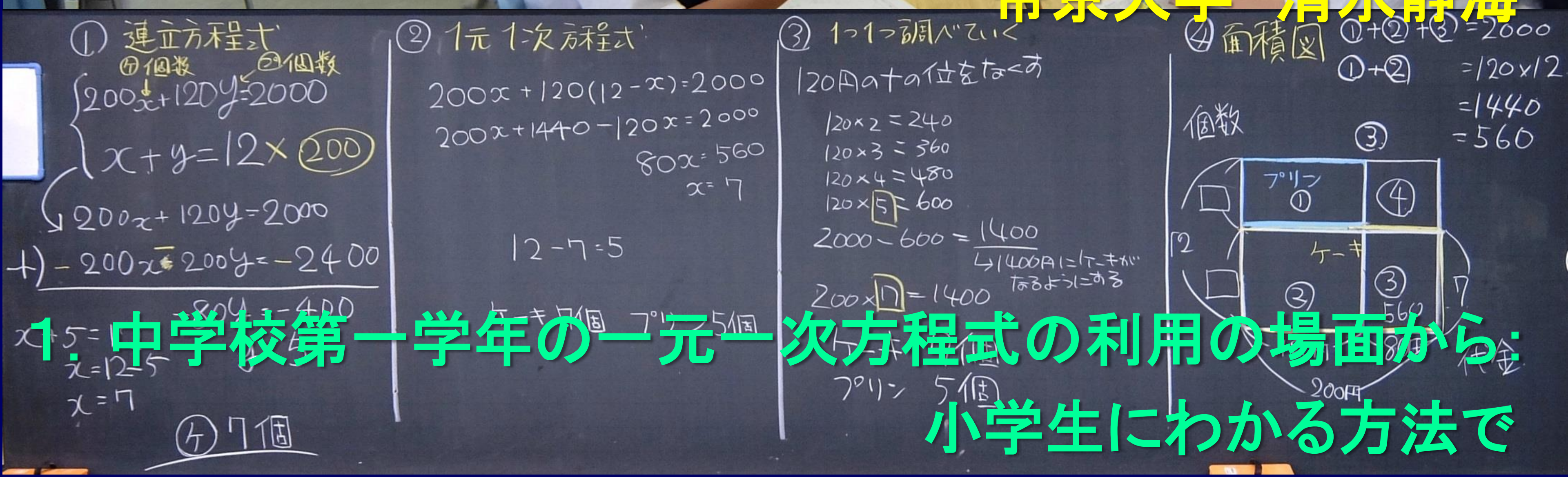
鶴亀算:算術的解法の教育的価値

帝京大学　清水静海



1. 中学校第一学年の一元一次方程式の利用の場面から:
小学生にわかる方法で

① 連立方程式

ケ個数　プ個数

$$\begin{cases} 200x+120y=2000 \\ x+y=12 \end{cases} \times 200$$

$200x+120y=2000$

② 1元1次方程式

$200x+120(12-x)=2000$

$200x+1440-120x=2000$

$80x=560$

$x=7$

③ 1つ1つ調べていく

120円の十の位をなくす

$120\times2=240$

$120\times3=360$

$120\times4=480$

$120\times\boxed{5}=600$

$2000-600=1400$

↳1400円にケーキが
なるようにする

$200\times\boxed{7}=1400$

ケーキ　7個　長…文字を使わないですむ

プリン　5個　短…調べるのが大変

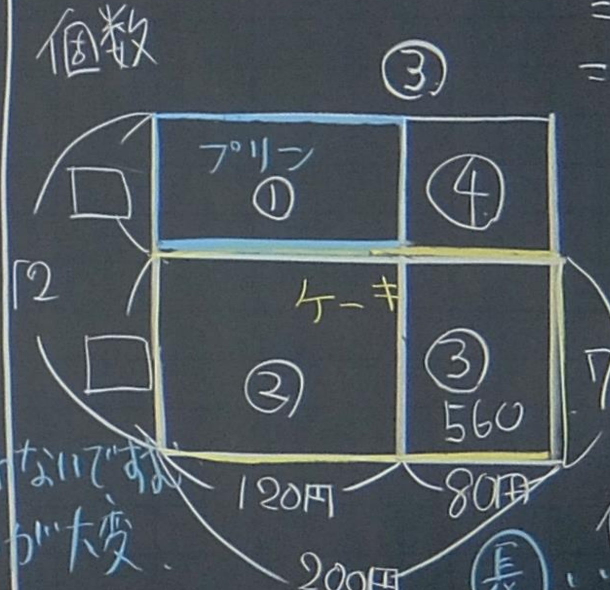
④ 面積図

①+②+③=2000

①+②　=120×12

=1440

=560



長…代金が見た目でわかる

短…発想しにくい!

6月10日(木)

