、1690年)が初出

全部を亀と仮定



和算(江戸時代)での活用

- 『因帰算歌』(今村知商、1640年)
 - 『算学啓蒙』類似問題

 - 『算法点竄指南録』(坂部広眸、1815年)
 - 雉や鶏などの鳥類 鶴 鶴は千年
 - ウサギなどの動物 亀 亀は万年
 -
 -
- 目出度い動物に変更
教育的見地

算木(さんぎ) ← 籌(ちゆう)

- 珠算以前の計算道具(元代(14c)まで)
- 日本では算盤(さんばん)に
- ならべる

正の数 赤の算木

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
縦式		Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ	Ⅸ
横式		—	＝	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥

負の数 黒の算木を置く

	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9
縦式							┐	└┐	└└┐	└└└┐
横式		—	==	≡	≡≡	≡≡≡	┐	┐	┐	┐



陝西省安康市
旬陽県出土
漢代 象牙製

231			≡	
5089	≡≡≡		┐	└└┐
-407				└┐
-6720	┐	└┐	==	

まとめ

- 紀元前後に「方程」が成立、その捷法(早い方法)として鶴亀算が13世紀に出現
- 和算(日本数学)では、教育的見地から動物を、鶴亀に変更。
- 13世紀には、商業活動を維持するための速算へと変貌
- 13世紀東アジア数学は「近世」の開始