日直

③ 1つ1つ調べていく

120円の十の位をなくす

$120 \times 2 = 240$

$120 \times 3 = 360$

$120 \times 4 = 480$

$120 \times \boxed{5} = 600$

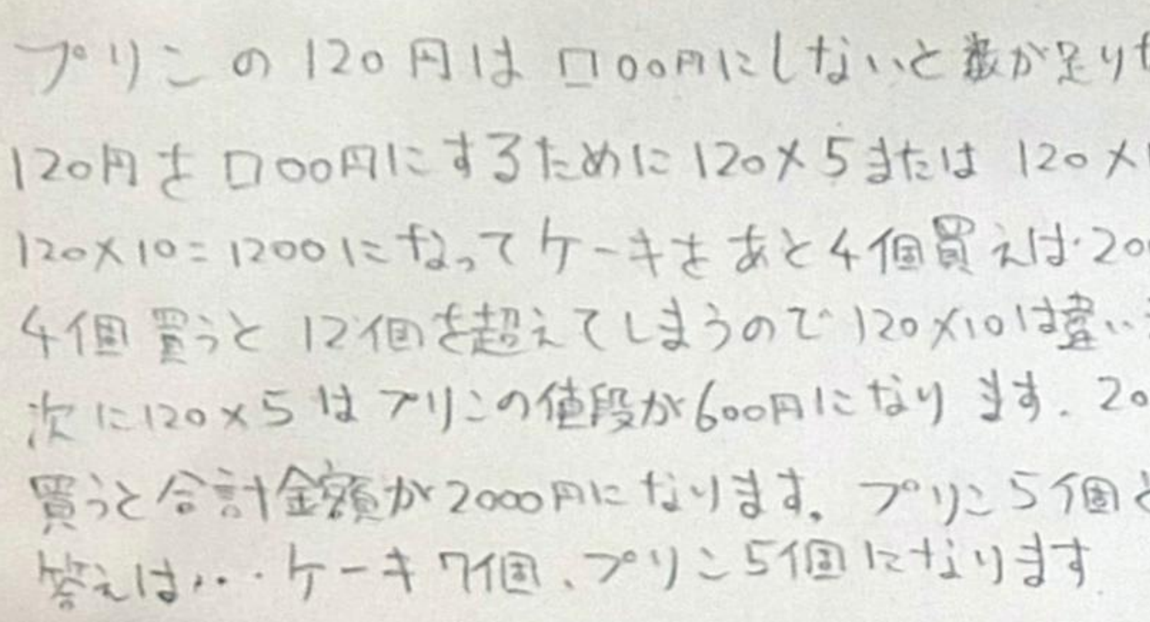
$2000 - 600 = 1400$

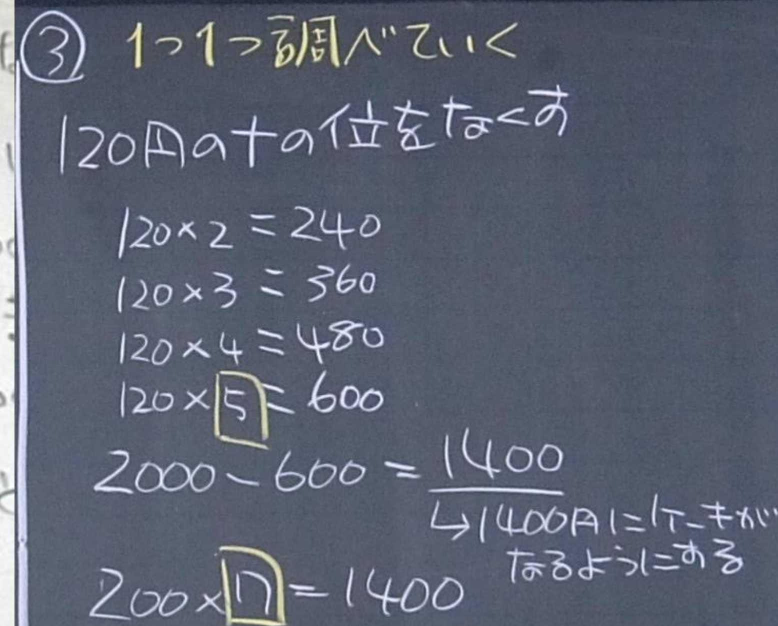
↳1400円にケーキがなるようにする

$200 \times \boxed{7} = 1400$

ケーキ 7個 長 …文字を使わないですむ

プリン 5個 短 …調べるのが大変。





プリンの120円は口00円にしないと数が足りなくなったり、大きくなったりしてしまうので、120円を口00円するために120×5または120×10をします。

120×10＝1200になってケーキをあと4個買えば2000円になります。しかし、ケーキを４個買うと12個を超えてしまうので120×10は違います。

次に120×5はプリンの値段が600円になります。2000－600＝1400になりケーキをあと7個買うと合計額が2000円になります。プリン5個とケーキ7個で12個になるので、答えは・・・ケーキ7個、プリン5個になります。

小学生のために

ケーキ200円
プリン120円

2000円

ケーキを□個

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times\ 12 \\ \hline 240 \\ 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times\ 11 \\ \hline \end{array}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	個数
ケーキ	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000	2200	2400	
プリン	1440	1320	1200	1080	960	840	720	600	480	360	240	120	0	
	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	個数
	1440	1520	1600	1680	1760	1840	1920	2000	2080	2160	2240	2340	2400	

0×200＋12×120＝1440

1×200＋11×120＝1520 → 1520円

+80

2×200＋10×120＝1600 → 1600円

+80

3×200＋ 9×120＝1680 → 1680円

+80

4×200＋ 8×120＝1760 → 1760

+80

X×200＋(12－X)×120＝2000

☆ぜんぶケーキだった場合☆

200 × 12 = 2400

☆ぜんぶプリンだった場合☆

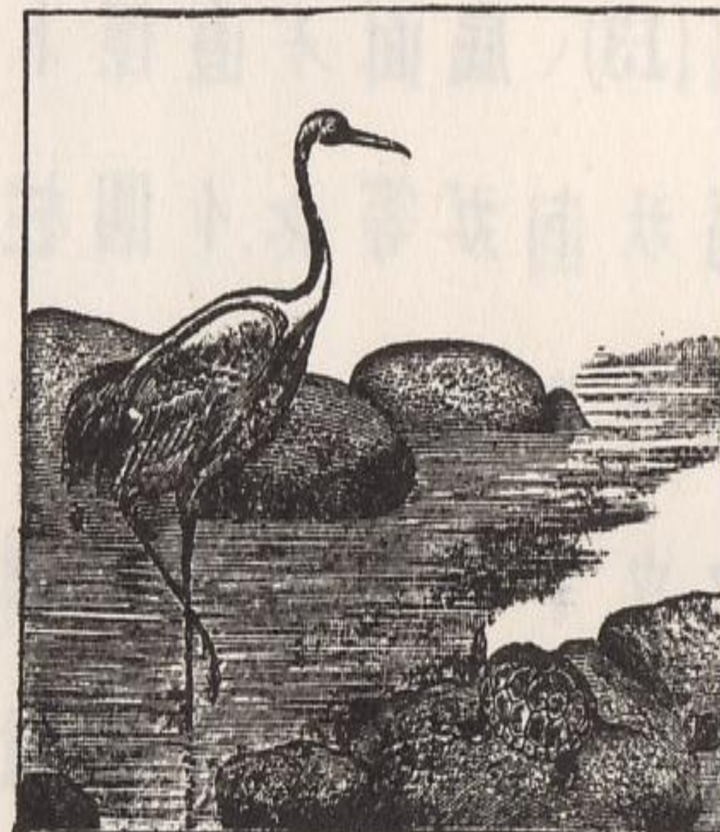
12×200＋0×120＝2400

X×200＋Y×120＝2000
X＋Y＝12

2.『尋常小学算術』(1941)の考え方・期待してたこと

1941(昭和16)年『尋常小学算術 第6学年 下』

(10) 鶴ト龜ト
ガ合ハセテ二十
匹ヰル。足ノ數
ハ合計五十二本
デアル。鶴ト龜
トハソレゾレ何匹ヰルカ。



〔**問題10:鶴亀算**〕 鶴と亀とが合わせて二十匹いる。足の数は合計五十二本である。鶴と亀とはそれぞれ何匹いるか。

この考え方は、問題に与えられた条件を一時あづかって、これを単純化し、それによって導かれた結論と与えられた場合の矛盾を見出す。この矛盾を、先にあづかっていた条件を考え合わせて取り除くことによって問題を解決するのである。

この問題は、四則応用問題中の最も代表的なものであって、非実際的な作為的な難問として攻撃のまととせられたものであるが、この種のものに価値あることは教材要項に記した通りである。

この鶴亀算の理法を実際に起こりそうな事実に結びつけて問題にすることは出来るが、どうしても不自然になり易く、必要感若しくは実用性が稀薄になりがちである。

考え方そのものに、面白味と、意義とを認められるものであるから、むしろ、歴史的な型そのままで提出した方がよいと考えられる。

この問題を考えさせるに当たって、頭数の和と足数の和とだけが、分かっているというような場合が実際には起こり得ないことを指摘する児童があったら、それを一応認めて、仮想的な問題として考えるように仕向けるがよい。

かように、条件を単純化し、考え易くして置いて、結論を出し、それを実際の場合と比較して、実際に当てはまるように直していく考え方というものは、数学や自然科学の研究方法の一つとして優れたものであるのみならず、実際生活上の一般問題についても役に立つものである。この点を弁えて取り扱うことが大切で、単にこの種の問題解決の一つの型を教えるというような取扱いは絶対に避けなくてはならない。

鶴がx（0≦x≦20）匹、亀がy（0≦y≦20）匹とする。

鶴と亀、合わせて20匹だから、　**$x+y=20$**‥‥‥①

足の数の合計は52本だから、　**$2x+4y=52$**‥‥②

①と②を連立させて、代入法で解くと次のようである。

②に$x=20-y$ を代入して、

$$2(20-y)+4y=52$$

$$2\times20-2\times y+4\times y=52$$

$$(4-2)\times y=52-2\times20$$

$$y=(52-2\times20)/(4-2)$$

$$=6$$

②に$y=20-x$ を代入して、

$$2x+4(20-x)=52$$

$$2x+4\times20-4\times x=52$$

$$(4-2)x=4\times20-52$$

$$x=(4\times20-52)/(4-2)$$

$$=14$$

◎「全部を鶴または亀と考えて求める方法」は、二元連立一次方程式の**解の公式**への代入となっている。